

Selected Problems in Google Code Jam Finals

ICPCCamp 2016 Day 4

刘严培

January 28, 2016

Google Code Jam Finals

- ▶ 题目质量高，难度不高
- ▶ 单题代码量不大，总题量加大
- ▶ Battle of Insight
- ▶ 奇技淫巧
- ▶ 策略性

Google Code Jam Finals

- ▶ 题目质量高，难度不高
- ▶ 单题代码量不大，总题量加大
- ▶ Battle of Insight
- ▶ 奇技淫巧
- ▶ 策略性

Google Code Jam Finals

- ▶ 题目质量高，难度不高
- ▶ 单题代码量不大，总题量加大
- ▶ Battle of Insight
- ▶ 奇技淫巧
- ▶ 策略性

Google Code Jam Finals

- ▶ 题目质量高，难度不高
- ▶ 单题代码量不大，总题量加大
- ▶ Battle of Insight
- ▶ 奇技淫巧
- ▶ 策略性

Google Code Jam Finals

- ▶ 题目质量高，难度不高
- ▶ 单题代码量不大，总题量加大
- ▶ Battle of Insight
- ▶ 奇技淫巧
- ▶ 策略性

Google Code Jam Finals

- ▶ 题目质量高，难度不高
- ▶ 单题代码量不大，总题量加大
- ▶ Battle of Insight
- ▶ 奇技淫巧
- ▶ 策略性

Pretty Good Proportion - Final 2015 C

Description

给定一个长度为 n 的 01 序列，和一个分数 F ，求序列的一个子段使得段内 1 的比例最接近 F 。

Constraints

$1 \leq T \leq 100, 0 \leq F \leq 1$

Small Dataset: $1 \leq n \leq 1000$

Big Dataset: $1 \leq n \leq 500000$

Pretty Good Proportion - Final 2015 C

Solution

- ▶ 旋转
- ▶ 斜率绝对值最小的两点连线
- ▶ $O(n \log n)$

Pretty Good Proportion - Final 2015 C

Solution

- ▶ 旋转
- ▶ 斜率绝对值最小的两点连线
- ▶ $O(n \log n)$

Pretty Good Proportion - Final 2015 C

Solution

- ▶ 旋转
- ▶ 斜率绝对值最小的两点连线
- ▶ $O(n \log n)$

Pretty Good Proportion - Final 2015 C

Solution

- ▶ 旋转
- ▶ 斜率绝对值最小的两点连线
- ▶ $O(n \log n)$

Costly Binary Search - Final 2015 A

Description

给定一个长度为 n 的有序序列，可以花费 a_i 的代价将一个给定的元素和序列中的第 i 个元素比较（结果返回 $<$ 或 $>$ ）。
求最优策略，使得最坏情况下的二分查找代价总和最小。

Constraints

$$1 \leq T \leq 50, 1 \leq a_i \leq 9$$

$$\text{Small Dataset: } 1 \leq n \leq 10^4$$

$$\text{Big Dataset: } 1 \leq n \leq 10^6$$

Costly Binary Search - Final 2015 A

Solution

- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 使劲毁灭性的优化中间转移的一维
- ▶ a_i 好小
- ▶ $O(cn^2)$ DP
- ▶ $O(cn \log n)$ DP

Costly Binary Search - Final 2015 A

Solution

- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 使劲毁灭性的优化中间转移的一维
- ▶ a_i 好小
- ▶ $O(cn^2)$ DP
- ▶ $O(cn \log n)$ DP

Costly Binary Search - Final 2015 A

Solution

- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 使劲毁灭性的优化中间转移的一维
- ▶ a_i 好小
- ▶ $O(cn^2)$ DP
- ▶ $O(cn \log n)$ DP

Costly Binary Search - Final 2015 A

Solution

- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 使劲毁灭性的优化中间转移的一维
- ▶ a_i 好小
- ▶ $O(cn^2)$ DP
- ▶ $O(cn \log n)$ DP

Costly Binary Search - Final 2015 A

Solution

- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 使劲毁灭性的优化中间转移的一维
- ▶ a_i 好小
- ▶ $O(cn^2)$ DP
- ▶ $O(cn \log n)$ DP

Costly Binary Search - Final 2015 A

Solution

- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 使劲毁灭性的优化中间转移的一维
- ▶ a_i 好小
- ▶ $O(cn^2)$ DP
- ▶ $O(cn \log n)$ DP

Power Swapper - Final 2014 B

Description

给定一个长度为 2^n 的排列，可以操作若干次，每次操作为：

- ▶ 先选定一个 $0 \leq k < n$
- ▶ 再选择两个不相交的长度为 2^k 两段，且两段的起始位置 (0-based) 都被 2^k 整除
- ▶ 对位交换选定的两段

要求每个 k 至多被选定一次。

求有多少种不同的方案使得序列变为 $0, 1, \dots, 2^n - 1$ 。

Constraints

$$1 \leq T \leq 200$$

Small Dataset: $1 \leq n \leq 4$

Big Dataset: $1 \leq n \leq 12$

Power Swapper - Final 2014 B

Solution

- ▶ 从小到大考虑每个 k
- ▶ 爆搜 ?
- ▶ 决策不超过 2
- ▶ $O(2^{2^n})$ 暴力
- ▶ Small 怎么做 ?

Power Swapper - Final 2014 B

Solution

- ▶ 从小到大考虑每个 k
- ▶ 爆搜 ?
- ▶ 决策不超过 2
- ▶ $O(2^{2^n})$ 暴力
- ▶ Small 怎么做 ?

Power Swapper - Final 2014 B

Solution

- ▶ 从小到大考虑每个 k
- ▶ 爆搜？
- ▶ 决策不超过 2
- ▶ $O(2^{2^n})$ 暴力
- ▶ Small 怎么做？

Power Swapper - Final 2014 B

Solution

- ▶ 从小到大考虑每个 k
- ▶ 爆搜？
- ▶ 决策不超过 2
- ▶ $O(2^{2^n})$ 暴力
- ▶ Small 怎么做？

Power Swapper - Final 2014 B

Solution

- ▶ 从小到大考虑每个 k
- ▶ 爆搜 ?
- ▶ 决策不超过 2
- ▶ $O(2^{2n})$ 暴力
- ▶ Small 怎么做 ?

Power Swapper - Final 2014 B

Solution

- ▶ 从小到大考虑每个 k
- ▶ 爆搜 ?
- ▶ 决策不超过 2
- ▶ $O(2^{2n})$ 暴力
- ▶ Small 怎么做 ?

Taking Over The World - Final 2015 D

Description

给定一个 n 个点 m 条边的无向图，每条边长度为 1，要求选定不超过 k 个点（可以选 1，不可以选 n ），经过被选定的点要花费 1 的代价，使得从 1 到 n 的最短路距离最大。

Constraints

$1 \leq T \leq 100, 2 \leq n \leq 100, 1 \leq m \leq n * (n - 1) / 2, 1 \leq k \leq n$

Small Dataset: 保证答案减去一个点都不选的最短路长度不超过 2

Big Dataset: 无其他限制

Taking Over The World - Final 2015 D

Solution

- ▶ Small 是简单的
- ▶ 再来几次？怎么证明？
- ▶ 一个正确性显然的做法

Taking Over The World - Final 2015 D

Solution

- ▶ Small 是简单的
- ▶ 再来几次？怎么证明？
- ▶ 一个正确性显然的做法

Taking Over The World - Final 2015 D

Solution

- ▶ Small 是简单的
- ▶ 再来几次？怎么证明？
- ▶ 一个正确性显然的做法

Taking Over The World - Final 2015 D

Solution

- ▶ Small 是简单的
- ▶ 再来几次？怎么证明？
- ▶ 一个正确性显然的做法

Merlin QA - Final 2015 E

Description

给定一个 n 个 m 维向量，要求给这些向量安排顺序，使得每一维的结果之和最大。

每一维的结果的计算方式为：按安排后的顺序依次累加每一个数，累加过程中的结果一直和 0 取 \max 。

Constraints

$1 \leq T \leq 100, 1 \leq n \leq 100, -100 \leq v_{i,j} \leq 100$

Small Dataset: $1 \leq m \leq 2$

Big Dataset: $1 \leq m \leq 8$

Merlin QA - Final 2015 E

Solution

- ▶ Small 的花式做法
- ▶ 观察对答案有贡献的部分
- ▶ $O(m!n)$ 。

Merlin QA - Final 2015 E

Solution

- ▶ Small 的花式做法
- ▶ 观察对答案有贡献的部分
- ▶ $O(m!n)$ 。

Merlin QA - Final 2015 E

Solution

- ▶ Small 的花式做法
- ▶ 观察对答案有贡献的部分
- ▶ $O(m!n)$ 。

Merlin QA - Final 2015 E

Solution

- ▶ Small 的花式做法
- ▶ 观察对答案有贡献的部分
- ▶ $O(m!n)$ 。

Can't Stop - Final 2013 D

Description

给定长度为 n 的序列，每个元素为一个大小为 d 的集合。

求一个最长的子段，使得存在一个大小为 k 的集合 S ，且子段内的每个集合都和 S 交不为空。

Constraints

$1 \leq T \leq 100, 1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq d \leq 4$

Small Dataset: $k = 2$

Big Dataset: $2 \leq k \leq 3$

Can't Stop - Final 2013 D

Solution

- ▶ 数据结构？
- ▶ 分治， $O(d^{2k-1}n \log n)$
- ▶ 暴力？
- ▶ $O(d^k n)$

Can't Stop - Final 2013 D

Solution

- ▶ 数据结构 ?
- ▶ 分治, $O(d^{2k-1}n \log n)$
- ▶ 暴力 ?
- ▶ $O(d^k n)$

Can't Stop - Final 2013 D

Solution

- ▶ 数据结构 ?
- ▶ 分治, $O(d^{2k-1}n \log n)$
- ▶ 暴力 ?
- ▶ $O(d^k n)$

Can't Stop - Final 2013 D

Solution

- ▶ 数据结构 ?
- ▶ 分治, $O(d^{2k-1}n \log n)$
- ▶ 暴力 ?
- ▶ $O(d^k n)$

Can't Stop - Final 2013 D

Solution

- ▶ 数据结构 ?
- ▶ 分治, $O(d^{2k-1}n \log n)$
- ▶ 暴力 ?
- ▶ $O(d^k n)$

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Description

给定长度为 n 的数列，定义一个合法的消除过程为：

- ▶ 1. 如果数列不降，过程终止。
- ▶ 2. 选择并删除数列中的某一个元素，返回第一步。

问有多少种不同的消除过程。

Constraints

Small Dataset: $1 \leq T \leq 100, 1 \leq n \leq 100$

Big Dataset: $1 \leq T \leq 20, 1 \leq n \leq 8000$

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Solution

- ▶ $O(n^4)$ DP
- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 似乎难以继续优化
- ▶ 容斥，考虑不合法的消除过程
- ▶ $O(n^2 \log n)$ naive DP

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Solution

- ▶ $O(n^4)$ DP
- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 似乎难以继续优化
- ▶ 容斥，考虑不合法的消除过程
- ▶ $O(n^2 \log n)$ naive DP

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Solution

- ▶ $O(n^4)$ DP
- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 似乎难以继续优化
- ▶ 容斥，考虑不合法的消除过程
- ▶ $O(n^2 \log n)$ naive DP

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Solution

- ▶ $O(n^4)$ DP
- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 似乎难以继续优化
- ▶ 容斥，考虑不合法的消除过程
- ▶ $O(n^2 \log n)$ naive DP

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Solution

- ▶ $O(n^4)$ DP
- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 似乎难以继续优化
- ▶ 容斥，考虑不合法的消除过程
- ▶ $O(n^2 \log n)$ naive DP

Let Me Tell You a Story - Final 2013 E

Solution

- ▶ $O(n^4)$ DP
- ▶ $O(n^3)$ DP
- ▶ 似乎难以继续优化
- ▶ 容斥，考虑不合法的消除过程
- ▶ $O(n^2 \log n)$ naive DP

X Marks the Spot - Final 2013 C

Description

给定平面上的 $4n$ 个整点，求一个十字（互相垂直的两条直线），使得十字不经过任何点并将点集均分成四份。

Constraints

$1 \leq T \leq 20$, $-10^6 \leq x_i, y_i \leq 10^6$, 保证没有三点共线

Small Dataset: $1 \leq n \leq 10$

Big Dataset: $1 \leq n \leq 2500$

X Marks the Spot - Final 2013 C

Solution

- ▶ 考虑旋转
- ▶ 旋转过程中的性质变化难以控制
- ▶ 没有三点共线——每次只改变一个点
- ▶ $O(n \log n)$

X Marks the Spot - Final 2013 C

Solution

- ▶ 考虑旋转
- ▶ 旋转过程中的性质变化难以控制
- ▶ 没有三点共线——每次只改变一个点
- ▶ $O(n \log n)$

X Marks the Spot - Final 2013 C

Solution

- ▶ 考虑旋转
- ▶ 旋转过程中的性质变化难以控制
- ▶ 没有三点共线——每次只改变一个点
- ▶ $O(n \log n)$

X Marks the Spot - Final 2013 C

Solution

- ▶ 考虑旋转
- ▶ 旋转过程中的性质变化难以控制
- ▶ 没有三点共线——每次只改变一个点
- ▶ $O(n \log n)$

X Marks the Spot - Final 2013 C

Solution

- ▶ 考虑旋转
- ▶ 旋转过程中的性质变化难以控制
- ▶ 没有三点共线——每次只改变一个点
- ▶ $O(n \log n)$

Paradox Sort - Final 2014 D

Description

有 n 只 Loli，给定 Lolicon 对于任意两只 Loli 的相对喜好（满足反对称性，但不一定满足传递性）。

开始一个游戏，要求任意时刻 Lolicon 肩上最多只能骑着一个 Loli。

游戏初始时 Lolicon 肩上没有 Loli，给他任意一只他一定会要。

当他肩上有 Loli 的时候，他会保留更喜欢的只。

现在给定 c ，求一个字典序最小的排列，使得按照排列依次向 Lolicon 提供 Loli，最后他手里剩下的 Loli 编号为 c 。

可能无解。

Constraints

$$1 \leq T \leq 100$$

Small Dataset: $1 \leq n \leq 10$

Big Dataset: $1 \leq n \leq 100$

Paradox Sort - Final 2014 D

Solution

- ▶ 竞赛图
- ▶ 判断有解
- ▶ 确定排列前缀的前提下判断是否有解
- ▶ $O(n^4)$

Paradox Sort - Final 2014 D

Solution

- ▶ 竞赛图
- ▶ 判断有解
- ▶ 确定排列前缀的前提下判断是否有解
- ▶ $O(n^4)$

Paradox Sort - Final 2014 D

Solution

- ▶ 竞赛图
- ▶ 判断有解
- ▶ 确定排列前缀的前提下判断是否有解
- ▶ $O(n^4)$

Paradox Sort - Final 2014 D

Solution

- ▶ 竞赛图
- ▶ 判断有解
- ▶ 确定排列前缀的前提下判断是否有解
- ▶ $O(n^4)$

Paradox Sort - Final 2014 D

Solution

- ▶ 竞赛图
- ▶ 判断有解
- ▶ 确定排列前缀的前提下判断是否有解
- ▶ $O(n^4)$

Allergy Testing - Final 2014 E

Description

给定 n 种食物，其中恰好有一种食物是变质的。

每次选定一种或多种食物吃下去，如果 a 天之后没有中毒，则说明这些食物都是安全的，可以立刻开始下一次实验。

反之如果 a 天后发现中毒了，说明变质的食物被吃了，且还要继续治疗 $b - a$ 天后才能继续下一次实验。

求最坏情况下最少的天数的判断出哪个食物变质了。

Constraints

$$1 \leq T \leq 200$$

$$\text{Small Dataset: } 1 \leq n \leq 10^{15}, 1 \leq a \leq b \leq 100$$

$$\text{Big Dataset: } 1 \leq n \leq 10^{15}, 1 \leq a \leq b \leq 10^{12}$$

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ b - edge 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法

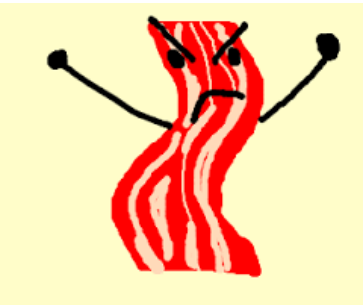
Allergy Testing - Final 2014 E

Solution

- ▶ $O(n^2)$ naive DP
- ▶ Small 的解很小
- ▶

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x < a) \\ f(x-a) + f(x-b) & (x \geq a) \end{cases}$$

- ▶ $b - edge$ 不会超过 60
- ▶ 枚举两种边的数量
- ▶ 当 b/a 太大就要死
- ▶ 讨论
- ▶ 组合方法



Thank
you