

## 【网络流】线性规划的最小割建模方式

前几天在师大附中听课，大概了解了一些关于网络流的建模方式，然后今天上午做了一些题目，在这里总结一下。

### 最小割的线性规划建模方式：

有一些0/1变量 $X_i$ ，怎么怎么样之后会消耗某些代价或者获得某些利益，而最后的总收益可以写成如下的形式：

$$\min\{ \sum \max\{X_i - X_j, 0\} * W_{ij} \}$$

其中 $W_{ij}$ 必须是正数。

那么假设源为1，汇为0，就将 $X_i$ 连一条流量为 $W_{ij}$ 的边到 $X_j$ 。

如果有形如 $1 - X_i$ 之类的形式就是从源向 $X_i$ 连边， $X_i - 0$ 这种形式就是 $X_i$ 向汇点连边。

那么如果 $W_{ij}$ 是负数怎么办？

比如 $X_i * W_{ij}$  ( $W_{ij} < 0$ )

$$X_i * W_{ij} = (-X_i) * (-W_{ij}) = (1 - X_i) * (-W_{ij}) + W_{ij}$$

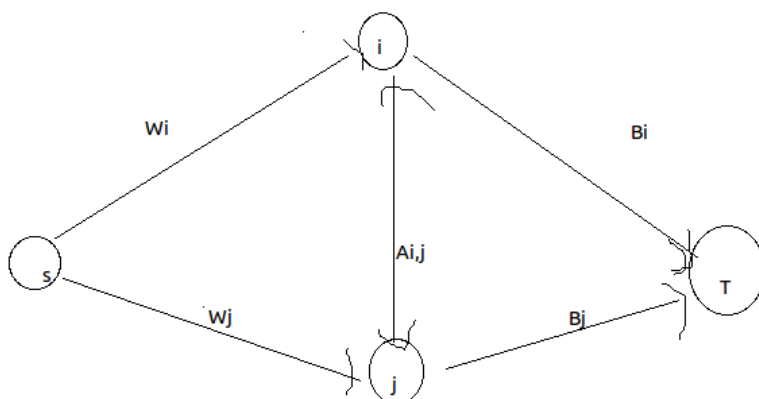
这样就化成正数了，然后后面的 $W_{ij}$ 是一个常数，可以全部提到外面去。

比如我随便YY一个题目。。一堆棋子，其中把第 $i$ 个变成白色有 $W_i$ 的不和谐度，变成黑色有 $B_i$ 的不和谐度，如果某个 $i$ 和 $j$ 颜色不一样就会有 $A_{i,j}$ 的不和谐度，要求不和谐度最小。。

恩。。假设1是黑色，0是白色，那么线性规划出来就是

$$\min\{\sum \max\{X_i, 0\} * B_i + \sum \max\{1 - X_i, 0\} * W_i + \sum \max\{X_i - X_j, 0\} * A_{i,j} + \sum \max\{X_j - X_i, 0\} * A_{i,j}\}$$

那么怎么连边就显而易见了啊。。按照上面的规则连就是了，1代表源，0代表汇。



呀好丑TAT

有时候会出现让你最大化收益的情况，其实是一样的，因为 $\max\{A_i\} = -\min\{-A_i\}$

你在里面加个负号就行了，然后化一化就好。

如果有依赖怎么办？比如说要先选*i*才能选*j*

那么就加上  $\max\{X_j - X_i, 0\} * INF$  就行。如果*j*是1，*i*是0的话就会有INF的代价。好口怕QAQ。

比如说最大闭权子图就可以这么做，按照公式推出来建边就行了，显然是正确的OwO。比如选第*i*件物品的代价是*W<sub>i</sub>*（可正可负）

$$Ans = \max\{\min\{\sum X_i * W_i\} + \sum \max\{X_j - X_i, 0\} * INF\} = -\min\{-\sum\{X_i * W_i\} - \sum \max\{X_j - X_i, 0\} * INF\}$$

然后将*W<sub>i</sub>*分正负进行处理，后面第二部分的那个减号就把*X<sub>j</sub> - X<sub>i</sub>*改成*X<sub>i</sub> - X<sub>j</sub>*就行了。

线性规划建模很无脑的。。只要初中数学及格就能建了。

总之网络流也就是建模要想一下（这不废话么摔(ノ`□')ノ ㄟ——ㄟ），跑最大流的话.....随便吧，反正我是更喜欢ISAP。

---