

# 士兵站队问题

瞿绍军

湖南师范大学

- **【问题描述】**
- 在一个划分成网格的操场上， $n$ 个士兵散乱地站在网格点上。网格点用整数坐标 $(x,y)$ 表示。士兵们可以沿网格边往上、下、左、右移动一步，但在同一时刻任一网格点上只能有一名士兵。按照军官的命令，士兵们要整齐地列成一个水平队列，即排列成 $(x,y),(x+1,y),\dots,(x+n-1,y)$ 。如何选择 $x$ 和 $y$ 的值才能使士兵们以最少的总移动步数排成一行。编程计算使所有士兵排成一行需要的最少移动步数。
- **【输入格式】**
- 第1行是士兵数 $n$ ， $1 \leq n \leq 10000$ 。接下来 $n$ 行是士兵的初始位置，每行有2个整数 $x$ 和 $y$ ， $-10000 \leq x, y \leq 10000$ 。
- **【输出格式】**
- 一个数据，即士兵排成一行需要的最少移动步数。

- 【输入样例】

- 5

- 1 2

- 2 2

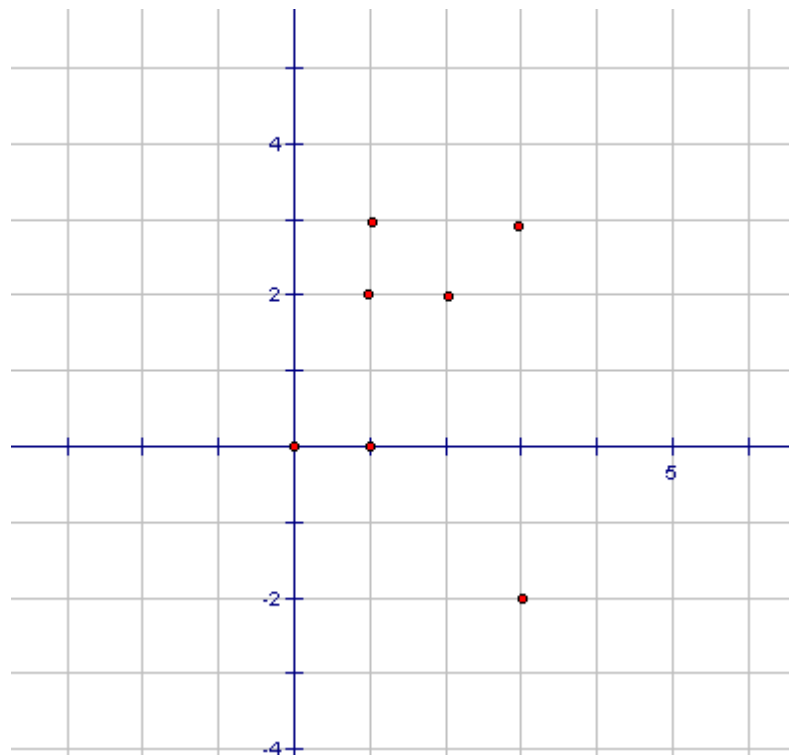
- 1 3

- 3 -2

- 3 3

- 【输出样例】

- 8



# 分析

- 一 士兵有多种移动方式  
通过适当的移动顺序和移动路线可以使得同一时刻不会有两名士兵站在同一点
- 二 题目要求最佳移动方式（即求移动的最少步数）  
题目要求转化为求士兵站立的“最终位置”，即如何取“最终位置”使得士兵移动的步数最少（最优）

- Y轴方向上的考虑

设目标坐标为M，即n个士兵最终需要移动到的Y轴的坐标值为M

n个士兵的Y轴坐标分别为：

$Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1}$

则最优步数 $S = |Y_0 - M| + |Y_1 - M| + |Y_2 - M| + \dots + |Y_{n-1} - M|$

结论：M取中间点的值使得S为最少（最优）

- 解决办法：对所有的Y轴坐标进行排序（ $O(n \log n)$ ）
- 然后取“中间”点的Y轴坐标值作为最佳位置M的值  
最后通过公式求出Y轴方向上移动的最优步数

- X轴方向上的考虑  
首先需要对所有士兵的X轴坐标值进行排序  
然后，按从左至右的顺序依次移动到每个士兵  
所对应的“最终位置”（最优），所移动的步  
数总和就是X轴方向上需要移动的步数  
例，最左的士兵移动到“最终位置”的最左那  
位，第二个士兵移动到“最终位置”的第二位  
则总的步数为：
- 士兵一移动步数+士兵二移动步数+ ..... +士兵n  
移动步数

- 如何确定X轴方向上的最佳的“最终位置”？
- 共n个士兵，设他们相应的X轴坐标为：X0, X1, X2 ..... Xn-1
- 设士兵需要移动到的“最终位置”的X轴坐标值为：k, k+1, k+2 ..... k+ (n-1)
- 则所求最优步数 $S = |X_0 - k| + |X_1 - (k+1)| + |X_2 - (k+2)| + \dots + |X_{n-1} - (k+(n-1))|$   
经过变形 $S = |X_0 - k| + |(X_1 - 1) - k| + |(X_2 - 2) - k| + \dots + |(X_{n-1} - 1 - (n-1)) - k|$
- 注意到公式的形式与Y轴方向上的考虑一样，同样是n个已知数分别减去一个待定数后取绝对值，然后求和  
因此还是采用取中位数的办法求得k值，最后算出最优解。