

rowdark
ICPCCamp Day7
wenhanhuang1993@gmail.com



费用流姿势及例题选讲





回字有 四种写法



回字有 四种写法

茴 茴 茴 茴



第一种写法?





第一种写法?

- SPFA?



一种写法

~~■ SPFA?~~



- Edmonds-Karp Algorithm



找最短路

- 还记得St. Dijkstra么？

找最短路

- 还记得St. Dijkstra么？
- $\text{dist}(i) = \text{dist}'(S) - \text{dist}'(i)$



找最短路

- 于是我们有如下算法

all $\text{dist}(x) = 0$

$S \rightarrow V_n$

while(T not in V_n)

$v = \arg \min \{ c(x, v') \mid (x, v') \in E, x \in V_n \}$

add $c(x, v)$ to all $\text{dist}(x)$ which x is in V_n

$v \rightarrow V_n$

第一种写法

- 用刚才的方法维护最短路标号
- 增广费用为 $\text{dist}(S)$
- （伪）多路增广

维护距离标号

Modlabel():

$d = \infty$

for all proper (x, y) :

// s.t. x in Vaug && y not in Vaug

$d = \min(d, \text{dist}[y] + c(x, y) - \text{dist}[x])$

if $d == \infty$: return False

add d to all $\text{dist}(x)$ s.t. x in Vaug

return True

(伪) 多路增广

Aug(p, limit):

if p is T: return limit

ll = limit, p \rightarrow Vaug

for all proper (p, x):

// s.t. $u(p, x) \neq 0 \ \&\& \ \text{dist}(x) + v(p, x) == \text{dist}(p)$

// $\&\& \ x \text{ not in } V_{\text{aug}}$

ll -= Aug(x, min(ll, u(p, x)))

update u(p, x) and u(x, p)

if ll == limit: remove p from Vaug

return limit - ll

主过程

MincostFlow():

all $\text{dist}(x) = 0$

do

do

Vaug $\leftarrow \{\}$

while $\text{Aug}(S, \infty) > 0$

while Modlabel()

主过程

MincostFlow():

all $\text{dist}(x) = 0$

do

do

Vaug $\leftarrow \{\}$

while Aug(S, ∞) > 0

while Modlabel()




Something Wrong

- 增广时使用当前弧优化
- 




Something Wrong

- 增广时使用当前弧优化
 - 反例？我有点忘了
- 



Something Wrong

- 增广时使用当前弧优化
 - 反例？我有点忘了
 - 原因：和最大流不同，边是双向的
- 

第二种写法

- 有没有觉得维护顶标有点慢? $O(m)$

第二种写法

- 有没有觉得维护顶标有点慢? $O(m)$
- 像 KM 一样失配时维护 slack 数组 @?

伪代码示例

Modlabel():

$d = \min(\text{slack}(x))$ s.t. x not in V_{aug}

Aug(p, limit):

if $u(p, x) > 0$ and $\text{dist}(x) + v(p, x) \neq \text{dist}(p)$:
 $\text{slack}(x) = \min(\text{slack}(x), \text{dist}(x) + v(p, x) - \text{dist}(p))$



第三种写法

- 有没有觉得维护顶标还是有点慢？

第三种写法

- 有没有觉得维护顶标还是有点慢？
- 一次增广后未必能保证 S 到 T 有增广路



第三种写法

- 借用原始对偶的思想
- 

第三种写法

- 借用原始对偶的思想
- 维护顶标增量

$$v'(x, y) = \text{dist}(y) + v(x, y) - \text{dist}(x) > 0$$

第三种写法

- 借用原始对偶的思想
- 维护顶标增量

$$v'(x, y) = \text{dist}(y) + v(x, y) - \text{dist}(x) > 0$$

- 利用 SPFA 及 SLF 优化



Super Version

- 用 堆 + Dijkstra 维护顶标增量！

Super Version

- 用 堆 + Dijkstra 维护顶标增量！
- 实测跑得飞起.....

Super Version

- 用 堆 + Dijkstra 维护顶标增量！
- 实测跑得飞起.....
- 这不就是多路增广的原始对偶吗？！

坑爹呢这是！

バシッ！





一些局限

- 没办法搞定负权边，负环
 - 二分图跑不过KM
- 

负权边

- 注意到只要满足 $\text{dist}(x) + c(x, y) \geq \text{dist}(y)$, ZKW就是对的

负权边

- 注意到只要满足 $\text{dist}(x) + c(x, y) \geq \text{dist}(y)$, 该做法就是对的
- 先从T沿反向边跑一遍SPFA, 得到 $\text{dist}(x)$
- 然后跑费用流即可

负环

- 先令负权边满流，增加边(T, S):
 $u(T, S) = \infty, v(T, S) = 0$
- 在新图跑最小费用可行流 $S' \rightarrow T'$
- 在残量网络上跑最小费用最大流（此时费用应为 $\text{dist}(s) - \text{dist}(t)$ ）

二分图

- 据说（？）有人证明了在二分图上多路增广的费用流复杂度和KM一样.....

二分图

- 据说（？）有人证明了在二分图上ZKW复杂度和KM一样.....
- 就算是对的，速度也完全不够

一些实验

- ZOJ 3342

直接SPFA没测

第一种写法跑了3360ms

第二种写法跑了2330ms

第三种写法没测

Super Version跑了680ms（我用了一堆STL，
比如堆是直接用的priority_queue）

How to Create a Good Game

- 给定一个DAG，保证恰有一个点（1号点）入度为0，恰有一个点（N号点）出度为0。为在不改变1号点到N号点最短路的情况下，边长增加的总量最大能是多少。
- $N \leq 100$, $M \leq 1000$, $s_i \leq 1000$
时限：8s



How to Create a Good Game

- 考虑对偶问题

Jealousy

- 有 K 个男生， M 个女生，给顺次给出 N 张照片，每张照片上的都是女生且人数不超过 $\min\{K, M\}$ 。你需要给每张照片上的女生配不同的男朋友，每当某个男生 i 换把 ex 女友 j 换了，代价就增加 q_j ，问如何最小总代价及如何分配。
- $N, K, M \leq 100$



Jealousy

- 建个图，跑个费用流
- 



13911615	2015-10-28 12:29:55	Dreadnought: TankEngineer , rowdark, AngryBacon [#]	1- Jealousy	GNU C++11	Accepted	265 ms	22200 KB
14220806	2015-11-13 03:52:33	johnasselta	1- Jealousy	GNU C++11	Accepted	296 ms	2700 KB
14099101	2015-11-06 07:20:34	sd0061	1- Jealousy	GNU C++11	Accepted	483 ms	31900 KB
13769123	2015-10-21 13:21:49	SPb ITMO University 1: antonkov , enot.1.10, subscriber [#]	1- Jealousy	GNU C++	Accepted	514 ms	13200 KB
14329444	2015-11-18 19:42:23	sd0061	1- Jealousy	GNU C++11	Accepted	546 ms	31900 KB
13736355	2015-10-20 00:08:12	MikeMirzayanov gc_sol_g1.cpp	1- Jealousy	GNU C++11	Accepted	577 ms	7800 KB



13951170	2015-10-30 14:37:44	bnuvjudge5	J- Jealousy	GNU C++	Accepted	62 ms	1000 KB
13911615	2015-10-28 12:29:55	Dreadnought : TankEngineer, rowdark, AngryBacon ⁺⁺	J- Jealousy	GNU C++11	Accepted	265 ms	22200 KB





13951170	2015-10-30 14:37:44	bnuvjudge5	J- Jealousy	GNU C++	Accepted	62 ms	1000 KB
13911615	2015-10-28 12:29:55	Dreadnought : TankEngineer, rowdark, AngryBacon ⁺⁺	J- Jealousy	GNU C++11	Accepted	265 ms	22200 KB

什么鬼!!!





Nero Nov '15

这个学期有 n 天。 xxx 有 m 个妹子。在学校期间，他每天要花 k 个小时陪妹子们。每个妹子都希望 xxx 每天花一个小时单独陪她。可是时间不够怎么办哇。于是妹子 i 提出，如果 xxx 在 l_i 到 r_i 天里没空陪她，就要帮她清空 q_i 块钱的购物车，否则妹子就不搭理他了。问，这个学期 xxx 至少要花多少钱才能管理好他的后宫们。






Hidden Version

- 建图优化
- 




Hidden Version

- 建图优化
 - 运算优化
- 



Hidden Version

- 建图优化
 - 运算优化
 - 增广时利用题目特殊条件
- 

万能钥匙 VS 见招拆招

- 厉害的万能钥匙，肯定是要的
- 当万能钥匙不够用的时候，可以试着自己吧钥匙磨磨。



Q & A





Q & A

谢谢