

# 关于曼哈顿距离下的最小生成树

标签: [struct](#) [数据结构](#) [insert](#) [bi](#) [oo](#) [string](#)

2012-03-21 14:49

1939人阅读

评论(0)

收藏

举报

分类: [Algorithm \(32\)](#)

版权声明：本文为博主原创文章，未经博主允许不得转载。

这些天一直在集训，考了十几次.....

zzy出了一道曼哈顿距离下的最小生成树，考场上我没做出来.....

嗯.....这种题目的问题在于，你没办法把每两个点都建一条边.....

但是因为是曼哈顿距离，所以有一些特殊性质

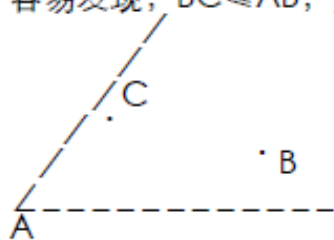
容易证明，将某个点为原点建立笛卡尔坐标系，将坐标系分为每 $45^\circ$ 角为一块的八个区域

那么这个点向每个区域只会朝其中的某个点连边.....

为什么说容易证明，因为我不会证.....网上MS有这种证明的说.....

贴一下zzy的题解：

仔细思考可发现，实际有用的边其实并没有 $N^2$ 条。  
对于一个点，在每 $45^\circ$ 角内只可能连向离它最近的那个点。  
如下图， $\angle A=45^\circ$ ，若点A既连向B，又连向C，且 $AB \geq AC$ 。  
容易发现， $BC \leq AB$ ，则可以用BC替换AB，形成新的生成树，并且不会比原来的差。



所以我们只要求一个点在其 $45^\circ$ 角的区域内离他最近的点就行了，而这可以用线段树或树状数组解决

我们以y轴正半轴往右偏 $45^\circ$ 角的区域为例：

点j在点i的这个区域要满足的条件是：

$$y_j - x_j > y_i - x_i$$

$$\text{且 } x_j > x_i$$

那么我们将点以x为第一关键字，y为第二关键字，排序后倒序插入线段树

线段树的线段这一维是离散后的 $y-x$ ，值是 $y+x$

我们要求的是大于 $y_i-x_i$ 的最小的 $y+x$ ，而 $x_j>x_i$ 这个条件已经由插入顺序满足了

这样我们成功的解决了这个区域的点

而其他区域的点我们可以通过坐标变换转移到这个区域

由于对称性，我们注意到其实只要求 $x$ 轴或 $y$ 轴正半轴所在的四个区域就行了

那么这个问题就这样解决了

不过，我没有找到地方提交这个题目.....只是AC了zzy的题