

【bzoj2324】[ZJOI2011]营救皮卡丘

2014年10月9日	900	0
------------	-----	---

Description

皮卡丘被火箭队用邪恶的计谋抢走了！这三个坏家伙还给小智留下了赤果果的挑衅！为了皮卡丘，也为了正义，小智和他的朋友们义不容辞的踏上了营救皮卡丘的道路。

火箭队一共有 N 个据点，据点之间存在 M 条双向道路。据点分别从1到 N 标号。小智一行 K 人从真新镇出发，营救被困在 N 号据点的皮卡丘。为了方便起见，我们将真新镇视为0号据点，一开始 K 个人都在0号点。

由于火箭队的重重布防，要想摧毁 K 号据点，必须按照顺序先摧毁1到 $K-1$ 号据点，并且，如果 $K-1$ 号据点没有被摧毁，由于防御的连锁性，小智一行任何一个人进入据点 K ，都会被发现，并产生严重后果。因此，在 $K-1$ 号据点被摧毁之前，任何人是不能够经过 K 号据点的。

为了简化问题，我们忽略战斗环节，小智一行任何一个人经过 K 号据点即认为 K 号据点被摧毁。被摧毁的据点依然是可以被经过的。

K 个人是可以分头行动的，只要有任何一个人在 $K-1$ 号据点被摧毁之后，经过 K 号据点， K 号据点就被摧毁了。显然的，只要 N 号据点被摧毁，皮卡丘就得救了。

野外的道路是不安全的，因此小智一行希望在摧毁 N 号据点救出皮卡丘的同时，使得 K 个人所经过的道路的长度总和最少。

请你帮助小智设计一个最佳的营救方案吧！

Input

第一行包含三个正整数 N, M, K 。表示一共有 $N+1$ 个据点，分别从0到 N 编号，以及 M 条无向边。一开始小智一行共 K 个人均位于0号点。

接下来 M 行，每行三个非负整数，第 i 行的整数为 A_i, B_i, L_i 。表示存在一条从 A_i 号据点到 B_i 号据点的长度为 L_i 的道路。

Output

仅包含一个整数 S ，为营救皮卡丘所需要经过的最小的道路总和。

Sample Input

3 4 2
0 1 1
1 2 1
2 3 100

0 3 1

Sample Output

3

【样例说明】

小智和小霞一起前去营救皮卡丘。在最优方案中，小智先从真新镇前往1号点，接着前往2号据点。当小智成功摧毁2号据点之后，小霞从真新镇出发直接前往3号据点，救出皮卡丘。

HINT

对于10%的数据满足 $K = 1$ ，且 $N = 3$ ，小智将独自前去营救皮卡丘；

对于20%的数据满足 $K \leq 3$ ，且 $N \leq 20$ ，被小智单挑剿灭的火箭队加强了防御，增加了据点数；

对于40%的数据满足 $K \leq 3$ ，且 $N \leq 100$ ，面对加强的防御，小智拉来了好朋友小霞和小刚，一同前去营救；

对于另外20%的数据满足任意一对据点之间均存在道路，并且对任意的 $0 \leq X, Y, Z \leq N$ ，有不等式 $L(X, Z) \leq L(X, Y) + L(Y, Z)$ 成立；

对于100%的数据满足 $N \leq 150$ ， $M \leq 20\,000$ ， $1 \leq K \leq 10$ ， $L_i \leq 10\,000$ ，保证小智一行一定能够救出皮卡丘。

至于为什么 $K \leq 10$ ，你可以认为最终在小智的号召下，小智，小霞，小刚，小建，小遥，小胜，小光，艾莉丝，天桐，还有去日本旅游的黑猫警长，一同前去大战火箭队。

题解

首先，最佳的营救方案每次一定都走带限制的最短路

$n \leq 150$ ，floyd预处理，用 $\text{dis}(i, k) + \text{dis}(k, j)$ 更新 $\text{dis}(i, j)$ 的时候， k 号点编号不能大于 i, j

图简化为拓扑图，问题转化为在拓扑图中找出至多 K 条路径，使得总长度最小

1. $S \rightarrow 0$ 流量 K 费用 0

2. $i \rightarrow j$ 流量 1 费用 $\text{dis}[i][j]$

图中无汇，要求路径覆盖所有点，就再给每个点拆点限下界为 1

即图变为

1. $S \rightarrow 0'$ 流量 K 费用 0

2. $i' \rightarrow j$ 流量 1 费用 $\text{dis}[i][j]$

3. $S \rightarrow i'$ 流量 1 费用 0

4. $i \rightarrow T$ 流量 1 费用 0

最小费用可行流即为答案