算法
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 000
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000
 000

# 费用流模型选讲

刘昀

天津市南开中学

2018年1月10日

利的 弗用海特利共进 
 算法
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 <t

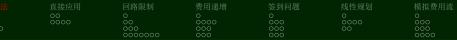
最小费用最大流

在流量最大的前提下,最小化费用

刘昀

天津市南开中学

费用流模型选讲



最小费用最大流

在流量最大的前提下,最小化费用

■ spfa费用流,适用于流量较小、费用较大的情况

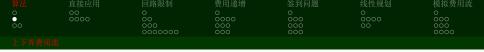
刘昀

天津市南开中学



# 在流量最大的前提下,最小化费用

- spfa费用流,适用于流量较小、费用较大的情况
- zkw费用流,适用于流量较大、费用较小的情况



无源汇上下界最小费用可行流

刘昀

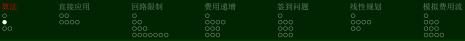
天津市南开中学

费用流模型选讲



# 无源汇上下界最小费用可行流

■ 类比无源汇上下界可行流即可



# 无源汇上下界最小费用可行流

- 类比无源汇上下界可行流即可
- 上下界最小费用最大流、最小流也可类比网络流

 算法
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 ○
 <

负边和负圈的消除

最小费用可行流(每个点有盈余量e),如何消除负边和负

卷?

负边和负圈的消险

圈?

最小费用可行流(每个点有盈余量e),如何消除负边和负

把所有负边(x,y)强制满流,修改 $e_x$ 和 $e_y$ 。

 算法
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0
 0

负边和负圈的消除

最小费用最大流,如何消除负边和负圈?

**改善** 天津市南开中学

**费用流模型选讲** 

5 / 63

负边和负圈的消除

最小费用最大流,如何消除负边和负圈?

【方法一】

 $T \to S$ 连边( $+\infty$ , 0),将所有负边强制满流。

先建立超级源汇求最小费用最大流,再求 $S \to T$ 的最小费用最大流。

5.计和名图的3819

最小费用最大流,如何消除负边和负圈?

#### 【方法一】

 $T \to S$ 连边( $+\infty$ , 0),将所有负边强制满流。

先建立超级源汇求最小费用最大流,再求 $S \to T$ 的最小费用最大流。

# 【方法二】

 $T \to S$ 连边 $(+\infty, -x)$ ,其中x是一个大数,将所有负边强制满流。



负边和负圈的消降

最小费用最大流,如何消除负边和负圈?

#### 【方法一】

 $T \rightarrow S$ 连边( $+\infty$ ,0),将所有负边强制满流。

先建立超级源汇求最小费用最大流,再求 $S \to T$ 的最小费用最大流。

# 【方法二】

 $T \to S$ 连边 $(+\infty, -x)$ ,其中x是一个大数,将所有负边强制满流。

建立超级源汇求最小费用最大流,由于-x最优,故此时已保证原图得到最大流。



最小费用最大流,如何消除负边和负圈?

# 【方法一】

 $T \to S$ 连边( $+\infty$ , 0),将所有负边强制满流。

先建立超级源汇求最小费用最大流,再求 $S \to T$ 的最小费用最大流。

#### 【方法二】

 $T \to S$ 连边 $(+\infty, -x)$ ,其中x是一个大数,将所有负边强制满流。

建立超级源汇求最小费用最大流,由于-x最优,故此时已保证原图得到最大流。

计算费用中-x的个数,即可得到最大流的数值。

•**o** 

有n种数字,第i种数字是 $a_i$ ,有 $b_i$ 个,权值是 $c_i$ 。 若两个数字ai、ai满足ai是ai的质数倍,那么它们可以配对, 获得 $c_i \times c_i$ 的收益。

每个数字最多配对1次。

在收益非负的前提下,最大化配对次数。

n < 200

6 / 63

【SDOI2016】数字配对

把每个数质因数分解,按质因子指数之和的奇偶性建出二分 图。

费用流,不断增广直至收益<0。

•000

有一个芯片,芯片上有 $n \times n$ 个插槽,可以在里面装零件。插槽分为3种:不能装零件、必须装零件、可装可不装。要求装好所有零件后必须满足下列要求:

- 第i行和第i列的零件数量必须相等
- 第i行的零件数量不能超过总零件数量的 $\frac{A}{B}$ 最大化总零件数量。 n < 40

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性規划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000

【WF2011】Chips Challeng

一个直观的想法:行列建二分图,3种插槽都通过容量设定上下界来限制。

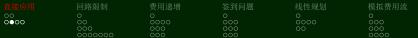
刘昀

天津市南开中学

[WF2011] Chips Challenge

一个直观的想法:行列建二分图,3种插槽都通过容量设定 上下界来限制。

答案能不能二分?



一个直观的想法: 行列建二分图, 3种插槽都通过容量设定 上下界来限制。

答案能不能二分?

枚举总零件数量,判断此时最大流能否达到这个数量。



一个直观的想法: 行列建二分图, 3种插槽都通过容量设定 上下界来限制。

答案能不能二分?

枚举总零件数量,判断此时最大流能否达到这个数量。

但是我们没有限制第i行和第i列的零件数量相等,怎么办?

刘昀

9 / 63

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

[WF2011] Chips Challeng

为了处理这个条件, 我们需要引入费用。

刈盷

[WF2011] Chips Challenge

为了处理这个条件,我们需要引入费用。 在第i行和第i列之间连 $(+\infty,0)$ 的边,每个零件对应的边增设费用1。

为了处理这个条件,我们需要引入费用。

在第i行和第i列之间连 $(+\infty,0)$ 的边,每个零件对应的边增 设费用1。

此时的最大流必然是满流,而为使流量最大, $(+\infty,0)$ 边的 两端点其余边流量之和必然相等,即满足了这个条件。

10 / 63

为了处理这个条件, 我们需要引入费用。

在第i行和第i列之间连 $(+\infty,0)$ 的边,每个零件对应的边增 设费用1。

此时的最大流必然是满流,而为使流量最大, $(+\infty,0)$ 边的 两端点其余边流量之和必然相等,即满足了这个条件。

同样是枚举总零件数量,但此时通过上下界最大费用最大流 来判断可行性。

# 一个小技巧:

对于必须装零件的插槽,我们可以去掉其流量下界,并把费 用增加一个大数x。

这样去掉了所有下界。

直接求解最大费用最大流,计算最大费用包含了多少个x, 判断是否满足下界。

刘昀

11 / 63

这类问题通常是限制路径为若干回路。 和网络流类似,通过度数限制建模。

费用流模型选讲

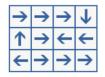


【TJOI2013】循环样

给出一个 $n \times m$ 的网格,每个位置都有一个箭头。



修改最少的箭头, 使箭头构成若干回路。







 $n \le 15, m \le 15$ 

【TJOI2013】循环构

回路的性质?

构成若干回路, 当且仅当每个点出度=入度=1。

刈悶 弗田洛特利先进 【TJOI2013】循环标

回路的性质?

构成若干回路,当且仅当每个点出度=入度=1。 出度已保证,我们只需保证入度。

刘昀

天津市南开中学



【TJOI2013】循环相

回路的性质?

构成若干回路, 当且仅当每个点出度=入度=1。

出度已保证, 我们只需保证入度。

左边箭头右边点,考虑每个箭头会影响哪些点的入度,若方 向改变则增设费用1。

刘昀 弗田运造刑选进



【TJOI2013】循环相

回路的性质?

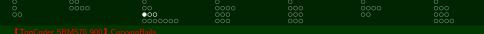
构成若干回路,当且仅当每个点出度=入度=1。

出度已保证, 我们只需保证入度。

左边箭头右边点,考虑每个箭头会影响哪些点的入度,若方 向改变则增设费用1。

二分图最小权匹配。

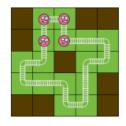
刘昀 费田流模刑选进

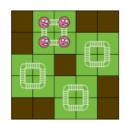


 $n \times m$ 的网格图,格子为空地或障碍。

你需要在每块空地上铺铁轨,铺成若干回路。

对于某些空地, 若上面的铁路是直的, 你必须付出1的代价。





最小化总代价。

 $n \le 30, m \le 30$ 

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

【TopCoder SRM570 900】 CurvyonRail

首先判断是否有解,网络流经典问题。 构成若干回路,当且仅当每个点度数=2。 黑白染色后二分图建模。

 法
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0

 0
 0
 0
 0
 0
 0

【TopCoder SRM570 900】 CurvyonRai

如何处理代价?

刘昫

 支
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性規划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 000
 000
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

【TopCoder SRM570 900】CurvyonRail

如何处理代价? 对于每个点,什么情况下会产生1的代价?

刘盷

天津市南开中学

【TopCoder SRM570 900】 CurvyonRails

如何处理代价? 对于每个点,什么情况下会产生1的代价? 当且仅当它的两条边被分配到了同一行或同一列。

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 0000
 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 00

【TopCoder SRM570 900】CurvyonRails

如何处理代价? 对于每个点,什么情况下会产生1的代价? 当且仅当它的两条边被分配到了同一行或同一列。 这就启发我们,对于每个点,分开行列。拆点试试?

如何处理代价? 对于每个点,什么情况下会产生1的代价? 当且仅当它的两条边被分配到了同一行或同一列。 这就启发我们,对于每个点,分开行列。拆点试试? 行点和左右两点连边,列点和上下两点连边,行点→列点 连(1,1)的边。

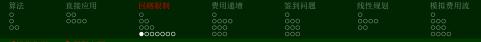
刘昀

17 / 63

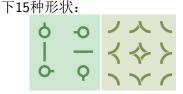
【TopCoder SRM570 900】 CurvyonRails

如何处理代价? 对于每个点,什么情况下会产生1的代价? 当且仅当它的两条边被分配到了同一行或同一列。 这就启发我们,对于每个点,分开行列。拆点试试? 行点和左右两点连边,列点和上下两点连边,行点→列点 连(1,1)的边。

最小费用最大流即为答案。



一个n×m的网格,其中有些位置存在水管,水管有以



水管可能在方格某些方向的边界的中点有接口,若存在某个 接口没有和其它接口相接,则水管会漏水。

你可以进行一种操作:选定一个非直线型水管,将其顺时针 或逆时针旋转90度。

在水管不漏水的前提下,最小化操作次数。

$$n \times m \le 2000$$

【清华集训2017】无限之

## 一个样例:





最少需要2次操作。

 支
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

【清华集训2017】 无限之

不是回路,每个点度数0到4都有可能,似乎难以下手......

刘盷

【清华集训2017】无限之理

不是回路,每个点度数0到4都有可能,似乎难以下手...... 但它具有回路的某些特点,同样是从度数角度思考。

【清华集训2017】无限之时

不是回路,每个点度数0到4都有可能,似乎难以下手...... 但它具有回路的某些特点,同样是从度数角度思考。 合法的图形具有什么度数性质?

刘昀 弗田运港刑选进

不是回路,每个点度数0到4都有可能,似乎难以下手...... 但它具有回路的某些特点,同样是从度数角度思考。 合法的图形具有什么度数性质? 考虑网格的边。

不是回路,每个点度数0到4都有可能,似乎难以下手...... 但它具有回路的某些特点,同样是从度数角度思考。 合法的图形具有什么度数性质? 考虑网格的边。

终于还是发现了性质:一个图案合法,当且仅当网格的每条 边两侧接口存在性相同, 类似于出度入度的平衡条件。

【清华集训2017】无限之时

对网格图黑白染色,把每个点拆成4个点表示上下左右4个接

口。

刘昀 弗田洛特利先进

【清华集训2017】无限之

对网格图黑白染色,把每个点拆成4个点表示上下左右4个接

口。

若黑白两部分接口总数不相等,显然无解。

 $\Box$ 

对网格图黑白染色,把每个点拆成4个点表示上下左右4个接

若黑白两部分接口总数不相等,显然无解。

先不考虑旋转操作,建出一个直观模型:

 $S \to \mathbb{R}$  点接口, 白点接口 $\to T$ , 黑白相邻接口连边, 容量均 为1。

【清华集训2017】无限之环

 $\Box$ 

对网格图黑白染色,把每个点拆成4个点表示上下左右4个接

若黑白两部分接口总数不相等, 显然无解。

先不考虑旋转操作,建出一个直观模型:

S→黑点接口,白点接口→ T,黑白相邻接口连边,容量均为1。

最大流S和T均满流即有解。

刘昀 费田流模刑选进 天津市南开中学

【有毕集训2017】 无限之功

旋转操作会带来什么影响?

刘昀

天津市南开中学

费用流模型选讲

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

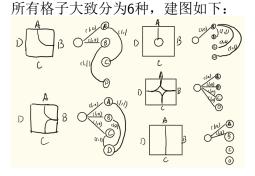
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

【清华集训2017】无限之时

旋转操作会带来什么影响? 接口方向改变,但接口数量不变。

旋转操作会带来什么影响? 接口方向改变,但接口数量不变。 于是和刚才一样,最大流5和7均满流即有解。

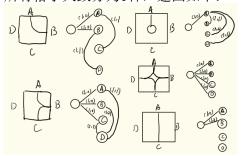
旋转操作会带来什么影响? 接口方向改变,但接口数量不变。 于是和刚才一样,最大流*S和T*均满流即有解。 最小化操作次数,容易想到增设费用一维。 旋转操作会带来什么影响? 接口方向改变,但接口数量不变。 于是和刚才一样,最大流*S*和*T*均满流即有解。 最小化操作次数,容易想到增设费用一维。 大体思路有了,具体如何建图呢? 旋转操作会带来什么影响? 接口方向改变,但接口数量不变。 于是和刚才一样,最大流*S和T*均满流即有解。 最小化操作次数,容易想到增设费用一维。 大体思路有了,具体如何建图呢? 这时就需要对本题水管的形状分类讨论了!



注意直线型水管不能旋转。

23 / 63

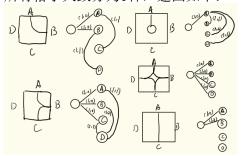
## 所有格子大致分为6种,建图如下:



注意直线型水管不能旋转。

至此建模完成,最小费用最大流即为答案。

## 所有格子大致分为6种,建图如下:



注意直线型水管不能旋转。

至此建模完成,最小费用最大流即为答案。

【清华集训2017】无限之时

若直线型水管可以旋转,若只允许顺时针旋转,又应如何建模?

欢迎课后讨论!

刘昀

天津市南开中学

这类问题通常是一个物品可以选择多次,而每次选择的代价 递增。

最小费用最大流必然优先选择代价较小的边,符合要求。

刘昀 弗田运措刑选出 有n种菜和m个厨师,已知每个厨师制作每一种菜的时间。 有p个学生,每个学生都点了一道菜。

你需要把这p道菜的制作任务交给这m个厨师,你可以任意 分配厨师,任意决定顺序。

每个学生的等待时间为从开始到自己的菜完成为止的时间总 长度,最小化等待时间之和。

n < 40, m < 100, p < 800

26 / 63

【NOI2012】美食

考虑每个厨师的第;道菜对答案的贡献。

刘昀

天津市南开中学

【NOI2012】美食

考虑每个厨师的第i道菜对答案的贡献。 设这个厨师一共做了s道菜,那么贡献=做菜时间 $\times$ (s-i+1))。

【NOI2012】美食<sup>±</sup>

考虑每个厨师的第i道菜对答案的贡献。 设这个厨师一共做了s道菜,那么贡献=做菜时间 $\times$ (s-i+1))。 费用递减,且我们不知道s的值。

27 / 63

【NOI2012】美食

费用递减,最短路每次优先选出靠后的位置。 这给了我们启发,我们可以倒过来考虑。

【NOI2012】美食<sup>3</sup>

费用递减,最短路每次优先选出靠后的位置。 这给了我们启发,我们可以倒过来考虑。 考虑每个厨师的倒数第i道菜对答案的贡献,贡献=做菜时间×i。

费用递增,最小费用最大流符合要求。

费用递减, 最短路每次优先选出靠后的位置。

这给了我们启发,我们可以倒过来考虑。

考虑每个厨师的倒数第;道菜对答案的贡献,贡献=做菜时 间×i。

费用递增,最小费用最大流符合要求。

把每个厨师拆成p个点,第i个点表示倒数第i道菜,限制容 量为1即可。

设spfa为线性,这个做法的时间复杂度为 $O(nmp^2)$ ,不能通 过此题。

注意到图中存在大量无意义的边,我们可以只建出少量的边,一边增广一边加边。

初始只有O(nm)条边,每次增广后加入O(1)条边。

时间复杂度为 $O(nmp + p^2)$ , 通过此题。

有n个球队,目前第i个球队赢了 $win_i$ 场,输了 $lose_i$ 场。 接下来有m场比赛,已知每场比赛的双方球队,你可以决定 这m场比赛的输赢。

对于第i个球队,若其最终赢x场,输v场,则获得收  $\stackrel{\text{di}}{\sim} C_i \times x^2 + D_i \times v^2$ 。

最小化所有球队的总收益。

$$n \leq 5000$$
,  $m \leq 1000$ ,  $0 \leq D_i \leq C_i \leq 10$ °

30 / 63

若输球不带来影响,即 $D_i = 0$ 。

天津市南开中学 31 / 63

若输球不带来影响, 即 $D_i = 0$ 。

 $C_i > 0$ ,一个球队赢的场数越多,每多赢一场获得的收益越 大,符合模型。

每场比赛和双方球队连边,容量为1,一条增广路表示一个 获胜事件。

刘昀

31 / 63

【JSOI2009】球队收

若输球带来影响,则这个方法一场比赛会带来两个影响,不 好处理。

刘盷

天津市南开中学

费用流模型选讲

【JSOI2009】球队收

若输球带来影响,则这个方法一场比赛会带来两个影响,不 好处理。

不妨假设每场比赛双方全输,每场比赛会使一个球队多赢一 场且少输一场。

刘昀

32 / 63

【JSOI2009】球队收i

若输球带来影响,则这个方法一场比赛会带来两个影响,不 好处理。

不妨假设每场比赛双方全输,每场比赛会使一个球队多赢一 场且少输一场。

设第i个球队当前赢a场,输b场,则球队多赢一场比赛的收益增量

$$= C_i \times ((a+1)^2 - a^2) + D_i \times ((b-1)^2 - b^2)$$
  
=  $C_i \times (2 \times a + 1) - D_i \times (2 \times b - 1)$ 

若输球带来影响,则这个方法一场比赛会带来两个影响,不 好处理。

不妨假设每场比赛双方全输,每场比赛会使一个球队多赢一 场且少输一场。

设第i个球队当前赢a场,输b场,则球队多赢一场比赛的收益增量

$$= C_i \times ((a+1)^2 - a^2) + D_i \times ((b-1)^2 - b^2)$$
  
 $= C_i \times (2 \times a + 1) - D_i \times (2 \times b - 1)$   
 $C_i, D_i \ge 0$ ,故a越大,多赢一场比赛的收益增量越大。  
直接套用模型。

32 / 63

【WC2007】剪刀石头布

案。

n个点的完全图,某些边已经确定了方向。 你需要给其余的边定向,最大化三元环的个数,输出一种方

n ≤ 100

期间 费田溶档刑告进

合法的三元组满足什么条件?

天津市南开中学 34 / 63

【WC2007】剪刀石头和

合法的三元组满足什么条件? 不合法的三元组满足什么条件?

**刈**昀

【WC2007】剪刀石头布

合法的三元组满足什么条件?

不合法的三元组满足什么条件?

若一个三元组不合法,当且仅当存在一个点A指向另外两个

点。

刘昀

【WC2007】剪刀石头布

合法的三元组满足什么条件?

不合法的三元组满足什么条件?

若一个三元组不合法,当且仅当存在一个点A指向另外两个

点。

我们认为点A"贡献"了这个不合法三元组。

刘昀 弗田运费利选进

【WC2007】剪刀石头布

若点A出度为d,由于原图是完全图,故从这d条边中任选2条边都出现一个不合法三元组。

刘昀

【WC2007】剪刀石头布

若点A出度为d,由于原图是完全图,故从这d条边中任选2条边都出现一个不合法三元组。

故一个点的贡献仅和它的出度d有关,贡

献= 
$$\frac{d\times(d-1)}{2}$$
 =  $\frac{d^2}{2}$  -  $\frac{d}{2}$ °

【WC2007】剪刀石头布

若点A出度为d,由于原图是完全图,故从这d条边中任选2条边都出现一个不合法三元组。

故一个点的贡献仅和它的出度d有关,贡

献= 
$$\frac{d\times(d-1)}{2} = \frac{d^2}{2} - \frac{d}{2}$$
°

最大化三元环的个数,即最小化所有点的贡献之和。

【WC2007】剪刀石头布

若点A出度为d,由于原图是完全图,故从这d条边中任选2条边都出现一个不合法三元组。

故一个点的贡献仅和它的出度d有关,贡

$$\dot{\overline{\mathbb{R}}} = \frac{d \times (d-1)}{2} = \frac{d^2}{2} - \frac{d}{2} \circ$$

最大化三元环的个数,即最小化所有点的贡献之和。

- $\frac{d}{2}$ 的部分O(1)计算。
- d² 的部分满足费用递增,费用流解决,利用残量网络构造方案。

这类问题通常会限制必须遍历一些点,或一些点必须遍历多 少次。

把每个点拆成2个点,一个点 $\rightarrow T$ ,  $S \rightarrow S$ 一个点。 和T相连的点视为到此签到,和S相连的点视为从此出发。 事实上, 这类问题也可通过对每个点限制上下界直接解决, 且建出的图一模一样。

刘昀

36 / 63

有n天,每天都需要不同数量的餐巾,有3种提供餐巾的方 式:

- 购买餐巾,每块餐巾需要p的代价
- 把旧餐巾送到快洗部,洗一块需要a天,洗一块的代价为b
- 把旧餐巾送到慢洗部,洗一块需要c天,洗一块的代价为d 在满足每一天的餐巾需求的情况下,最小化总代价。 n < 1000

 去
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

【网络流24题】餐巾计划

每一天的餐巾需求相当于必须遍历某些点若干次。

刘昀

天津市南开中学

每一天的餐巾需求相当于必须遍历某些点若干次。 每一天拆成2个点 $A_i$ 和 $B_i$ ,设这一天餐巾需求量为x。

- *A*;和*T*连边(*x*,0),表示签到
- S和B;连边(x,0),表示签到后剩下了x块餐巾可利用

刘昀

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 **经到问题** 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 <t

【网络流24题】餐中订为

接下来处理3种提供餐巾的方式:

刘盷

内 天津市南开中学 引流模型选讲 39 / 63 【网络流24题】餐巾计划

接下来处理3种提供餐巾的方式:

- 购买餐巾:  $S \to A_i$ 连边( $+\infty$ , p)
- 快洗部:  $B_i \rightarrow A_{i+a}$  连边 $(+\infty, b)$
- 慢洗部:  $B_i \to A_{i+c}$ 连边 $(+\infty, d)$

注意餐巾可以放到后面几天再洗,故还需 $B_i \to B_{i+1}$ 连

边 $(+\infty,0)$ 。

【网络流24题】餐巾计划

接下来处理3种提供餐巾的方式:

- 购买餐巾:  $S \to A_i$ 连边( $+\infty$ , p)
- 快洗部:  $B_i \rightarrow A_{i+a}$ 连边 $(+\infty, b)$
- 慢洗部:  $B_i \to A_{i+c}$ 连边 $(+\infty, d)$

注意餐巾可以放到后面几天再洗,故还需 $B_i \to B_{i+1}$ 连

边 $(+\infty,0)$ 。

最小费用最大流。

*n*个点*m*条边的有向图,每条边都由编号较小的点指向编号 较大的点,经过每条边都有代价。

为到达第i个点,你可以在图上移动,也可以直接瞬移到那个点,后者需要代价 $a_i$ 。

在遍历过每个点恰好1次的条件下,最小化总代价。

 $n \le 800, m \le 15000$ 

【SDOI2010】星际克

每个点必选一次。

大津市南开中学

【SDOI2010】星际竞涉

每个点必选一次。 直接应用模型,每个点拆成2个点 $A_i$ 和 $B_i$ 。

- $A_i$ 和T连边(1,0),表示到这个点签到
- S和B<sub>i</sub>连边(1,0),表示签完到从这个点出发

每个点必选一次。

直接应用模型,每个点拆成2个点 $A_i$ 和 $B_i$ 。

- *A<sub>i</sub>和T*连边(1,0),表示到这个点签到
- $S \cap B_i$ 连边(1,0),表示签完到从这个点出发  $S \to A_i$ 连边(1, $a_i$ )表示瞬移。

对于一条边(x,y),权值为z, $B_x \to A_y$ 连边(1,z)表示经过这

条边。

最小费用最大流。

 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 OO
 O
 O
 O
 O
 O

 OO
 OO
 OOO
 OOO
 OOO
 OOO

 OO
 OOO
 OOO
 OOO
 OOO
 OOO

 OOO
 OOO
 OOO
 OOO
 OOO
 OOO

【SDOI2010】星际竞涉

事实上这个做法的正确性在于原图是DAG。若原图不是DAG,此题应该怎么做? 欢迎课后讨论!

利吗 费田海樟利洗进 【ZJOI2011】营救皮卡丘

n+1个点m条无向边,第i条边每经过一次就要付出代价 $L_i$ 。初始0号点有k个人,k个人可以分开行动。 只有访问过i-1号点,才能访问i号点。 在顺利访问n号点的前提下,最小化每个人的代价和。  $n \leq 150$ , $m \leq 20000$ , $k \leq 10$  
 法
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 **签到问题** 线性規划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

【ZJOI2011】营救皮卡丘

路。

首先发现一个结论: 若想访问某个点, 一定会走当前的最短

刘昀

首先发现一个结论: 若想访问某个点, 一定会走当前的最短 路。

于是我们第一个任务是: 在若干点被封锁的情况下, 计算出 任意两个点的最短路。

刘昀

【ZJOI2011】营救皮卡丘

首先发现一个结论: 若想访问某个点,一定会走当前的最短路。

于是我们第一个任务是: 在若干点被封锁的情况下, 计算出任意两个点的最短路。

Floyd可以 $O(n^3)$ 解决。

刘昀 费田流模刑选进 
 去
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 **签到问题** 线性规划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 00
 0
 0
 0
 0
 0

【ZJOI2011】营救皮卡丘

访问到*n*号点,实际上就是访问了所有点。 贪心地发现每个点应恰好访问1次。

**期**田流檔刑告出

【ZJOI2011】营救皮卡丘

访问到n号点,实际上就是访问了所有点。

贪心地发现每个点应恰好访问1次。

同样的模型,建图方式和前两题相同, $S \to B_0$ 连边(k,0)即

可保证k个人。

注意费用,由于某些点被封锁,应使用当前最短路。

这类问题通常是一类特殊的线性规划问题,它们具有区间的 性质。

可以尝试使用费用流解决。 推导步骤:

- 添加辅助变量,将不等式转化为等式
- 将等式差分
- 对差分后的每个等式建点,相等关系视作流量平衡,变量视 作流量转移

有n天,第i天需要至少a:个志愿者。

志愿者有m种,第i种志愿者从第 $s_i$ 天工作到第 $t_i$ 天,每人花 费代价为 $c_i$ 。

在满足每天人数下限的条件下,最小化总代价。 n < 1000, m < 10000

刘昀

47 / 63

【NOI2008】志愿者招募

设 $x_i =$ 第i类志愿者的数量。

刈昀

天津市南开中学

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

【NOI2008】志愿者招募

设 $x_i =$ 第i类志愿者的数量。

对于第i天:  $\sum x \ge a_i$ 

【NOI2008】志愿者招募

设 $x_i =$ 第i类志愿者的数量。

对于第i天:  $\sum x \ge a_i$ 

添加辅助变量 $y(\geq 0)$ ,将不等式转化为等式:

$$P_i$$
:  $\sum x - y_i = a_i$ 

法	直接应用		费用递增	签到问题		模拟费用流
	00					
	0000	00	0000	000	0000	000
		000	000	000	00	000
		0000000	000	000		0000

【NOI2008】志愿者招募

设
$$P_0$$
:  $0=0$ ,  $P_{n+1}$ :  $0=0$ 

将等式差分,得到的等式设为 $Q_1$ 至 $Q_{n+1}$ 。

【NOI2008】志愿者招募

设
$$P_0$$
:  $0=0$ ,  $P_{n+1}$ :  $0=0$ 

将等式差分,得到的等式设为 $Q_1$ 至 $Q_{n+1}$ 。

把当前每个等式看成一个点,相等关系看成流量平衡,尝试 网络流建模。

设 $P_0$ : 0 = 0,  $P_{n+1}$ : 0 = 0

将等式差分,得到的等式设为 $Q_1$ 至 $Q_{n+1}$ 。

把当前每个等式看成一个点,相等关系看成流量平衡,尝试 网络流建模。

常数部分表示这个点的盈余量,和S或T连边。

49 / 63

【NOI2008】志愿者招募

由于每个志愿者工作时间是连续区间,故变量 $x_i$ 只会出现2次:在 $Q_{s_i}$ 中为正,在 $Q_{t_{i+1}}$ 中为负。  $y_i$ 也只出现2次:在 $Q_i$ 中为正,在 $Q_{i+1}$ 中为负。

由于每个志愿者工作时间是连续区间,故变量x;只会出 现2次: 在 $Q_{s_i}$ 中为正,在 $Q_{t_{i+1}}$ 中为负。

 $y_i$ 也只出现2次: 在 $Q_i$ 中为正,在 $Q_{i+1}$ 中为负。

把变量看成流量在两点间转移的过程,每个变量建出一条 边(a, b),a表示这个变量的上界(本题为 $+\infty$ ),b表示这个变 量+1需要的代价。

刘昀

50 / 63

【NOI2008】志愿者招募

由于每个志愿者工作时间是连续区间,故变量 $x_i$ 只会出现2次:在 $Q_{s_i}$ 中为正,在 $Q_{t_{i+1}}$ 中为负。

 $y_i$ 也只出现2次: 在 $Q_i$ 中为正,在 $Q_{i+1}$ 中为负。

把变量看成流量在两点间转移的过程,每个变量建出一条 边(a,b),a表示这个变量的上界(本题为 $+\infty$ ),b表示这个变量+1需要的代价。

最小费用最大流。

[NEERC2016] Delight for a Car

你在接下来的n个小时里每个小时都要做事情A或事情B,已知每个小时做每件事情的收益。

对于任意连续的k个小时,你做事情A的时间不能少于 $t_i$ 小时,做事情B的时间不能少于 $t_2$ 小时。

安排每个小时做的事情,最大化总收益,并输出一种方案。

$$n \le 1000$$

51 / 63

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○
 ○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

 ○○○
 ○○○
 ○○○
 ○○○

【NEERC2016】 Delight for a Ca

由于限制条件是区间,我们可以尝试使用这个模型。

刈盷

天津市南开中学

【NEERC2016】 Delight for a Cat

由于限制条件是区间,我们可以尝试使用这个模型。 设 $x_i = 0$ 或1表示第i天做事情A或B。 添加辅助变量,列出等式,差分后和上题相似。 输出方案也很容易实现。

刘昀 费田流模刑选进 这类问题通常都存在较为直观的费用流做法,但其效率太 低。

使用更高效的算法模拟费用流的过程。

刘昀 费用流模型洗讲 一个n个数的数列,有m个操作,操作分为2种:

- 修改某个元素的值
- 查询在一个区间[I, r]中选择k个不相交的区间,其元素和的最大值

$$n \le 10^5$$
,  $m \le 10^5$ ,  $k \le 20$ 

【Codeforces Round #172(Div. 1)\_D】k-Maximum Subsequence Sum

首先考虑用线段树朴素实现:

线段树上每个点维护O(k)的信息,区间合并时复杂度为 $O(k^2)$ 。

这样总复杂度为 $O(mk^2 logn)$ ,不能通过此题。

刘昀 弗田运错刑选进 天津市南开中学

【Codeforces Round #172(Div. 1)\_D】k-Maximum Subsequence Sum

首先考虑用线段树朴素实现:

线段树上每个点维护O(k)的信息,区间合并时复杂度为 $O(k^2)$ 。

这样总复杂度为 $O(mk^2 logn)$ ,不能通过此题。

建出一条n+1个点的链,链上每个点和S、T连边,这样数列中的区间和图中的增广路一一对应。

每次查询使用最大费用流增广k次。

时间复杂度O(nmk),效率太低。

观察费用流过程的本质。

天津市南开中学 56 / 63

【Codeforces Round #172(Div. 1)\_D】k-Maximum Subsequence Sur

观察费用流过程的本质。 我们每次增广相当于贪心,本质上只有2种情况:

- 新增一个区间
- 从已选的某个区间中删除一段

刘昀

天津市南开中学

【Codeforces Round #172(Div. 1)\_D】k-Maximum Subsequence Sum

观察费用流过程的本质。 我们每次增广相当于贪心,本质上只有2种情况:

- 新增一个区间
- 从已选的某个区间中删除一段

使用线段树实现这个贪心过程,支持区间取反、区间查询最大子段和。

每次查询就在线段树上查询、修改k次,最后把所有修改逐一复原即可。

时间复杂度为O(mklogn),可以通过此题。

一棵n个点的树,第 $i(i \ge 2)$ 个点和第 $\left[\frac{1}{2}\right]$ 个点相连,所有边长 度均为1。

有m只鼹鼠,已知每只鼹鼠的位置。

树上每个点都有不等量的食物。

你需要为前k只鼹鼠各分配一份食物,鼹鼠们会朝着食物移 动, 最小化所有鼹鼠移动距离之和。

对于所有的 $1 \le k \le m$ ,分别求出答案。

$$n \le 10^5$$
,  $m \le 10^5$ 

[NEERC2016] Mole Tunnel

暴力O(nm²)的费用流非常显然。

【NEERC2016】 Mole Tunnel

暴力O(nm²)的费用流非常显然。

把上一题的建模方法放到树上(树上路径和增广路一一对

应),可得O(nm)的费用流做法。

暴力O(nm²)的费用流非常显然。

把上一题的建模方法放到树上(树上路径和增广路——对

应),可得O(nm)的费用流做法。

同样考虑这个费用流每次增广的本质。

刘昀

天津市南开中学

 技
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性规划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0

 000
 00
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

[NEERC2016] Mole Tunne

我们发现本质和上一题相似: 贪心地加入若干段路径并删除若干段路径,由于树高 O(logn),这些路径的段数也是 O(logn)的。

刘昀

天津市南开中学

 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性規划
 模拟費用流

 00
 0
 0
 0
 0

 0000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

【NEERC2016】 Mole Tunne

我们发现本质和上一题相似:

贪心地加入若干段路径并删除若干段路径,由于树高O(logn),这些路径的段数也是O(logn)的。

每次贪心地找出当前最优路径,然后一路暴力修改。

 限制
 費用递增
 签到问题
 线性規划
 模拟費用流

 0
 0
 0
 0

 0
 000
 000
 000

 0
 000
 000
 000

 0
 000
 000
 000

 0
 000
 000
 000

 0
 000
 000
 000

 0
 000
 000
 000

 0
 000
 000
 000

【NEERC2016】 Mole Tunne

我们发现本质和上一题相似:

贪心地加入若干段路径并删除若干段路径,由于树

高O(logn),这些路径的段数也是O(logn)的。

每次贪心地找出当前最优路径,然后一路暴力修改。

维护出子树最优解,即可O(logn)寻找路径,O(logn)暴力修

改。

时间复杂度O(mlogn)。

有n种蔬菜,第i种蔬菜初始有c;个单位,每天会有x;个单位 变质, 卖出每一单位的收益为ai, 且第一次卖出时还能额外获得 收益si。

你每天可以卖出最多m个单位的蔬菜。

求销售k天的最大收益。

对于所有的 $1 \le k \le p$ ,分别求出答案。

$$n \le 10^5$$
,  $m \le 10$ ,  $p \le 10^5$ 

60 / 63

 去
 直接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性規划
 模拟费用流

 00
 0
 0
 0
 0
 0

 000
 0
 0
 0
 0
 0

 000
 0
 0
 0
 0
 0

 000
 0
 0
 0
 0
 0

 000
 0
 0
 0
 0
 0

 000
 0
 0
 0
 0
 0

【NOI2017】蔬

朴素的 $O(nmp^2)$ 的拆点费用流较为容易。 和前两题相同,考虑每次增广的本质?

利的 弗田洛特·斯洛特 
 费用递增
 签到问题
 线性規划
 機机费用流

 0
 0
 0
 0

 000
 000
 000
 000

 000
 000
 0
 0

 000
 000
 0
 0

 000
 0
 0
 0

 000
 0
 0
 0

【NOI2017】蔬菜

朴素的  $O(nmp^2)$ 的拆点费用流较为容易。 和前两题相同,考虑每次增广的本质? 天数越靠后,增广路限制越多。尝试倒着考虑!

朴素的O(nmp²)的拆点费用流较为容易。 和前两颗相同, 考虑每次增广的本质? 天数越靠后,增广路限制越多。尝试倒着考虑! 对于第k天的答案, 倒着考虑每次卖出, 贪心地发现卖出当 前可以卖出的最大收益的蔬菜就是全局最优解。

【NOI2017】蔬菜

和前两题相同,考虑每次增广的本质? 天数越靠后,增广路限制越多。尝试倒着考虑! 对于第k天的答案,倒着考虑每次卖出,贪心地发现卖出当 前可以卖出的最大收益的蔬菜就是全局最优解。 对每个k都朴素实现这个贪心,时间复杂度为*O(nmp*<sup>2</sup>)。

朴素的 $O(nmp^2)$ 的拆点费用流较为容易。

【NOI2017】疏》

考虑优化复杂度。

刘昀

天津市南开中学

费用流模型选讲

考虑优化复杂度。 求解第k天的答案时可用堆优化这个模拟。 时间复杂度变为 $O(mp^2 logn)$ 。

瓶颈在于每次都要重新计算,我们再去分析这张图的性质。

 接应用
 回路限制
 费用递增
 签到问题
 线性規划
 模拟费用流

 0
 0
 0
 0
 0

 00
 000
 000
 000
 000

 00
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

 000
 000
 000
 000
 000

【NOI2017】蔬菜

对于第i天答案,设卖出的蔬菜集合为 $S_i$ 。一些性质:

- ①只考虑最大流,则一定可使得前面的天数满流,即蔬菜都 堆到前面的天数卖出
- ② $S_k$ 必然是 $S_{k+1}$ 的子集
- ③从 $S_{k+1}$ 中删去最劣的若干元素可得 $S_k$

对于第i天答案,设卖出的蔬菜集合为 $S_i$ 。一些性质:

- ①只考虑最大流,则一定可使得前面的天数满流,即蔬菜都 堆到前面的天数卖出
- ② $S_k$ 必然是 $S_{k+1}$ 的子集
- ③从 $S_{k+1}$ 中删去最劣的若干元素可得 $S_k$

再次倒着考虑,先O(mplogn)求出第p天的答案,再逐一推出前一天的答案。

根据性质①计算出当前这天的退流量,根据性质②③用堆维护答案即可,时间复杂度为O(mplogn)。

对于第i天答案,设卖出的蔬菜集合为 $S_i$ 。一些性质:

- ①只考虑最大流,则一定可使得前面的天数满流,即蔬菜都 堆到前面的天数卖出
- ② $S_k$ 必然是 $S_{k+1}$ 的子集
- ③从 $S_{k+1}$ 中删去最劣的若干元素可得 $S_k$

再次倒着考虑,先O(mplogn)求出第p天的答案,再逐一推出前一天的答案。

根据性质①计算出当前这天的退流量,根据性质②③用堆维护答案即可,时间复杂度为O(mplogn)。

总时间复杂度为O(mplogn),可以通过此题。

刘昀 费田流程