

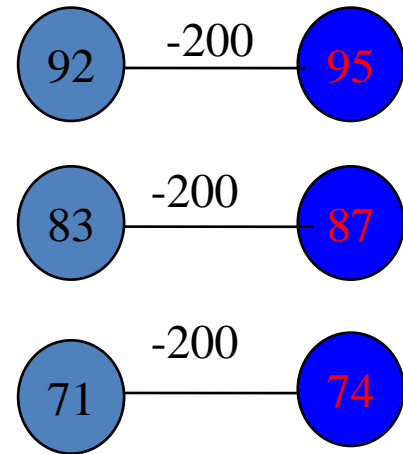
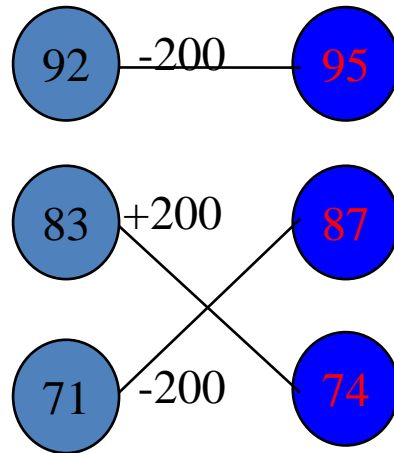
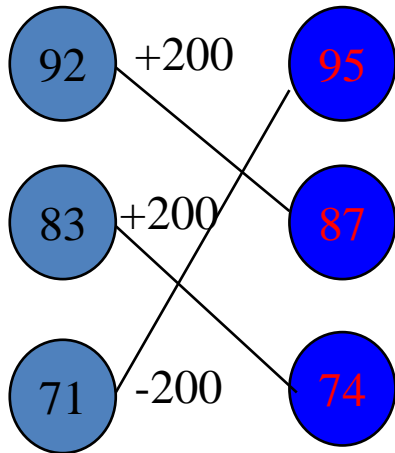
# 田忌赛马

瞿绍军

湖南师范大学

- 问题描述：你一定听过田忌赛马的故事吧？如果3匹马变成1000匹，齐王仍然让他的马按从优到劣的顺序出赛，田忌可以按任意顺序选择他的赛马出赛。赢一局，田忌可以得到200两银子，输一局，田忌就要输掉200两银子，平局的话不输不赢。请问田忌最多能赢多少银子？

# 解题思路



- 先对田忌和国王的马进行排序，按从大到小排序。
- 贪心的策略：
- 一、当田忌最快的马比国王最快的马快时，用田忌最快的马赢国王最快的马。
- 二、当田忌最快的马比国王最快的马慢时，用田忌最慢的马输给国王最快的马。
- 三、当田忌最快的马跟国王最快的马一样快时，分情况

- 证明一：假设现在国王最快的马是K，田忌最快的马是T，如果存在一种更优的比赛策略，让T的对手不是K，而使得田忌赢更多的钱的话，那么设此时K的对手是M，T的对手是N：( $T > K \ \&\& \ T > M \ \&\& \ K > N$ )
  - 1、若 $M > K$ ，则有 $T > N$ ， $M > K$ 。这个结果和 $T > K$ ， $M > N$ 是相同的。
  - 2、若 $N < M \leq K$ ，则有 $T > N$ ， $M \leq K$ 。这个结果不如 $T > K$ ， $M > N$ 来得优秀。
  - 3、若 $M \leq N \leq K$ ，则有 $T > N$ ， $M \leq K$ 。这个结果和 $T > K$ ， $M \leq N$ 是相同的。由此可知，交换各自对手后，一定不会使得结果变优，那么假设是不成立的。

- 证明二：因为田忌最快的马比国王最快的马慢，所以田忌所有的马都比国王最快的马慢，也就是说此时田忌的所有马都赢不了国王的马，而出于贪心的思想，应该保留相比之下更快的马，因此用最慢的马去输一定不会比用别的马去输来得劣

- 对于情况三，我们应该从最慢的马开始考虑了
- 1、当田忌最慢的马比国王最慢的马快，那么用田忌最慢的马赢国王最慢的马
- 2、当田忌最慢的马比国王最慢的马慢，那么用田忌最慢的马输给国王最快的马
- 3、当田忌最慢的马跟国王最慢的马相等的时候，用田忌最慢的马跟国王最快的马比