

NOIP2016 模拟赛

Newnode

October 21, 2016

1 uria

枚举 $\gcd(a, b) = d$ ，则必须满足 $(a' + b')d \mid a'b'd^2$ ，而 $\gcd(a', b') = 1$ ，则 $(a' + b') \mid d$ ，又因为 $(a' + b')d \leq n$ ，则 $(a' + b') \leq \sqrt{n}$ ，不妨枚举 $(a' + b') = k$ ，则合法的 d 有 $\frac{n}{k^2}$ 个， a' 与 b' 则有 $\varphi(k)$ 对，用线性筛法筛出即可。

时间复杂度： $O(\sqrt{n})$ 。

2 hamon

第一问显然就是求最长上升子序列长度，我们令 f_i 表示以 i 结尾的最长上升子序列长度，这是个经典问题。

第二问就是求最长上升子序列个数，类似的我们令 g_i 表示以 i 结尾的最长上升子序列个数，显然有

$$g_i = \sum_{j \leq i, f_j = f_i - 1, a_j \leq a_i} g_j$$

不妨按照 f_i 从小向大求 g ，那么只要维护一个线段树或者树状数组就可以轻松求出 g 了。

如果注意到对于 f_i 相同的 i ，都满足 a_i 递减，则可以用two-pointer求解，不过由于第一部分的存在使得复杂度并不改变。

时间复杂度： $O(n \log n)$ 。

3 ravel

很容易知道一个黑色节点的子树中，距离根为 i 的白色节点个数为斐波那契数。

不妨分两种情况讨论：两个白色节点的lca为其中一个白色节点，或者为一个黑色节点。

第一种情况很容易，不妨枚举距离，则lca的深度存在一个范围，直接用斐波那契数算出对数。

第二种情况稍微麻烦，枚举两个点距离分别是多少，就可以知道lca的范围，也用斐波那契数算出对数。

时间复杂度： $O(n^2)$ 。