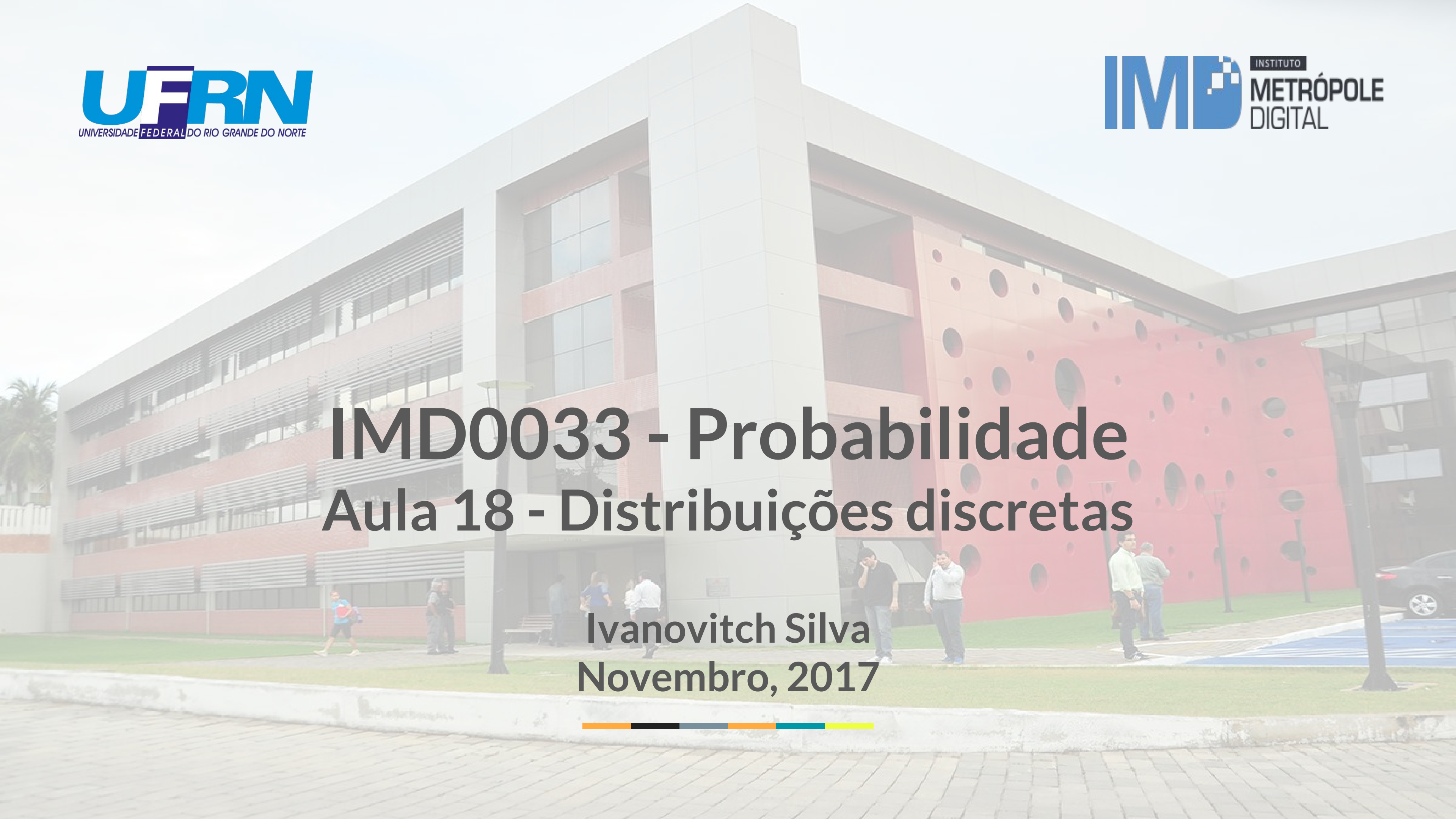


IMD0033 - Probabilidade
Aula 18 - Distribuições discretas

Ivanovitch Silva

Novembro, 2017

Agenda

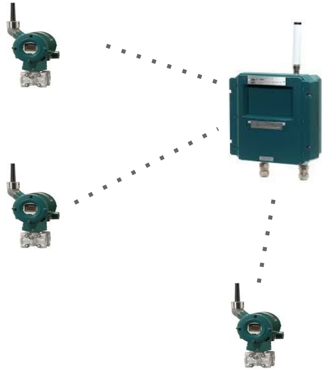
1. Distribuições Discretas
2. Ensaios de Bernoulli
3. Distribuição Binomial
4. Distribuição Geométrica
5. Distribuição Poisson
6. Distribuição Hipergeométrica

Distribuições Discretas - Bernoulli

Muitos experimentos admitem apenas dois valores.

Esses experimentos são conhecidos como ensaios de Bernoulli e originam variáveis aleatórias com **distribuição de Bernoulli**.

Pacote chegou ou não corrompido?



Choque Térmico

$\Delta = 80º$ - Houve defeito? (sim,não)

Distribuição de Bernoulli

Uma variável aleatória discreta X possui apenas dois valores, 0 e 1. Foi originada de um ensaio de Bernoulli dado por:

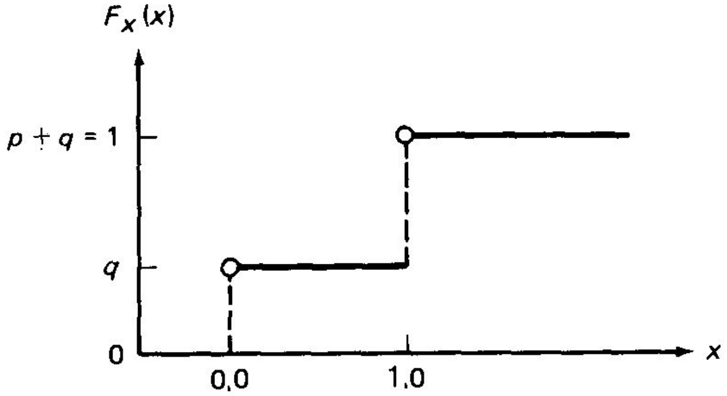
pmf

$$p_X(0) = p_0 = P(X = 0) = q$$
$$p_X(1) = p_1 = P(X = 1) = p$$

onde p + q = 1

cdf

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ q & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$



Distribuição Binomial

Para gerar a pmf de Bernoulli foi considerado um simples ensaio de Bernoulli.

O objetivo agora é realizar *n* ensaios de Bernoulli com probabilidade de sucesso igual a *p* para todos os ensaios.

Notação: $X \sim B(n,p)$

Indica que a variável aleatória X possui uma distribuição Binomial com parâmetros *n* e *p*.

Distribuição Binomial

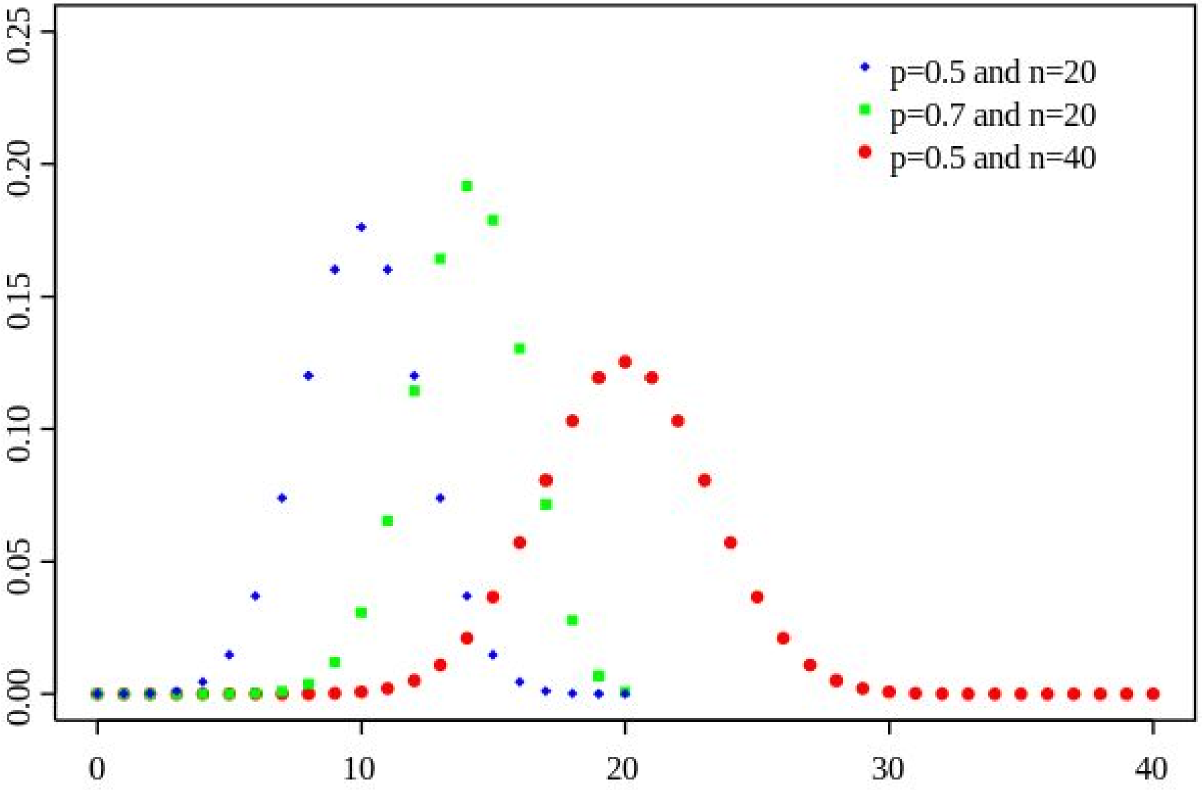
Considere uma sequência de *n* ensaios independentes de Bernoulli com probabilidade de sucesso *p* em cada ensaio.

Y_n é uma variável aleatória que denota o número de sucessos em cada n ensaios.

pmf (Y_n)

$$\begin{aligned} p_k &= P(Y_n = k) \\ &= p_{Y_n}(k) \\ &= \begin{cases} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} & 0 \le k \le n \\ 0 & caso\ contrário \end{cases} \end{aligned}$$

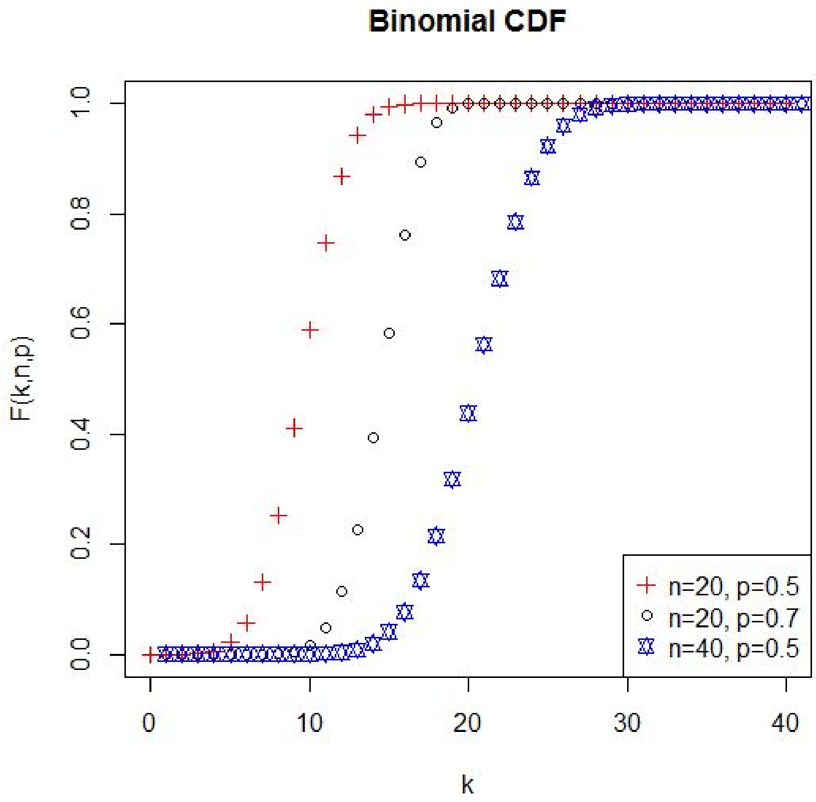
Distribuição Binomial - pmf



Distribuição Binomial - cdf

$$F(k;n,p) = \Pr(X \le k) = \sum_{i=0}^{\lfloor k \rfloor} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Distribuição Binomial - cdf



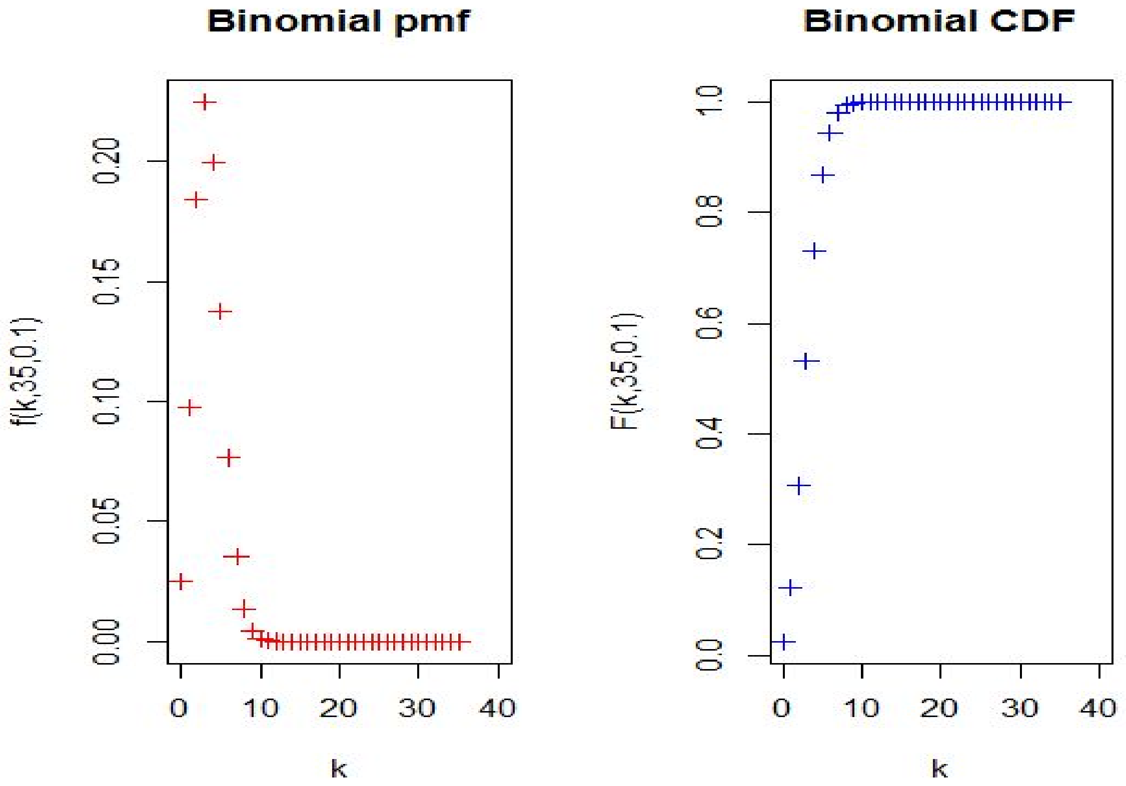
Distribuição Binomial - Exemplo

Um fabricante de chip VLSI apresenta uma expectativa de defeito nos chips de 10%. A equipe de controle de qualidade realiza uma contagem em grupos aleatórios de 35 chips.

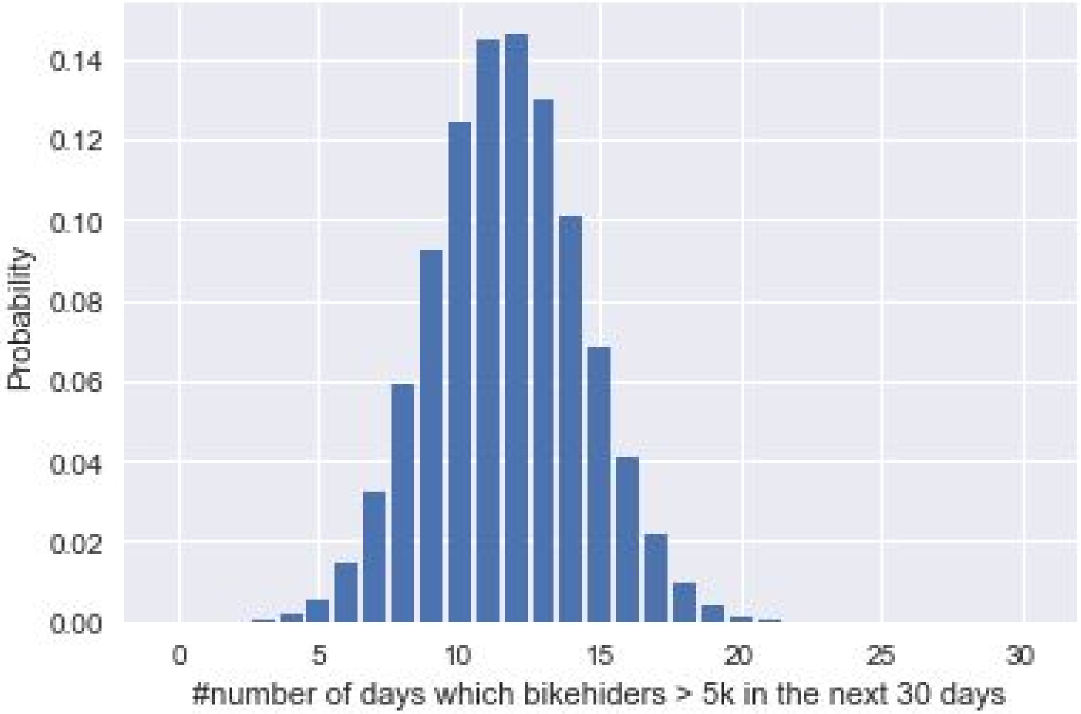
Esse problema é típico para o uso de uma variável aleatória com Distribuição Binomial. A probabilidade de "sucesso" *p* seria a probabilidade de defeito nos chips enquanto que o número de ensaios *n* seria 35.

$$b(k; 35; 0.1) = \binom{35}{k} 0.1^k \cdot 0.9^{(35-k)}$$

Distribuição Binomial - Exemplo



Distribuição Binomial - Exemplo



Compartilhamento de Bicicletas

U. PORTO

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA UNIVERSIDADE DO PORTO

$$p^k \times (1-p)^{N-k} \binom{N}{k}$$

p - probabilidade que o número de aluguéis seja maior que 5k em um dia
N - 31 dias (mês)

Qual seria a probabilidade que em um intervalo de um mês pelo menos 10 dias tem mais de 5k aluguéis?

Distribuição Geométrica

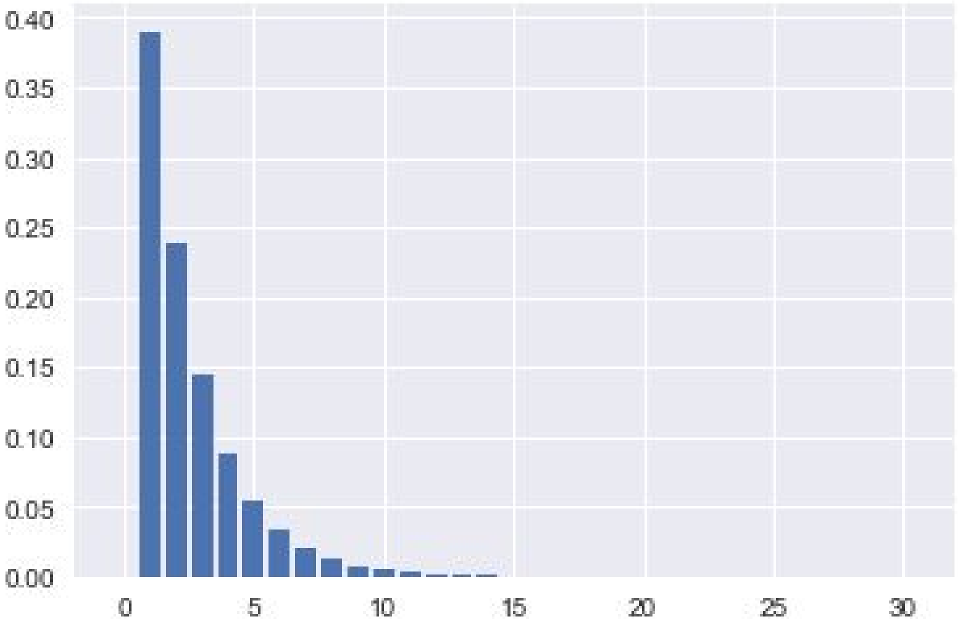
Considerando uma sequência de ensaios de Bernoulli e a variável aleatória X que indica a quantidade k de ensaios até o primeiro sucesso ocorrer, dizemos que X apresenta uma **Distribuição Geométrica -** X~Geom(k,p)

pmf ⇒ $$\Pr(X = k) = (1-p)^{k-1}p \quad para\ k = 1,2,\ldots$$

CDF ⇒ $$\Pr(X \leq k) = \sum_{i=1}^{\lfloor k \rfloor}(1-p)^{k-1}p = 1 - (1-p)^{\lfloor k \rfloor}$$

Distribuição Geométrica - Exemplo

$$\Pr(X = k) = (1 - p)^{k-1}p \quad para\ k = 1,2,\ldots$$



Compartilhamento de Bicicletas

U. PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

Qual seria a probabilidade de termos > 5k aluguéis exatamente no quinto dia a partir de hoje?

Referências

- Kishor S. Trivedi. Probabiliy & Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications. Cap 2.