Problem:2819

新建题解

Solution_ID:574 Voronoi图+点定位

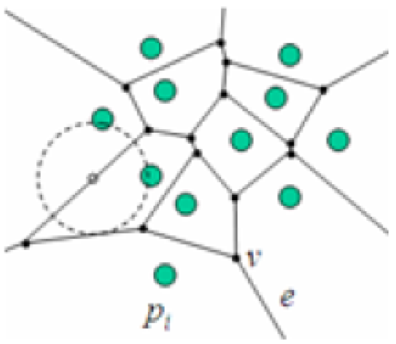
时间复杂度：O(NlogN) 空间复杂度：O(NlogN)

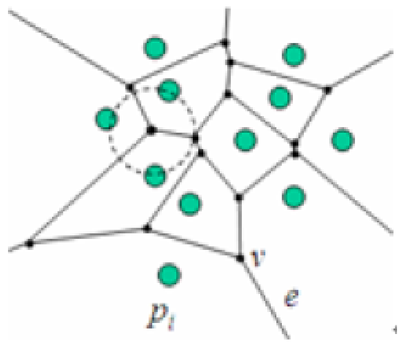
Voronoi图初步入门

Voronoi图是三大几何结构之一，应用十分广泛，但构造算法相对比较复杂。

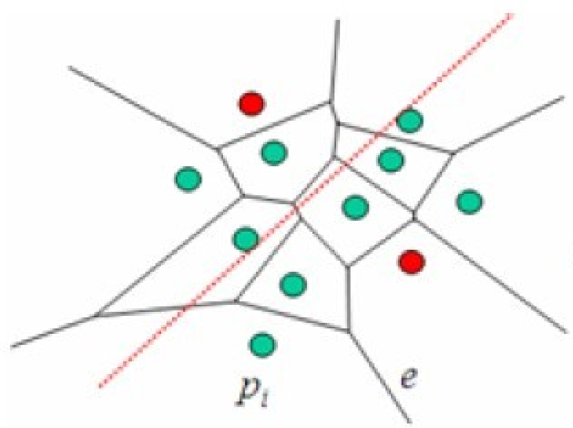
Voronoi图。平面n个点的Voronoi图（Voronoi diagram）是平面的一个划分(subdivision)，它把整个平面分成n个区域(cell)，每个点有一个属于它的区域。点p_i所拥有的区域里的点q满足对于原点集的任意其他点p_j(i!=j)，有dist(q, p_i) < dist(q, p_j)，其中dist表示欧几里得距离。

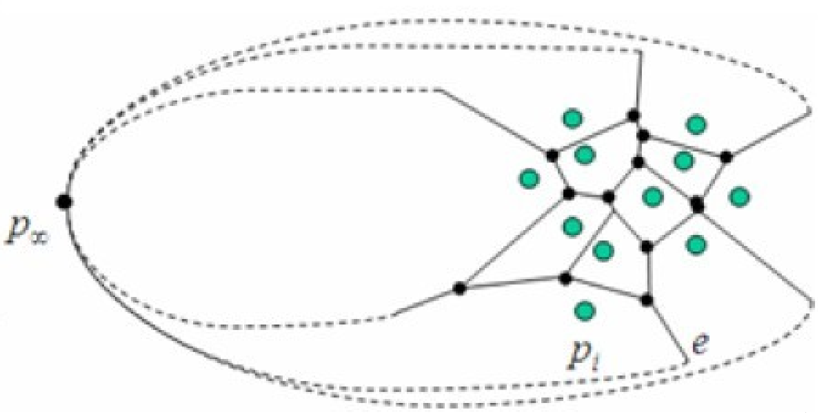
显然，每条Voronoi边到某两个原点的距离相等；每个Voronoi结点到某三个原点距离相等，如下图。





这是否意味着Voronoi边的个数应该是C(n,2) = O(n^2)么？当然不是。虽然每条Voronoi边都到某两个原点的距离相等，但并不是每一对原点都是可以产生一条Voronoi边的，如下图。事实上，我们有Voronoi图是线性的，即|v|,|e|=O(n)。





由于Voronoi图是一个平面图，我们想到用欧拉定理研究它的复杂度。为了用欧拉定理，我们需要创建一个虚拟结点p1，并把所有无限Voronoi边连接到此结点上。由于|v| - |e| + |f| = 2，且f = n，代入得（注意我们加了一个新结点）：

(|v| + 1) - |e| + n = 2

由于∑[v∈Vor(p)] deg(v) = 2 * |e|且任意v ∈ Vor(P)，deg(v) ≥ 3（想一想，为什么），因此2 * |e| ≥ 3(|v| + 1)。代入上式得：

|v| ≤ 2n - 5

|e| ≤ 3n - 6

本题解法

不难看出本题是要求出在至少*K*个域内的*Vor*顶点，于是做一遍Voronoi图并点定位即可，由于本题常数+数据范围略大，经测试，**O(N^2logN)的基于半平面交的增量算法**会超时，建议使用**基于最优三角剖分的分治算法**(好写但易写大常数)或**基于海岸线的Fortune算法**(不好写但常数小)在**O(NlogN)**的时间内求出Vor图。