

第一章习题解答

1.1 根据汤姆孙的原子模型, 已知氢原子的电离能是 13.6eV.

- (1) 试确定氢原子的半径 (请先写出均匀电荷分布球内的电势);
- (2) 若氢原子的辐射波长为 $0.6\mu\text{m}$, 试估算原子的半径。

解:

(1) 设原子半径为 R , 在球内一点, 距球心的距离为 r , 假定在无穷远处是电势为 0, 则该点的电势 V :

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^R \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ V(r) &= \int_r^R \frac{e \cdot r'}{4\pi\epsilon_0 R^3} dr' + \int_R^\infty \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' \\ &= \frac{e(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3} \end{aligned}$$

该点的电势能 $E = \frac{-e^2(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3}$ 。

在汤姆逊模型内, 氢原子的电离能是:

$$\frac{e^2 3}{8\pi\epsilon_0 R} = 13.6\text{eV}$$

解得: $R = 0.16\text{ nm}$ 。

(2) 电子受力 $F = \frac{e^2 r}{4\pi\epsilon_0 R^3}$, $F = m_e \omega^2 r$ 。 $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3} = \omega^2 = \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2$

代入数据: $R = 2.95 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。

1.2 动能 $T = 0.87\text{MeV}$ 的质子轰击静止的汞核, 当散射角 $\theta = \pi/2$ 时, 求它们之间的最小距离和瞄准距离。

解: $D = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) \left(\frac{zZe^2}{E}\right) = 1.32 \times 10^{-13} \text{ m}$

瞄准距离:

$$b = \frac{D \cdot \cot(\theta/2)}{2} = 0.66 \times 10^{-13} \text{ m}$$

最小距离:

$$r_m = \frac{D}{2} \left[1 + \frac{1}{\sin(\theta/2)}\right] = 1.59 \times 10^{-13} \text{ m}$$

1.3 一窄束动能为 100 keV 的质子垂直地入射在厚度为 1.0 mg/cm² 的金箔上, 计数器记录以 60° 角散射的质子。加速器圆形输入孔的面积为 1.0 cm², 它到金箔散射区的距离保持 10 cm, 输入孔垂直对着射到它上面的质子。试求射进计数器的质子的百分数 (金 Au: A = 197, Z = 79, $\rho = 1.93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$)。

解:

$$\frac{dn}{n} = Nt \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \times d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZ}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$= 1.29 \times 10^{-24} \text{ m}^2$$

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = 1.29 \times 10^{-26} \text{ m}^2$$

$$\frac{dn}{n} = d\sigma \cdot N \cdot t = 1.29 \times 10^{-26} \text{ m}^2 \times 3.06 \times 10^{18} / \text{cm}^2$$

$$= 0.039\%$$

1.4 动能 $T = 1.2 \text{ MeV}$ 的质子和金原子核散射, 散射在从 $\theta = \pi/3$ 到 π 的角间隔内, 试计算与此相应的散射截面。

解:

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega = 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZ}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

代入数据, 得: $d\sigma = 211 \text{ b}$

1.5 一束动能为 1.0 MeV 的强度为 3.6×10^4 个/秒 的 α 粒子, 垂直地射在厚度为 1.0 μm 的金箔上。试求 10 min. 内被金原子散射到下列角间隔里的 α 粒子的数目。

- (1) $59^\circ \sim 61^\circ$;
- (2) $\theta > \theta_0 = 60^\circ$;
- (3) $\theta < \theta_0 = 10^\circ$

解: (1)

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega = 2\pi \int_{59^\circ}^{61^\circ} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZ}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

$$= 9.83 \times 10^{-27} \text{ m}^2$$

$$\frac{dn}{n} = d\sigma \cdot N \cdot t = 5.9 \times 10^{-22} \text{ m}^{-2} \times 9.83 \times 10^{-27} \text{ m}^{-2} = 5.8 \times 10^{-4}$$

10 分钟散射的粒子数:

$$n = 3.6 \times 10^4 \cdot 5.8 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^2 = 1.25 \times 10^4$$

(2) 同上问, 改变积分区间: 计算得:

$$n = 1.55 \times 10^5$$

(3) 散射到 10 度—180 度的粒子数可以计算得:

$$n = 6.75 \times 10^6$$

总的粒子数: 2.16×10^7

故散射到 0 度—10 度的粒子数为: 1.48×10^7

1.6 对于氢原子、 He^+ 、 Li^{++} ，若认为原子核是不动的，试计算

- (1) 前两个玻尔轨道的半径及电子在这些轨道上的速度;
- (2) 电子在基态的动能和它的结合能;
- (3) 第一激发态电势及共振线 (指第一激发态和基态间的跃迁辐射) 的波长。

解: (1)
$$r_n = \frac{n^2}{Z} a_0, \quad v_n = \frac{\alpha c}{n} Z$$

氢原子 $Z=1$: $r_1 = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$, $r_2 = 2.12 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$v_1 = 2.2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_2 = 1.1 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

He^+ , $Z=2$: $r_1 = 0.26 \times 10^{-10} \text{ m}$, $r_2 = 1.06 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$v_1 = 4.4 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_2 = 2.2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Li^{++} , $Z=3$: $r_1 = 0.18 \times 10^{-10} \text{ m}$, $r_2 = 0.71 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$v_1 = 6.6 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_2 = 3.3 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- (2) 氢原子 电子动能 $T = 13.6 \text{ eV}$, 结合能 $E = 13.6 \text{ eV}$
氦离子 电子动能 $T = 54.4 \text{ eV}$, 结合能 $E = 54.4 \text{ eV}$
二价锂离子 电子动能 $T = 122.4 \text{ eV}$, 结合能 $E = 122.4 \text{ eV}$
- (3) 氢原子的第一激发势: $U = 10.2 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 121.6 \text{ nm}$$

氦离子: $U = 40.8 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 30.4 \text{ nm}$$

二价锂离子: $U = 91.8 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 13.5 \text{ nm}$$

1.7 已知氢原子的电离能为 13.6 eV 。试问 B^{++++} 类氢离子从 $n=2$ 能级跃迁到 $n=1$ 的辐射能量。

解: B^{++++} 的基态结合能: $13.6 \times 5^2 = 340 \text{ eV}$

$n=2$ 到 $n=1$ 的辐射能量: 255 eV

1.8 已知氢原子的巴耳末系及 He^+ 的毕克林系的线系限为 2741940 和 2743059 m^{-1} , 求质子和电子质量之比。

解： 里德伯常量 $R_M = R_\infty \frac{M}{m_e + M}$

这两个线系的线系限 $\tilde{\nu} = R_M \left(\frac{1}{2^2} \right)$

可得： $\frac{\tilde{\nu}_H}{\tilde{\nu}_{He}} = \frac{M_p}{m_e + M_p} \cdot \frac{m_e + 4M_p}{4M_p} = \frac{2741940}{2743059}$

$$M_p : m_e = 1837.5$$

1.9 能量为 6.0 MeV 的质子束被金箔散射，其中有 1.0×10^{-4} 的入射质子的散射角大于 60° ，求金箔的厚度。

解：

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot d\Omega = 2\pi \int_{\pi/3}^{\pi} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZ}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

$$\frac{dn}{n} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZ}{4E} \right)^2 Nt \frac{8\pi}{\sin^3(\theta/2)} d\sin(\theta/2)$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZ}{4E} \right)^2 Nt \int_{30}^{90} \frac{8\pi}{\sin^3(\theta/2)} d\sin(\theta/2)$$

$$= 1.44(\text{eV} \cdot \text{nm})^2 (79/4 \cdot \text{E})^2 (5.9 \times 10^4) 12\pi \cdot t = 10^{-4}$$

$$t = 2.03 \mu\text{m}$$

1.10 当氢原子跃迁到激发能为 10.19 eV 的状态时，发射一个波长为 485 nm 的光子，试确定初始能态的结合能。

解：光子的能量： $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{485 \text{ nm}} = 2.56 \text{ eV}$

初始状态的结合能： $13.6 - 10.19 - 2.56 = 0.85 \text{ eV}$

1.11 某种类氢离子的光谱中，已知属于同一线系的三条谱线的波长分别为 99.2nm, 108nm 和 121.5nm。试问还可以预言哪些光谱线？

解： $R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

$\frac{\tilde{\nu}}{R}$ 分别为：0.9189, 0.8401, 0.7503 很接近 R，所以

可写为 $\tilde{\nu} = R \left(1 - \frac{1}{k^2} \right)$ ， $k = 3.5, 2.5, 2$ 。

Z=偶数的类氢离子都可能这三条谱线，不过，可能性最大是

Z=2, $\tilde{\nu} = 4R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ 的谱系， $m=2, n=4, 5, 7$

可以预言属于同一谱线系的波长:

$$n=3, \quad \lambda=164.1nm$$

$$n=6, \quad \lambda=102.5nm \text{ 及 } n=8, 9, \dots \text{ 的谱线。}$$

1.12 若氢原子被激发到 $n=10$ 的能级, 试问可能发射的谱线有多少条?

解: 共有 45 种谱线。

1.13 气体放电管用能量为 12.2eV 的电子去轰击氢原子, 试确定此时的氢所发射的谱线的波长。

解: 氢原子各态的结合能: 13.6eV , 3.4eV , 1.5eV , \dots ,

12.2eV 的能量可以使 $n=1$ 能级的电子跃迁到 $n=2$, $n=3$ 能级, 退激发时可以发射的光子能量: 12.1eV , 10.2eV , 1.9eV ; 波长有 102.6 , 121.8 , 653nm 。

1.14 对于一个正电子和负电子所组成的原子体系 (电子偶素), 试求出:

(1) 在基态时粒子之间的距离;

(2) 电离电势和第一激发电势;

(3) 里德伯常量及共振线 (指第一激发态和基态间的跃迁辐射) 的波长。

解: (1) 基态粒子之间的距离 $r_1 = 2a_0 = 1.06 \times 10^{-10} \text{m} = 0.106\text{nm}$

$$(2) \text{ 电离电势 } E = 13.6/2 = 6.8\text{eV}$$

$$\text{第一激发电势 } E = 3.4/2 = 1.7\text{eV}$$

$$(3) \text{ 里德伯常量: } R = \frac{1}{2} R_\infty = 0.548 \times 10^7 \text{m}^{-1},$$

$$\text{共振线波长: } \lambda = \frac{1240\text{eV} \cdot \text{nm}}{5.1\text{eV}} = 243\text{nm}$$

1.15 若有一个质量为 $207m_e$, 负电荷的 μ 介子和 $Z=1$ 的原子核组成一个原子, 试计算:

(1) 基态时 μ 介子和核之间的距离;

(2) 当原子核是质子和氘 (^2H) 核时, 原子基态的能量。

解: (1) 基态时的介子与核的距离: 此系统的约化质量

$$m = \frac{207 * 1836}{207 + 1836} m_e = 186m_e, \quad r_1 = a_0/186 = 2.85 \times 10^{-4} \text{nm}。$$

$$(b) E = -\frac{1}{2} m(\alpha c)^2, \text{ 原子核是质子时: } E = -2530 \text{eV};$$

$$\text{原子核氘核时: } m_{d\mu} = \frac{207 * 1836 * 2}{207 + 1836 * 2} m_e = 196m_e$$

$$E = -2665 \text{eV}。$$

1.16 设氢原子原来是静止的, 求当由 $n=4$ 的态直接跃迁到 $n=1$ 的态时原子的反冲速度、发射光子的波长, 并给出与不考虑反冲时光子的波长的差别。

解: 跃迁时两能级的能量间隔 $E_0=12.75 \text{eV}$, 这能量提供了光子能量 $E_{\text{光子}}$ 及原子反冲的动能 E_R , $E_0 = E_{\text{光子}} + E_R$ 。

由于原子核的质量 M 很大, 可以用非相对论来处理反冲原子的动能

$$E_R = \frac{P_R^2}{2M} = \frac{P_{\text{光子}}^2}{2M} = \frac{E_{\text{光子}}^2}{2Mc^2},$$

忽略 E_0/Mc^2 的高次项, 可得 $E_{\text{光子}} \approx E_0 - \frac{E_0^2}{2Mc^2}$, 式中的第二项很小,

可近似认为光子动量: $12.75 \text{ eV}/c$,

由动量守恒原子的反冲动量 $MV = 12.75 \text{ eV}/c$, $V = 1.36 \times 10^{-8} \text{ c} = 4.1 \text{ m/s}$,

考虑核反冲后的光子能量, 由能量守恒,

$$E_{\text{光子}} \approx E_0 - \frac{E_0^2}{2Mc^2} = E_0 \left(1 - \frac{E_0}{2Mc^2}\right) = E_0 (1 - 7 \times 10^{-9})$$

$$\lambda = 97.4 \text{ nm}, \quad \Delta\lambda = 6.6 \times 10^{-7} \text{ nm}.$$

1.17 氢原子由基态激发到 $n=4$ 的状态:

(1) 计算原子吸收的能量;

(2) 原子回到基态时可能发射光子的波长。它们属于哪个谱系?

解: (1) $n=4$ 的能级比基态能量高为 12.75 eV , 所以需吸收 12.75 eV ;

(2) 97.4 nm , 102.7 nm , 121.8 nm , 赖曼系;

487 nm , 653 nm , 巴耳末系;

1911 nm , 帕邢系

1.18 玻尔认为在量子数很大即电子轨道半径很大时, 量子物理的规律应和经典物理的规律应该是一致的, 称作对应原理。试将这思想运用在氢原子的情形, 并推出轨道角动量量子化的公式。

解:

在 n 值很大时, 相邻轨道间的跃迁, 即 $m=n-1$ 。由式

$$\nu = Rc \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = Rc \left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) = Rc \frac{1}{n^2} \left(\frac{1}{(1-1/n)^2} - 1 \right)$$

$$n \gg 1 \text{ 时 } \nu = \frac{2Rc}{n^3}.$$

将这频率作为轨道运动的频率代入卢瑟福行星模型。由式 (1.3.1) 和 (1.3.2), 得总能量

$$E = -\frac{e^2}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2(4\pi\epsilon_0)^{2/3}} (e^4 m_e \cdot (\frac{2\pi 2Rc}{n^3})^2)^{1/3},$$

这能量和定态的能量 $E = -\frac{Rhc}{n^2}$ 应相等, 则得里德伯常数

$$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

m_e 是电子的质量。将这代入 (1.3.2) 得

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} n^2 \quad n=1, 2, 3, \dots$$

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \cdot \frac{1}{n}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

计算轨道角动量 l 得

$$l = m_e v_n r_n = n\hbar, \quad \text{其中 } n=1, 2, 3, \dots$$

这个量子化规则也常作为玻尔假设。

第二章习题解答

2.1 氦氖激光器发出波长为 632.8 nm 的红光，求激光束中光子的能量。

解：
$$E = \frac{1240}{632.8} = 1.96 \text{ eV}$$

2.2 钾的功函数为 2.2 eV，用波长 350.0 nm 的紫外光照射钾表面，计算光电子的最大动能值。

解：紫外光的能量：
$$E = \frac{1240}{350} = 3.54 \text{ eV}$$

最大动能：
$$3.54 - 2.2 = 1.34 \text{ eV}$$

2.3 (1) 若一个 100 MeV 的光子被一个质子散射，计算在 90° 方向散射光子的能量；
(2) 求反冲质子的速度（质子的静止质量为 938.26 MeV）。

解：
$$v' = \frac{v}{1 + \frac{h\nu}{m_p c^2} (1 - \cos \theta)}$$

90° 方向，
$$E' = h\nu' = 90.4 \text{ MeV}$$

反冲质子的能量：
$$100 - 90.4 = 9.6 \text{ MeV}$$

速度：
$$v = \sqrt{\frac{2E}{M}} = 0.14c$$

2.4 波长为 0.071 nm 的 X 射线光子被自由电子散射到 135° 散射角，求散射光子的能量。

解：
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

在 $\theta = 135^\circ$ 方向：
$$\Delta\lambda = 0.004 \text{ nm}$$

$$\lambda' = 0.071 + 0.004 = 0.075 \text{ nm}$$

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0.075} = 16.5 \text{ keV}$$

2.5 计算下列粒子的德布罗意波长：

- (1) 50 eV 的光子;
 (2) 动能为 50 eV 的电子;
 (3) 动能为 50 eV 的中子 (中子的静止能为 940 MeV)

解: (1) 50eV 的光子: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{1240}{50} = 24.8nm$

(2) 动能 50eV 的电子: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = 0.174nm$

(3) 动能 50eV 的中子: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n E_k}} = 0.004nm$

2.6 气体分子在室温下的动能为 0.025 eV, 请计算室温下氢分子的德布罗意波长, 设氢分子的静止能为 1877 MeV。

解: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n E_k}} = 0.13nm$

2.7 (1) 显微镜可以分辨的最小线间隔, 原则上约等于照射光的波长。一般电子显微镜的电子束能量为 50 keV 计算这种电子显微镜的最高分辨本领。

(2) 计算动能为 12.4 GeV (1 GeV = 10^9 eV) 电子的德布罗意波长。

解: (1) $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = 5.5 \times 10^{-3} nm$

(2) $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}} = 1 \times 10^{-7} nm$

2.8 同时确定一个 15 eV 的电子的位置和动量, 若位置的误差为 0.1 nm, 试求动量的不确定量。

解: $\Delta x = 0.1nm$
 $\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = 12.4 \text{ keV}/c$

2.9 下列各粒子限制在线度 L 的一维盒中, 请利用海森伯不确定关系式估计它们具有的最小动能:

- (1) 电子限制在 $L = 1 \text{ \AA}$ 的盒子中;
 (2) 电子限制在 $L = 10 \text{ fm}$ (原子核尺寸) 的盒子中, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$;
 (3) 中子限制在 $L = 10 \text{ fm}$ 的盒子中;
 (4) 质量为 $m = 10^{-6} \text{ g}$ 的粒子限制在 $L = 10^{-6} \text{ m}$ 的盒中。

解: $\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x}$, $\Delta p \approx p$, $E = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{h^2}{2mL^2}$

- (1) $L=0.1\text{nm}$, $m=511\text{KeV}$, $E=150\text{eV}$;
 (2) $L=10\text{fm}$, $m=511\text{KeV}$, $E=1.5 \times 10^{10}=15\text{ GeV}$;
 (3) $L=10\text{fm}$, $m=940\text{MeV}$, $E=8.1\text{ MeV}$;
 (4) $L=10^{-6}m$, $m=10^{-6}g$, $E=2.2 \times 10^{-46}\text{J}$ 。

2.10 金属中的电子在近表面处所受到的势场可近似为阶跃势场，试估算铜中的自由电子的透入距离（设铜的功函数为 4 eV ）。

解：透入距离：
$$\frac{1}{\kappa_2} = \frac{h}{\sqrt{2m(V_0 - E)}}$$

代入数据：
$$\frac{1}{\kappa_2} = \frac{197.3\text{MeV} \cdot \text{fm}}{\sqrt{2 \times 0.511\text{MeV} \times 4\text{eV}}} = 9.76 \times 10^4 \text{ fm}$$

2.11 质量为 m 的粒子在一无限深势阱中运动，它的能量本征函数 $u(x) = \sin kx$ ，试计算它的非相对论动能。

解：
$$E_k = -\frac{h^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}; \quad E_k u(x) = -\frac{h^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x) = \frac{h^2 k^2}{2m} u(x)$$

所以非相对论动能为 $E = \frac{h^2 k^2}{2m}$ 。

2.12 质量为 m 的粒子在一维势场 $V(x) = 1/2 m \omega^2 x^2$ 中运动。

- (1) 写出它的定态薛定谔方程；
 (2) 已知它的哈密顿算符的本征函数为

$$u_0(x) = e^{-\left(\frac{m\omega}{2h}\right)x^2}$$

$$u_1(x) = 2\sqrt{\frac{m\omega}{h}} x e^{-\left(\frac{m\omega}{2h}\right)x^2}$$

试计算每个本征函数的能量本征值；

- (3) 试由不确定关系， $\Delta x \Delta p \approx h$ ，证明粒子的最低能量 $\approx h\omega$ 。

解：(1)
$$-\frac{h^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + Vu = Eu; \quad -\frac{h^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x) + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 u(x) = Eu(x)$$

(2) 将 $u_0(x) = e^{-\left(\frac{m\omega}{2h}\right)x^2}$ 代入上式，得

$$E_0 = \frac{h\omega}{2}$$

同样可以解得：
$$E_1 = \frac{3h\omega}{2}$$

(3) 设最低能量 E , $E = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$,

设 $x \sim \Delta x$, $p \sim \Delta p$, 于是 $\Delta x = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}}$,

$$\text{又 } E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{h^2}{2m(\Delta x)^2}, \text{ 可以解得: } E = \frac{h\omega}{2}$$

2.13 氢原子的 $2p_{3/2}$ 态的平均寿命是 $1.6 \times 10^{-9} \text{ s}$, 试求这个状态能量的不确定量 (能级的自然宽度)。

解:
$$\Delta E = \frac{h}{\Delta t} = 4.11 \times 10^{-7} \text{ eV}$$

2.14 假如电子被束缚在一个宽度为 1 \AA 的无限深势阱中, 试计算它处在最低的三个能态的能量。

解: 一维无限深势阱能级:
$$E_n = \frac{h^2}{8ma^2} n^2$$

$$n=1 \quad E_1=38\text{eV}$$

$$n=2 \quad E_2=151\text{eV}$$

$$n=3 \quad E_3=340\text{eV}$$

2.15 分别以波长为 5000 \AA 和 0.1 \AA 的光照射到某金属上, 求 $\theta = 90^\circ$ 方向上的康普顿散射光的波长。

解:
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = 0.0024 \text{ nm}$$

$$\lambda = 500 \text{ nm}, \quad \lambda' = 500.0024 \text{ nm}$$

$$\lambda = 0.01 \text{ nm} \quad \lambda' = 0.0124 \text{ nm}$$

2.16 粒子相应的约化康普顿波长表示为 $\lambda_c = \frac{h}{mc}$, m 是粒子的静止质量。电子的经典半径

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}, \text{ 其中 } m_e \text{ 是电子的静止质量, } e \text{ 是电子的电荷。}$$

(1) 计算电子的约化康普顿波长及经典半径和氢原子的玻尔半径之比, 即 $\frac{\lambda_c}{a_0}, \frac{r_e}{a_0}$, 并以

h, c, e 表示;

(2) 已知精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$, 请给出 λ_c 和 r_e 的数值。

$$\text{已知 } a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \approx 0.53 \text{ \AA};$$

(3) 计算 π 介子的康普顿波长 (π 介子的静止质量为 $140 \text{ MeV}/c^2$)。

解: (1)
$$\frac{\lambda_c}{a_0} = \frac{h}{mc} \cdot \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 h^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 hc} = \alpha;$$

$$r_e / a_0 = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 hc} \right)^2 = \alpha^2$$

(2) $\lambda_c = 0.0039 \text{ \AA}, r_e = 2.8 \times 10^{-6} \text{ nm} = 2.8 \text{ fm};$

(3)
$$\lambda_\pi = \frac{h}{m_\pi c} = 1.4 \times 10^{-6} \text{ nm} = 1.4 \text{ fm}.$$

2.17 在大气层上部由于太阳光子的作用氧分子解离为两个氧原子。光子能引起氧解离的最长波长为 $\lambda = 1.75 \times 10^{-7} \text{ m}$ 。求氧分子的束缚能。

解: 能引起解离需要的光子最低能量为 $hc/\lambda_{\max} = 7.08 \text{ eV}$, 即氧分子的束缚能为 7.08 eV 。

2.18 人的裸眼能察觉黄光的极限是视网膜接受到的功率为 $1.8 \times 10^{-18} \text{ W}$ 。黄光的波长约 6000 \AA 。求此情况下每秒落在视网膜上的光子数目。

解: $\lambda = 6000 \times 10^{-8} \text{ cm}$, 光子的能量 $= hc/6000 \times 10^{-8} = 2.06 \text{ eV}$,

$$1.8 \times 10^{-18} \text{ W} / (1.6 \times 10^{-19} \text{ eV} \cdot 2.06) = 5.4 \text{ 个光子}.$$

2.19 在室温 ($\sim 25^\circ \text{C}$) 时处于热平衡下的中子称为热中子。中子的质量为 $1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ($939.5 \text{ MeV}/c^2$), 中子不带电。求:

(1) 热中子的动能和其相应的德布罗意波长;

(2) 当平行热中子束射在晶格间距为 2.82 \AA 的 NaCl 晶体, 反射束发生第一个最大时的入射束角度。

解: $E_{\text{动能}} (298 \text{ K}) = (3/2) kT = 6.17 \times 10^{-21} \text{ J} = 38.5 \text{ meV},$

$$(1) \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 1.458 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.146 \text{ nm},$$

(2) 入射束和晶面法线的夹角 $\theta = 15.5^\circ$ 。

2.20 设一个电子在离质子很远处是静止的, 在与质子的库仑作用下向质子靠近。求当电子距质子 1 m 和 0.5 \AA 处时, 它相应的德布罗意波长。

解: 非相对论情形 $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$, $R=1 \text{ m}$ 时电子的动能 $E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (1 \times 10^9)} = 1.44 \times 10^{-9} \text{ eV},$

$$\lambda = 3.232 \times 10^{-5} \text{ m} = 32.3 \text{ \mu m},$$

$$\lambda (R=0.5 \times 10^{-10} \text{ m}) = 0.23 \text{ nm}.$$

第三章 习题解答

3.1 试问基态氢原子是否能吸收可见光?

解: 基态氢原子跃迁到第一激发态需能量 10.2 eV , 对应的光波长 121.8 nm , 基态氢原子吸收

第三章 习题解答

3.1 试问基态氢原子是否能吸收可见光?

解: 基态氢原子跃迁到第一激发态需能量 10.2eV, 对应的光波长 121.8nm, 基态氢原子吸收光的波长必须比 121.8nm 短, 所以氢原子不能吸收可见光。

3.2 试问氢原子处于 $n = 2$ 的能级有多少个不同的状态? 并列各个状态的量子数。

解: 可以处于状态: 2 个态 $^2S_{1/2}$ $s=1/2, l=0, j=1/2, m_j = \pm 1/2$

2 个态 $^2P_{1/2}$ $s=1/2, l=1, j=1/2, m_j = \pm 1/2$

4 个态 $^2P_{3/2}$ $s=1/2, l=1, j=3/2, m_j = \pm 3/2, \pm 1/2$

3.3 已知氢原子的状态波函数为

$$u_{nlm} = \frac{1}{81\sqrt{6\pi}a_0^{3/2}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 e^{-r/3a_0} (3\cos^2\theta - 1)$$

试通过 u_{nlm} 的主要特征的分析, 确定量子数 n, l, m_l 的值。

解: 对照氢原子波函数的一般形式, 由 $\exp(-r/na_0)$ 可定出 n , 由 $\sin\theta, \cos\theta$ 的次方得 l 量子数, 由 $e^{im\varphi}$ 得 m 量子数。由此可推得此状态的量子数

$$n=3, l=2, m_l=0$$

3.4 试给出氢原子中电子在基态时的平均电势。

解: 电子的电势可以写作 $U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$,

$$\begin{aligned} \langle U_{10} \rangle &= \int_0^\infty R_{10}^* \left(-\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}\right) R_{10} r^2 dr = \int_0^\infty \frac{4}{a_0^3} \left(-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right) r \exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right) dr \\ &= -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0} \end{aligned}$$

3.5 对氢原子中的 2s 和 2p 电子, 试分别计算它们进入 $r < 10^{-13}$ cm (即在原子核内) 的概率 (近似计算, 给出数量级)

解: $P(r)dr = R_{nl}^* R_{nl} r^2 dr$

对 2s 电子, $n=2, l=0$ 。

$$\text{概率: } P = \int_0^r R_{20}^* R_{20} r^2 dr = \int_0^r \left(\frac{1}{2a_0}\right)^3 \left(2 - \frac{r}{a_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) r^2 dr$$

$$= \frac{1}{8a_0^3} \left\{ 4 \int_0^r r^2 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) dr - \frac{4}{a_0} \int_0^r r^3 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) dr + \frac{1}{a_0^2} \int_0^r r^4 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) dr \right\}$$

令 $x = \frac{r}{a_0} = 10^{-13}/5.3 \times 10^{-9} = 1.89 \times 10^{-5}$ ，是一个很小的量。

可以近似展开 $\exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) \sim 1 - \frac{r}{a_0}$ ，忽略高次项，

则 $P < 1/8 \times (4/3 x^3 + \dots) \sim 1 \times 10^{-15}$

对 2p 电子， $n=2$ ， $l=1$ ，

$$\text{概率: } \int_0^x R_{21}^* R_{21} r^2 dr = \int_0^x \frac{1}{24a_0^3} \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) r^2 dr$$

$$P = \frac{1}{24a_0^3} \left[-\frac{1}{a_0} \int r^4 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) - 4 \int_0^r r^3 \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) dr \right]$$

$$\sim 1/24 \times (1/5 x^5 + \dots) = 2 \times 10^{-26}$$

3.6 (1) 计算氢原子 $l=3$ 量子态的角动量矢量的大小。

(2) 给出在外磁场中（设磁场方向为 z ）此原子角动量在磁场方向的分量。

解：角动量矢量的大小： $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = 2\sqrt{3}\hbar$ 。

角动量在磁场方向的分量： $L_z = m_l \hbar$ ， $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$

3.7 估计跃迁时发射波长为 500 nm 光子的原子激发态的寿命，设电偶极矩振幅 $d \sim 10^{-8}$ cm

$$\text{解: } \lambda_{if} = \frac{16\pi^3 \nu^3}{3\epsilon_0 \hbar c^3} |P_{if}|^2 = 5.8 \times 10^7, \quad \nu = 6 \times 10^{14} \text{ 1/s}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda_{if}} = 1.7 \times 10^{-8} \text{ s}$$

3.8 氢原子处于 $n=3$ 的能态，假设由 $n=3 \rightarrow n=2$ 和 $n=3 \rightarrow n=1$ 跃迁的电偶极矩是相同的，试估算发射谱线的相对强度。

$$\text{解: 由于跃迁几率} \quad \lambda_{if} = \frac{16\pi^3 \nu^3}{3\epsilon_0 \hbar c^3} |P_{if}|^2$$

$$\frac{\nu_{32}}{\nu_{31}} = \frac{E_{32}}{E_{31}} = \frac{5}{32} \quad \text{所以} \quad \frac{\lambda_{if32}}{\lambda_{if31}} = \frac{5^3}{32^3}$$

辐射强度: $I \propto \lambda_{if} \cdot N_k \cdot E_{if}$

所以强度比: $\frac{I_{32}}{I_{31}} = \left(\frac{5}{32}\right)^4 = 6 \times 10^{-4}$

3.9 试求 $T = 300 \text{ K}$ 时处于主量子数 $n = 2$ 状态的氢原子与基态的氢原子的相对数目。

解: 考虑在热平衡时原子的分布可用玻尔兹曼分布: $\frac{N_2}{N_1} = \frac{\exp(-E_2/kT)}{\exp(-E_1/kT)}$

而且 $E_2 = -3.4 \text{ eV}$, $E_1 = -13.6 \text{ eV}$

$$\frac{N_2}{N_1} = 9.16 \times 10^{-18}$$

若考虑 $n=2$ 和基态的权重因子时, 有 $g_2/g_1 = 4$, 所以 $N_2/N_1 = 4(9.16 \times 10^{-18}) = 3.66 \times 10^{-17}$ 。

3.10 在原子的两个激发态之间跃迁的结果, 产生 $\lambda = 532 \text{ nm}$ 的光谱线。原子在这两个激发态的平均寿命为 $1.2 \times 10^{-8} \text{ s}$ 和 $2.0 \times 10^{-8} \text{ s}$, 试根据这条谱线的自然宽度 $\Delta\lambda$ 。

解: 谱线的自然宽度可以认为由相应能态宽度的均方根给出

$$\Gamma = \sqrt{\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2} = 6 \times 10^{-8} \text{ eV},$$

两个激发态能量差: $E = \frac{hc}{\lambda} = 2.33 \text{ eV},$

$$\Delta\lambda = \frac{hc\Gamma}{E^2} = 1.4 \times 10^{-5} \text{ nm}.$$

3.12 氢原子 2p 能级的电偶极辐射的平均寿命是 1.6 ns , 试估计一价氦离子的 2p 能级的寿命。

解: 由于 $\lambda_{if} = \frac{16\pi^3 \nu^3}{3\epsilon_0 hc} \left| \langle P_0 | \right|^2$

类氢离子能级的能量正比于核电荷数的平方, 因此 $\nu_{He} = 4\nu_H$ 。

类氢离子的电子轨道半径与核电荷数成反比, 因此 $r_{He} = 1/2 r_H$, 所以氦离子的电偶极距是氢的一半。所以

$$\lambda_{ifHe} = 16\lambda_{ifH}$$

寿命: $\tau_{He} = 1/16\tau_H$

$$\tau_{He} = 0.1 \text{ ns}$$

3.13 在施特恩—格拉赫的实验里，窄银原子束通过不均匀磁场而射到屏上。已知磁场区长度 $a = 10 \text{ cm}$ ，屏和磁场边缘的距离 $b = 20 \text{ cm}$ ， $v = 300 \text{ m/s}$ 。试问当磁场梯度值为多大时，线束窄屏上的裂距为 2 mm ？

解：银原子受力：
$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

银原子经过 a 段用时：
$$t_a = \frac{a}{v} = 0.33 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$v_{\perp} = t (F_z / m)$$

$$\frac{v_{\perp}}{v} = \frac{0.1}{25} = 4 \times 10^{-3}$$

Ag: $A = 108$, $F_z = v_{\perp} \times M / t$,

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{F_z}{\mu_z} = \frac{4 \times 10^{-3} \times 300 \times 108 \times 1.66 \times 10^{-27}}{t \times 0.927 \times 10^{-23}}$$

$$= 69.7 \text{ T/m}$$

3.14 对于 $l = 1$ 和 $s = 1/2$ ，计算 $l \cdot s$ 的可能值。

解： $l = 1, s = 1/2, j = 3/2$ 或 $1/2$

$$\mathbf{r}_s \cdot \mathbf{l} = \frac{j^2 - s^2 - l^2}{2}$$

$j = 3/2$ 时,

$$\mathbf{r}_s \cdot \mathbf{l} = \hbar^2$$

$j = 1/2$ 时,

$$\mathbf{r}_s \cdot \mathbf{l} = -\frac{\hbar^2}{2}$$

3.15 计算氢原子 $2p$ 态时电子轨道运动在原子核处所产生的磁场。

解： $n = 2, l = 1, r = 4a_0, L = \sqrt{2}\hbar$

$$B = \frac{Ze}{8\pi\epsilon_0 m_e c^2 r^3} L$$

$$= 0.138 \text{ T}$$

3.16 试计算氢原子莱曼线系第一条谱线的精细结构裂距 $\Delta\lambda$ 。

解： 氢原子 $n = 1$ 的能级不分裂， $n = 2$ 的能级分裂成两个能级。

由于

$$\Delta E_{n,j} = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n \left[\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2} \right]$$

能量裂距：

$$\Delta E = \Delta E_{2,1/2} - \Delta E_{2,3/2} = 4.5 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E_{2,1/2 \rightarrow 1}} - \frac{hc}{E_{2,3/2 \rightarrow 1}} = \frac{hc(\Delta E_{2,1/2} - \Delta E_{2,3/2})}{E_{2 \rightarrow 1}^2} = 5.4 \times 10^{-13} \text{ m}$$

$$= 5.4 \times 10^{-4} \text{ nm}.$$

其中 $E_{2 \rightarrow 1}$ 是氢原子 $n=2$ 和 $n=1$ 能级的能量差.

3.17 试确定氢原子的朗德因子值的变化范围。

解:
$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

对氢原子, $s=1/2$, $j=l+1/2$ 或 $j=l-1/2$

$$j=l+1/2 \text{ 时, } g = 1 + \frac{1}{2(l+1/2)}$$

当 $l=0$ 时, $j=1/2$, g 有最大值 2; 最小值趋近于 1

$$j=l-1/2 \text{ 时, } g = 1 - \frac{1}{2(l+1/2)}$$

当 $l=1$ 时, $j=1/2$, g 有最小值 $2/3$; 最大值趋近于 1

综上所述, 氢原子的 g 因子取值范围是 $[2/3, 1)$ 和 $(1, 2]$ 。即在 $2/3$ 和 2 之间, 但 $g=1$ 除外。

3.18 计算处于 $^2D_{3/2}$ 态原子的朗德因子及实验可测得的磁矩值。

解: $^2D_{3/2}$ 态的量子数为: $j=3/2$, $l=2$, $s=1/2$

$$g = 4/5$$

实验测得的磁矩值: $\mu_{jz} = g_j \cdot m_j \cdot \mu_B$

$$m_j=1/2 \text{ 时, } \mu_{jz} = 0.37 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}, \quad m_j=3/2 \text{ 时, } \mu_{jz} = 1.11 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}.$$

3.19 已知 $s=1/2$, $j=5/2$, $g=6/7$, 试写出原子态, 且以符号表示。

解: $s=1/2$, $j=5/2$, $g=6/7$, 利用 g 因子的计算公式列方程可以算出 $l=3$ 。

原子态是: $^2F_{5/2}$

3.20 试计算氢原子基态时的磁矩。

解: 氢原子基态时, $g_j = 2$, $j=1/2$, $m_j = 1/2$ 。

$$\mu_{jz} = \mu_B$$

3.21 试求 ^{208}Pb ($Z=82$) 的 μ 原子 2p 能级的精细结构裂距。(已知 μ 子的质量 $m_\mu = 207m_e$)

解: 这种奇异原子的能量可以表示为:

$$E_n = -\frac{Z^2 \alpha^2 \mu c^2}{2n^2}$$

精细结构的能量修正为：

$$\Delta E_n = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n \left(\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2} \right)$$

对于 $j=3/2, j=1/2$ 的两能级的裂距为：

$$\Delta E = -\frac{\alpha^2 Z^2}{2n} E_n = \frac{\alpha^4 Z^4 m_\mu c^2}{4n^3} = 0.42 \text{ MeV}$$

3.22 当 n 和 l 增加时，双重态的裂距迅速减小。试问在氢原子中 $2p$ 双重态的裂距与 $3d$ 双重态的裂距之比值有多大？

解：氢原子 $2p$ 双重态和 $3d$ 双重态的裂距可以表示为：

$$\Delta E = \frac{\alpha^4 m c^2}{2n^3} \left(\frac{1}{j_1+1/2} - \frac{1}{j_2+1/2} \right)$$

对 $2p$ 态： $n=2, j_1=1/2, j_2=3/2$

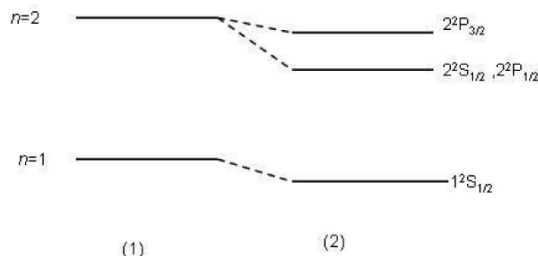
对 $3d$ 态： $n=3, j_1=3/2, j_2=5/2$

$2p$ 双重态和 $3d$ 双重态的裂距之比为 $162:16 = 10.1$

3.23 考虑氢原子基态和 $n=2$ 的激发态：

- (1) 不考虑精细结构，画出它们的能级图；
- (2) 考虑相对论效应后画出新能级且表明其光谱符号 (n, l, j) ；
- (3) 计算相对论修正后引起的能级移动和双层能级的间隔；
- (4) 考虑兰姆移位后对能级会有哪些影响？

解：(1), (2)



(3) 能级移动： $n=2$ ，

$$\Delta E_n = -\frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} E_n \left(\frac{3}{4} - \frac{n}{j+1/2} \right)$$

$$n=2, j=3/2: \quad \Delta E'_{2,1} = -1.13 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

$$n=2, j=1/2: \quad \Delta E'_{2,0} = -5.66 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

$$n=1, j=1/2: \quad \Delta E'_{1,0} = -1.81 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

双层能级 ($^2P_{3/2}, ^2P_{1/2}$) 之间的间隔为 $4.5 \times 10^{-5} \text{ eV}$ ；

(4) 考虑到兰姆移位后， $^2S_{1/2}$ 的能级要比 $^2P_{1/2}$ 的能级高。

3.24 一束自由电子经过一个 $B = 5000 \text{ Gs}$ 的均匀磁场，试问自旋“平行”和“反平行”于磁场 \mathbf{B} 的电子的能量相差多少？哪种电子的能量较大？

若用与上述能量差相应的光子照射电子，会引起电子的“自旋反转”引起。此现象称作“电子自旋共振”。试求能引起共振的光子的波长和频率。

解：由磁场和电子相互作用产生的能量：

$$\Delta E = m_j g_j \mu_B B$$

$$= 2.89 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

平行和反平行的电子能量差：

$$2\Delta E = 5.8 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

引起共振的光子的频率和波长为：

$$\nu = \frac{E}{h} = 1.4 \times 10^{10} \text{ Hz}$$

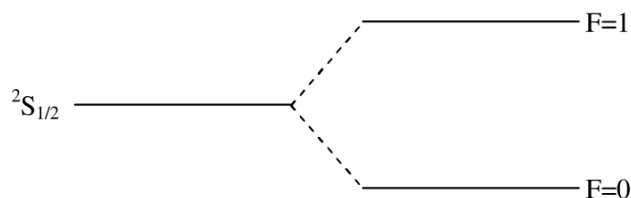
$$\lambda = \frac{hc}{E} = 2.1 \text{ cm}$$

3.25 由于核磁矩的超精细作用使氢原子基态的能级发生劈裂。试给出它的能级图，并表面它的总角动量量子数 F 。

解：总角动量 $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$ ，可能取值为：

$$F = (I+J), (I+J-1), \dots, |I-J|$$

氢原子的基态 $J=1/2$ ，氢原子核自旋 $I=1/2$ ，所以 $F=1$ 或 0 。



3.26 (1) 以一简单模型来估计氢原子基态时电子运动所产生的磁场：设电子作圆轨道运动，轨道半径为 r ，运动的速率为 v ，试计算它在质子处所产生的磁场 \mathbf{B}_e 。

(2) 质子的磁矩和它的自旋方向谱线，磁矩数值为 $\mu = 2.8\mu_N$ ， $\mu_N = \frac{e\hbar}{2M_p}$ ， M_p 是质子的

质量。试证明使质子自旋反向所需能量为

$$\Delta E = 2.8 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\hbar v}{M_p c^2 r^2}$$

并估算氢原子基态时，此能量的大小。

(3) 如果氢原子基态超精细能级发生“自旋反转”跃迁，试估计其谱线的波长。

解：(1) 电子可以形成一个围绕质子的环形电流，电流中心的磁场：

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Ze}{m_e r^3} \cdot \mathbf{r} \times m_e \mathbf{v}$$

(2) 质子在磁场中的附加能量:

$$\Delta E = -B\mu_p = \frac{-1.4e^2\hbar v}{4\pi\epsilon_0 M_p c^2 r^2}$$

为使质子磁矩反向, 需要补充 $2|\Delta E|$ 的能量,

即
$$E = \frac{2.8e^2\hbar v}{4\pi\epsilon_0 M_p c^2 r^2}$$

当氢原子处于基态时, 以玻尔半径代入, 这个能量大约为 $2.2 \times 10^{-6} \text{ eV}$;

(3) 谱线的波长:

$$\lambda = hc / E = 0.56 \text{ m}。$$

3.27 假定原子核是一个半径为 R 电荷均匀分布的球, 试求由体积效应引起的能量修正。

假定原子核是一个电荷均匀分布的球, 球半径为 R , 则在 r 处的电势

$$V(r) = \begin{cases} V_0(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, & r > R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{R} \left(-\frac{3}{2} + \frac{r^2}{2R^2}\right), & 0 \leq r \leq R \end{cases}$$

于是考虑体积效应所引起的能量修正

$$\Delta E = \int_0^\infty \Psi^* [V(r) - V_0(r)] \Psi \times 4\pi r^2 dr$$

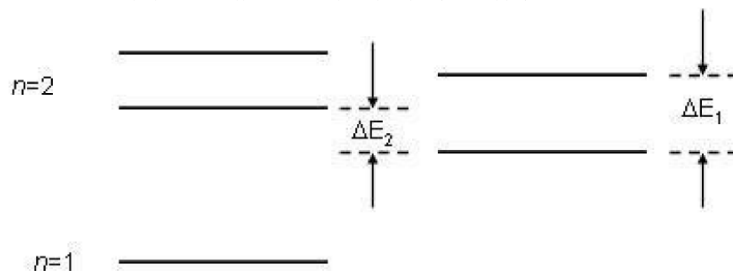
假设 Ψ 在原子核范围内是常数, 则

$$\Delta E = |\Psi(0)|^2 4\pi \int_0^R [V(r) - V_0(r)] r^2 dr = \frac{2\pi}{5} |\Psi(0)|^2 \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} R^2$$

$$|\Psi(0)|^2 = \frac{Z^3}{n^3 a_0^3 \pi}, \quad \Delta E = \frac{2\pi}{5} \frac{Z^3}{a_0^3 \pi} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} R^2。$$

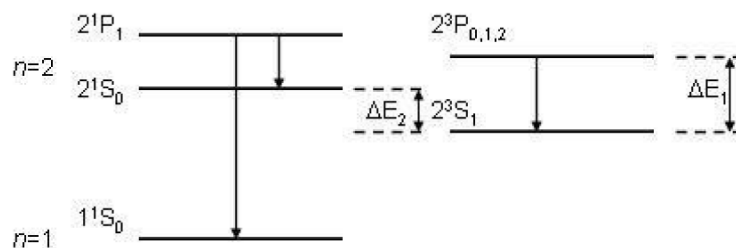
第四章习题解答

4.1 氢原子基态和 $n=2$ 激发态的能级可用下图表示，请给出：



- (1) 这五个态的原子态符号；
- (2) 解释形成能量差 ΔE_1 和 ΔE_2 物理原因；
- (3) 画出这五个能级间的允许跃迁。

解：(1), (3)



(2) ΔE_1 的形成原因是原子实的极化和轨道贯穿效应.

ΔE_2 的形成原因是交换效应.

4.2 氢原子中两个电子分别激发到 2p 和 3d 状态。试求原子总轨道角动量量子数 L 的可能取值和可组成的各原子态。

解： $L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$

$$= 3, 2, 1$$

$$L = 3$$

$1F_3$

$$^3F_{2,3,4}$$

$$L = 2$$

$1D_2$

$$^3D_{1,2,3}$$

$$L = 1$$

$1P_1$

$$^3P_{0,1,2}$$

4.3 写出碳原子基态的电子组态，并给出可能组成的原子态。

解：碳原子基态的电子组态： $1s^2 2s^2 2p^2$ ，两个 2p 电子耦合， $L = 0, 1, 2$

$$L = 0$$

$1S_0$

$$L=1 \quad {}^3P_{0,1,2}$$

$$L=2 \quad {}^1D_2$$

本题已经应用了 $l+s$ 为偶数的限制。

4.4 请分别写出硫原子 ($Z = 16$) 和铁原子 ($Z = 26$) 的基态电子组态, 并根据洪德定则确定基态的原子态。

解: 硫原子的电子组态 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$, 基态是 3P_2 。

铁原子的电子组态 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^6$, 基态是 5D_4 。

4.5 分别以 LS 耦合和 jj 耦合写出 $3p$ 和 $3d$ 电子的合成状态, 并证明它们具有相等的状态数。

解: $L-S$ 耦合: $L=l_1+l_2$, $L=1, 2, 3$; $S=s_1+s_2$, $S=0, 1$; 所有可能的状态是:

$${}^1P_1, {}^3P_{0,1,2}, {}^1D_2, {}^3D_{1,2,3}, {}^1F_3, {}^3F_{2,3,4}, \text{ 再考虑每个 } J \text{ 有}$$

$(2M_J+1)$ 个不同的 M_J 值, 共有 60 个态。

$$j-j \text{ 耦合: } l=1, \quad j_1=1/2 \quad j'_1=3/2$$

$$l=2, \quad j_2=3/2 \quad j'_2=5/2$$

所有的组态是: $(j_1, j_2)_J$:

$(1/2, 3/2)_{1,2}, (1/2, 5/2)_{2,3}, (3/2, 3/2)_{0,1,2,3}, (3/2, 5/2)_{1,2,3,4}$; 再考虑每个 J 有 $(2M_J+1)$ 个不同的 M_J 的态, 共 60 个态。

4.6 写出两个等效和非等效 d 电子可以构成的原子状态。

解: 两个等效 d 电子: ${}^1S_0, {}^3P_{0,1,2}, {}^1D_2, {}^3F_{2,3,4}, {}^1G_4$ 。

两个非等效电子: ${}^1S_0, {}^3S_1, {}^1P_1, {}^3P_{0,1,2}, {}^1D_2, {}^3D_{1,2,3}, {}^1F_3, {}^3F_{2,3,4}, {}^1G_4, {}^3G_{3,4,5}$ 。

4.7 写出下列谱项表示的原子态的量子数, 并指出哪些原子态是不存在的:

$${}^2S_{3/2}, {}^3D_2, {}^5P_3, {}^5F_0, {}^1P_2, {}^2D_2。$$

解: ${}^2S_{3/2}$ $L=0$ $s=1/2$ $j=3/2$ 不存在

$${}^3D_2 \quad L=2 \quad s=1 \quad j=2$$

$${}^5P_3 \quad L=1 \quad s=2 \quad j=3$$

$${}^5F_0 \quad L=3 \quad s=2 \quad j=0 \quad \text{不存在}$$

$${}^2D_2 \quad L=2 \quad s=1/2 \quad j=2 \quad \text{不存在}$$

1P_2 $L=1, S=0, J=2$, 不存在

4.8 试画出从 4D 态到 4P 态的所有可能的跃迁。

解: 4D 态: $L=2, S=3/2$ 可以组成: $^4D_{7/2}, ^4D_{5/2}, ^4D_{3/2}, ^4D_{1/2}$

4P 态: $L=1, S=3/2$ 。 $^4P_{5/2}, ^4P_{3/2}, ^4P_{1/2}$

根据选择定则, 可能的跃迁有:

$$^4D_{7/2} \rightarrow ^4P_{5/2},$$

$$^4D_{5/2} \rightarrow ^4P_{5/2}, ^4D_{5/2} \rightarrow ^4P_{3/2}$$

$$^4D_{3/2} \rightarrow ^4P_{5/2}, ^4D_{3/2} \rightarrow ^4P_{3/2}, ^4D_{3/2} \rightarrow ^4P_{1/2}$$

$$^4D_{1/2} \rightarrow ^4P_{3/2}, ^4D_{1/2} \rightarrow ^4P_{1/2}$$

4.9 试求出电子组态 $1s^2 2s^2 2p^5 3p^1$ 在 LS 耦合情况下所有可能的谱项, 并以惯用的光谱符号 $^{2S+1}L_J$ 表示。

解: $2p$ 亚层上少一个电子未达到满壳层. 这种耦合情况相当于一个 $2p$ 电子和一个 $3p$ 电子耦合, 所有可能的原子态是:

$$^1S_0, ^3S_1, ^1P_1, ^3P_{0,1,2}, ^1D_2, ^3D_{1,2,3}$$

4.10 某种原子服从 LS 耦合, 它的一个五重态的相邻能级间隔之比为 1: 2: 3: 4 (按能量增加的次序), 试确定这些能级的量子数 S, L, J 。

解: 根据朗德间隔定则, 两个相邻能级的间隔与它们中大的 J 值成正比.

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 : \varepsilon_4 = 1 : 2 : 3 : 4 = (J_0 + 1) : (J_0 + 2) : (J_0 + 3) : (J_0 + 4)$$

最低能级 $J_0 = 0$, 又因为是五重态, $S = 2$, 所以这个五重态的 $L = 2$, 是 $^5D_{0,1,2,3,4}$ 。

4.11 一个原子的电子组态 $1s^2 2s^2 p^2$, 问这个组态可能组成哪些原子态, 并给出这个原子的基态原子态。

解: 可能的原子态是: $^1S_0, ^3P_{0,1,2}, ^1D_2$, 其中 3P_0 是基态.

4.12 碳原子某一激发态为三重结构, 三层精细结构能级分别比基态高出 60333 cm^{-1} 、 60353 cm^{-1} 、 60393 cm^{-1} :

(1) 已知碳原子为 LS 耦合, 试确定这些精细结构能级的量子数 S, L, J ;

(2) 碳的基态也为三重结构, 其 J 值分别为 0, 1, 2。试给出这两个态的精细结构能级图, 标明相应的光谱符号, 画出可能的电偶极跃迁。

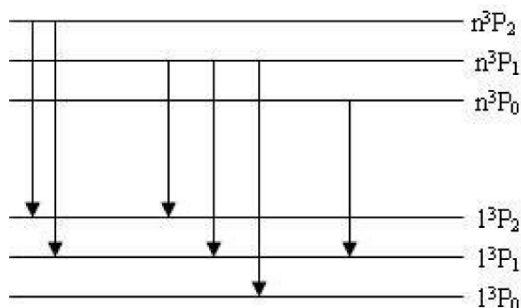
解: (1) 能级间距比:

$$\frac{E_{32}}{E_{21}} = \frac{2}{1}$$

可知最低能级的 $J = 0$.

又由三重态知, $S = 1$, 这三个能级的状态是 $^3P_{0,1,2}$

- (2) 由 LS 耦合的选择定则: $\Delta S = 0, \Delta L = 0, \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1$ ($J=0 \rightarrow J=0$), 可知允许的跃迁。



4.13 在磁场中钙原子的一条 $\lambda = 422.7 \text{ nm}$ 谱线呈现正常塞曼效应。求 $B = 3 \text{ T}$ 时, 分裂谱线的频率差和波长差。

解: 正常塞曼效应, 原子由 E_2 能级跃迁到 E_1 能级发射的光子频率:

$$h\nu = h\nu_0 + \mu_B B \Delta m_l$$

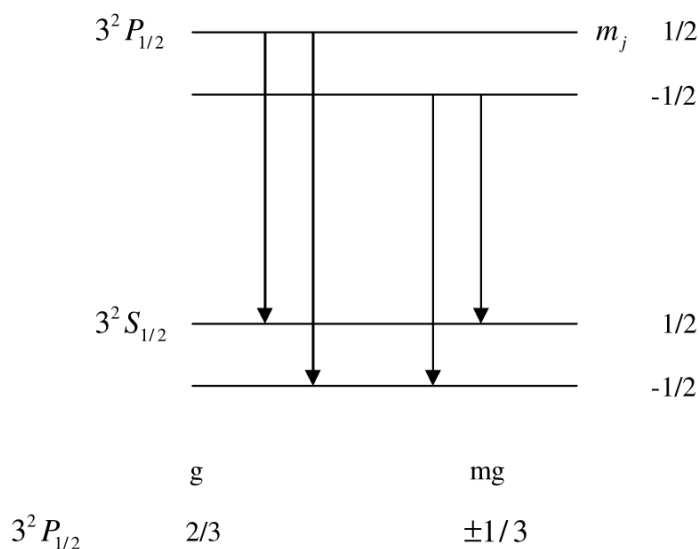
根据选择定则: $\Delta m_l = 0, \pm 1$

谱线分裂的频率差: $\Delta\nu = \frac{\mu_B B}{h} = 4.2 \times 10^{10} \text{ Hz}$

波长差: $\Delta\lambda = \lambda \frac{\Delta\nu}{\nu} = 0.025 \text{ nm}$ 。

4.14 钠原子从 $3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ 跃迁的光谱线为 589.6 nm , 在 $B = 2.5 \text{ Wb} \cdot \text{m}^{-2}$ 的磁场中发生塞曼分裂。问从垂直于磁场方向观察, 其分裂为多少条谱线, 并给出其中波长最长和最短的两条光谱线的波长。

解: 这是反常塞曼效应, 能观察到 4 条谱线。



$$3^2 S_{1/2} \quad 2 \quad \pm 1$$

最长的波长: $\frac{hc}{\lambda_{\max}} = h\nu_0 - 4/3\mu_B B$

$$\lambda_{\max} = 589.64 \text{ nm}$$

最短的波长: $\frac{hc}{\lambda_{\min}} = h\nu_0 + 4/3\mu_B B$

$$\lambda_{\min} = 589.56 \text{ nm}$$

4.15 当镉光源放在 8.6 mT 的磁场中, 在垂直磁场方向上测量光谱时, 镉的红线分裂为三条谱线, 其频率间隔为 120 MHz, 试计算电子的荷质比。

解:
$$\Delta E = \mu_B B = \frac{e\hbar}{2m} B,$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2\Delta E}{\hbar B} = \frac{2h\Delta\nu}{\hbar B} = \frac{4\pi\Delta\nu}{B} = 1.75 \times 10^{11} \text{ C/kg}.$$

4.16 分析 Cd 原子波长为 6438 Å 由 $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ 跃迁产生的谱线的塞曼效应, 说明各谱线的偏振状态, 并分别讨论在垂直与谱线于磁场方向进行观察的结果。

解: Cd 原子的波长 643.8 nm 的谱线在磁场中产生正常塞曼效应, 分裂成三条。

这三条谱线都是偏振的, 中间的一条谱线的偏振平行于磁场, 另两条的圆偏振垂直于磁场。在垂直于磁场的方向观察将看到三条谱线, 在平行于磁场的方向观察, 只能看到两条。

4.17 如果原子中电子的状态以量子数 n, l, s, j, m 表示, 试求 $n = 3$ 的壳层上最多能容纳多少个电子?

解: $l=0, s=1/2, j=1/2, m_j=1/2$ 或 $-1/2$ 有两个态 $(0, 1/2, 1/2, 1/2)$ 和 $(0, 1/2, 1/2, -1/2)$

$l=1, s=1/2, j=1/2, m_j=1/2$ 或 $-1/2$ 有两个态 $(1, 1/2, 1/2, 1/2)$ 和 $(1, 1/2, 1/2, -1/2)$

$j=3/2, m_j=3/2, 1/2, -1/2, -3/2$ 有四个态 $(1, 1/2, 3/2, 3/2)$ 和 $(1, 1/2, 3/2, 1/2)$
 $(1, 1/2, 3/2, -1/2)$ 和 $(1, 1/2, 3/2, -3/2)$

$l=2, s=1/2, j=3/2, m_j=3/2, 1/2, -1/2, -3/2$ 有四个态 $(2, 1/2, 3/2, 3/2)$ 和 $(2, 1/2, 3/2, 1/2)$
 $(2, 1/2, 3/2, -1/2)$ 和 $(2, 1/2, 3/2, -3/2)$

$l=2, s=1/2, j=5/2, m_j=5/2, 3/2, 1/2, -1/2, -3/2, -5/2$ 有六个态:

$(2, 1/2, 5/2, 5/2)$ 和 $(2, 1/2, 5/2, 3/2)$
 $(2, 1/2, 5/2, 1/2)$ 和 $(2, 1/2, 5/2, -1/2)$
 $(2, 1/2, 5/2, -3/2)$ 和 $(2, 1/2, 5/2, -5/2)$

所以共可容纳 18 个电子, 符合 $2n^2$ 的规则。

4.18 试证 $l=1$ 支壳层上有五个电子时的角动量状态与有一个电子时的相同。

解: 因为满壳层的量子数 S, L, J 都为 0, $l=1$ 的支壳层最多有 6 个电子, 所以

$(L)_5 + (L)_1 = 0$, 它们的 L 值相同, 同理 S, J 相同。

4.19 硼原子的电离能是 8.3 eV，它的 1s 电子的结合能为 259.3eV。若用电子轰击硼靶，问电子至少要有多大的动能才能产生 KX 射线？

解：硼原子基态的电子组态：1s²2s²2p，电子的动能至少要使 K 层的电子激发到 L 层，这两个能级的能级差是

$$259.3\text{eV}-8.3\text{eV}=251\text{eV}。$$

4.20 已知某元素的 K_αX 射线能量为 6.375 keV，问这是什么元素？

解：根据莫莱塞定律：

$$(Z-1)^2 E_H \left(1-\frac{1}{4}\right) = E_{K\alpha}$$

解得： $Z = 26$ 这种元素是铁。

4.21 X 射线管的加速电压为 45 kV 时，求发射谱的最短波长。

解：
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{E} = 0.028\text{nm}$$

4.22 当 X 射线管加速电压由 10kV 增加到 20 kV 时，发射的 K_α 线与短波限的波长差增加了两倍，试问阳极是哪种元素组成的？

解：由题设：
$$3\left(\frac{hc}{E_{K\alpha}} - \frac{hc}{E_{ac1}}\right) = \left(\frac{hc}{E_{K\alpha}} - \frac{hc}{E_{ac2}}\right)$$

E_{ac} 是电子在加速电压下获得的能量。

解得：
$$E_{K\alpha} = 8\text{KeV}$$

$$(Z-1)^2 E_H \left(1-\frac{1}{4}\right) = E_{K\alpha}$$

$Z = 29$ ，这种元素是铜 (Cu)。

4.23 测得钨的 X 射线 K 吸收限是 0.1782 Å，试求 K 壳层的电子能量 E_K 。如果将钨原子的电子逐个电离，只剩下一个电子与原子核构成类氢离子，试求该粒子的基态能量 E_1 。说明为什么 E_1 和 E_K 不相同？

解：(1)
$$E_K = \frac{hc}{\lambda_K} = 69.6\text{keV},$$

(2)
$$E_1 = Z^2 \times 13.6 = 74.6\text{keV}。$$

E_K 由于外层电子的轨道贯穿会对核电荷有一定的屏蔽，使核的有效电荷变小，所以能量小一些。

4.24 已知镍的 K_α线的波长为 1.66Å，K_β 线的波长为 1.50Å，K 吸收限为 1.49Å。

(1) 试确定镍原子的原子序数 Z；

(2) 用高能电子束轰击镍靶，若要观察到 L_{α} 线，问电子的动能至少为多大？这时产生的连续 X 射线的最短波长为多大？

解: (1)
$$E_{K\alpha} = \frac{1240}{0.166} = 7.47 \text{ keV},$$

由莫莱塞定律解得: $Z = 28$

(2)
$$E_{K\beta} = \frac{1240}{0.150} = 8.27 \text{ keV}, \quad E_K = \frac{1240}{0.149} = 8.32 \text{ keV},$$

由此得 K 层结合能为 8.32 keV , L 层结合能为 0.85 keV ,

M 层的结合能为 $(8.32 - 8.27) = 0.05 \text{ keV}$,

所以, 要观察到 L_{α} 线, 电子的动能要大于 0.85 keV 。

这时连续 X 射线谱的最短波长:
$$\lambda_{\min} = \frac{1240}{850} = 1.46 \text{ nm}。$$

4.25 由下列数据求:

元 素	K 壳层束缚能/ keV	K_{α} /keV	K_{β} /keV
Zr	17.996	15.7	17.7
Nb	18.986	16.6	18.6
Mo	20.000	17.4	19.6

(1) Zr、Nb、Mo 的 L 壳层的束缚能;

(2) Zr 的原子序数。

解: L 壳层束缚能等于 K 壳层束缚能减去 K_{α} 射线的能量。

Zr 2.296 keV

Nb 2.386 keV

Mo 2.6 keV

由莫莱塞定律:
$$(Z-1)^2 E_H \left(1 - \frac{1}{4}\right) = E_{K\alpha} = 15.7 \text{ keV}$$

得 Zr 的原子序数 $Z = 40$ 。

4.26 用钼的 K_{α} 特征 X 射线, 在氯化钠晶体的天然晶面上“反射”, 当掠射角 $\theta = 7.27^\circ$ 时产生衍射极大。已知晶体的密度为 2165 kg/m^3 , 求晶体的晶格常数和阿伏伽德罗常量。

解: 由衍射定律: $2d \sin \theta = n\lambda$

$$d = \frac{1240}{2 \times E_K \sin \theta} = \frac{1240}{2 \cdot 17.4 \times 10^3 \times 0.1265} = 0.2816 \text{ nm}$$

$$N_A = \frac{A}{2d^3 \rho}, \text{ NaCl 的分子量为 } 58.4 \text{ g 代入, 得}$$

$$N_A = 6.05 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}。$$

4.27 用钨的 K_{α} 线 ($E = 59.1 \text{ keV}$) 照射放在真空中的银。由银表面飞出的电子能量有: 55.8 keV , 33.7 keV , 21.6 keV 和 18.8 keV 。请分别给出产生这些电子的物理过程。(已知银的 K 吸收限 $E = 25.4 \text{ keV}$, L 吸收限 $E = 3.3 \text{ keV}$, M 吸收限 $E = 0.5 \text{ keV}$ 。)

解: 1) 由 59.1 keV 的 X 射线从银原子的 L 层产生的光电子的能量为 $59.1 - 3.3 = 55.8 \text{ keV}$ 。

2) 由 59.1 keV 的 X 射线从 K 层产生的光电子的能量为 $59.1 - 25.4 = 33.7 \text{ keV}$ 。

3) 当 K 层出现空位时, 银的 M 层电子跃迁到 K 层的空位时发生俄歇效应, 发射 L 层的电子, 它的能量为 $(25.4 - 0.5 - 3.3) \text{ keV} = 21.6 \text{ keV}$ 。

4) 银的 L 层电子跃迁到 K 层的空位时发生俄歇效应, 发射 L 层的电子, 它的能量为 $25.4 - 2 \times 3.3 \text{ keV} = 18.8 \text{ keV}$

4.28 (1) 已知钨的 K 吸收边是 0.0178 nm , K 系线的波长 (忽略精细结构) 为 K_α : 0.0210 nm , K_β : 0.0184 nm , K_γ : 0.0179 nm 。请画出钨的能级及给出 K、L、M 和 N 壳层的能量。

(2) 试给出激发钨的 L 线系的最低能量及 L 线的波长。

解: K 壳层的能量 $= -hc/0.0178$, L 壳层的能量 $= -hc(1/0.0178 - 1/0.0210)$;

(1)	壳层	K	L	M	N
	能量 (eV)	-69662	-10615	-2270	-388

(2) 最低能量为 10.6 keV ,

L_α 线的波长: 0.1486 nm 。

4.29 X 射线通过铝片, 每片铝片为 0.4 cm 厚。当 X 射线通过 0, 1, 2, 3 和 4 片时, 用盖革计数器测得的计数分别是: 8×10^3 , 4.7×10^3 , 2.8×10^3 , 1.65×10^3 和 9.7×10^2 计数/每分钟, 试计算铝的线吸收系数。

解: 线吸收系数 $\mu = \frac{\ln(I_0 / I(x))}{x}$, 由数据得线吸收系数的平均值为 $(131.7 \pm 0.3) \text{ m}^{-1}$ 。

4.30 (1) 已知下列元素的原子态: 钒 (^4F)、锰 (^6S) 和铁 (^5D), 这些原子束在施特恩—格拉赫实验中分裂为 4, 6, 9 线。试计算它们在磁场方向磁矩的最大值。

(2) 一个单态在 $B_0 = 0.5 \text{ T}$ 的外磁场中能级分裂值为 $\tilde{\nu} = 1.4 \text{ cm}^{-1}$, 写出这个态的谱项。

解: (1) 由谱项定出 L 和 S, 再根据施特恩—格拉赫实验, 分裂的条数定出 J,

$$\text{最大磁矩 } \mu_{z,\max} = g_J J \mu_B, \quad g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

得:	元素	谱项	L	S	J	g_J	$\mu_{z,\max} (\mu_B)$
	钒	^4F	3	3/2	3/2	2/5	3/5
	锰	^6S	0	5/2	5/2	2	5
	铁	^5D	2	2	4	3/2	6

(2) 由单态得 $S=0$, 在磁场中的能级总的劈裂

$$\Delta E = E(m_L = L) - E(m_L = -L) = 2L\mu_B B$$

所以 $L = \frac{\Delta E}{2\mu_B B} = \frac{hc\Delta\tilde{\nu}}{2\mu_B B} = 3$, 因此谱项是 $^1\text{F}_3$ 。

第五章习题解答

5.1 用均匀磁场质谱仪测量某一单电荷正离子，离子先在电势差为 1000 V 的电场中加速，然后在 1000Gs 的磁场中偏转，测得离子轨道半径为 18.2 cm。试求 (1) 离子速度；(2) 离子质量；(3) 离子质量数。

解：根据带电粒子在磁场中的运动方程：

$$mv = qBR$$

和粒子在电场中加速的能量关系：

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$

得到离子的速度：

$$v = \frac{2eU}{qBR} = 1.1 \times 10^5 \text{ m/s}$$

离子的质量：

$$m = qBR/v = 2.65 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

离子的质量数：

$$A = \frac{2.65 \times 10^{-26}}{1.66 \times 10^{-27}} = 16$$

5.2 计算下列各原子核的半径： ${}^4_2\text{He}$ ， ${}^{107}_{47}\text{Ag}$ ， ${}^{238}_{92}\text{U}$ ，设 $r_0 = 1.45 \text{ fm}$ 。

解：根据计算原子半径的经验公式： $R = r_0 A^{1/3}$ ， $r_0 = 1.45 \text{ fm}$ ：

$${}^4_2\text{H} \quad A=4, \quad R = 2.30 \text{ fm}$$

$${}^{107}_{47}\text{Ag} \quad R = 6.88 \text{ fm}$$

$${}^{238}_{92}\text{Au} \quad R = 8.99 \text{ fm}$$

5.3 试计算 ${}^3\text{H}$ ， ${}^3\text{He}$ ， ${}^4\text{He}$ 核的比结合能 B/A 。已知它们的原子量为 $M({}^3\text{H}) = 3.016050 \text{ u}$ ， $M({}^3\text{He}) = 3.016029 \text{ u}$ ， $M({}^4\text{He}) = 4.002603 \text{ u}$ ， $M({}^1\text{H}) = 1.007825 \text{ u}$ ， $M_n = 1.008665 \text{ u}$ 。

解： ${}^3\text{H}$ ， ${}^3\text{He}$ ， ${}^4\text{He}$

$${}^3\text{H} \quad \Delta m = M({}^1\text{H}) + 2M_n - M({}^3\text{H}) = 0.009105 \text{ u}$$

$$B/A = 2.83 \text{ MeV}$$

$${}^3\text{He} \quad \Delta m = 2M({}^1\text{H}) + M_n - M({}^3\text{He}) = 0.008286 \text{ u}$$

$$B/A = 2.57 \text{ MeV}$$

$${}^4\text{He} \quad \Delta m = 2M({}^1\text{H}) + 2M_n - M({}^4\text{He}) = 0.030377 \text{ u}$$

$$B/A = 7.07 \text{ MeV}$$

5.4 已知 $^{34}_{16}\text{S}$ 的原子量 $M = 33.967865 \text{ u}$ ，求其质量亏损及比结合能。

解：

$$\begin{aligned}\Delta m(^{34}\text{S}) &= 16M(^1\text{H}) + 18m_n - M(^{34}\text{S}) \\ &= 0.313305 \text{ u} \\ B/A &= 931.494 \times 0.313305 / 34 = 8.58 (\text{MeV})\end{aligned}$$

5.5 计算动能分别为 0.5 MeV, 2.0 MeV, 10 MeV 和 100 MeV 的电子的德布罗意波长。

解：应用相对论运动来处理

$$\begin{aligned}E &= m_e c^2 + E_k, \quad pc = \sqrt{(E^2 - m_e^2 c^4)}, \quad \lambda = h/p \\ E_k &= 0.5 \text{ MeV}, \quad E = 1.01 \text{ MeV}, \quad p = 0.87 \text{ MeV}/c, \quad \lambda = h/p = 1.63 \times 10^{-3} \text{ nm}, \\ E_k &= 2.0 \text{ MeV}: \quad \lambda = h/p = 5 \times 10^{-4} \text{ nm}, \\ E_k &= 10 \text{ MeV}: \quad p = 10.5 \text{ MeV}/c, \quad \lambda = h/p = 1.18 \times 10^{-4}, \\ E_k &= 100 \text{ MeV}: \quad \lambda = \frac{hc}{E} = 1.24 \times 10^{-5} \text{ nm}\end{aligned}$$

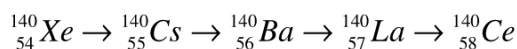
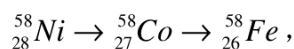
5.6 试由 β 稳定线经验公式分别确定 ^{57}Ni 和 ^{140}Xe 经 β 衰变生成的 β 稳定性核素, 并分别写出它们的 β 衰变链。

解：根据

$$Z = \frac{A}{1.98 + 0.0155A^{2/3}}$$

A=57 时:	Z=26	该元素是 Fe
A=140 时:	Z=58	该元素是 Ce

衰变反应链:



5.7 根据壳模型给出 $^{63}_{29}\text{Cu}$, $^{64}_{29}\text{Cu}$ 核基态的自旋和宇称。

解： $^{63}_{29}\text{Cu}$ ：基态的自旋和宇称由最后的奇数的核子状态决定，该核的中子数是偶数，最后的质子是 $2p_{3/2}$, $j = 3/2$, $l = 1$ ，所以宇称为 $(-1)^l = -1$ ，核的自旋和宇称为 $3/2^-$ ；
对奇奇核 $^{64}_{29}\text{Cu}$ ，最后一个质子在 $2p_{3/2}$ ，自旋和轨道角动量同向，最后一个中子在 $1f_{5/2}$ ，自旋和轨道角动量反向，这样核的自旋 $I = |j_n - j_p| = 1$ 。宇称 $(-1)^{l_n + l_p} = (-1)^{1+3} = +1$ ，所以基态的自旋和宇称是 1^+ 。

5.8 试由核壳层模型求 ${}^7\text{Li}$ 核的自旋。

解: ${}^7\text{Li}$ 有 3 个质子, 4 个中子, 最后一个质子 $1p_{3/2}$ 态, 所以 ${}^7\text{Li}$ 的基态自旋 $3/2$ 。

5.9 根据核模型给出 ${}^9_4\text{Be}$, ${}^{14}_7\text{N}$, ${}^{37}_{17}\text{Cl}$ 核基态的自旋和宇称。

解: ${}^9_4\text{Be}$ 的最后一个中子 $1p_{3/2}$ 态, 其基态自旋 $3/2$, 宇称 -1 。

${}^{14}_7\text{N}$ 各有单数质子和中子, 处于 $1p_{1/2}$ 态, 基态自旋为 1 , 宇称 $+1$ 。

${}^{37}_{17}\text{Cl}$ 最后一个质子处在 $1d_{3/2}$ 态, 基态自旋为 $3/2$, 宇称 $+1$ 。

5.10 实验测得 ${}^{210}_{84}\text{Po}$ 的 α 粒子能量为 5.3MeV , 试求其衰变能。

解: 反应的方程式: ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$

$$E_d = T_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{M_{\text{Pb}}}\right) = 5.4(\text{MeV})$$

5.11 计算 ${}^{27}_{13}\text{Al}$ 的核半径及对 α 粒子的位垒; 若动能分别位 5.3MeV 和 8.6MeV 的 α 粒子射向核, 试给出它们可靠拢的最短距离。

解: $R = r_0 A^{1/3} = 4.35\text{fm}$

位垒:
$$V_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} = 5.67\text{MeV}$$

对动能 5.3MeV 的粒子, 最小距离 $r = 7.1\text{fm}$;

对动能 8.6MeV 的粒子, 最小距离 $r = 4.4\text{fm}$ 。

5.12 利用核素质量, 计算 ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$ 的 β 谱的最大能量。

解: $M({}^3_1\text{H}) = 3.016050u$, $M({}^3_2\text{He}) = 3.016029u$,

$$\Delta M = 0.000021u = 0.0196\text{MeV}$$

β 谱的最大动能为 0.0196MeV

5.13 氚 β 衰变的半衰期为 12.33 年(a), 求 1ml 氚发出的 β 粒子的强度。

解: 活度: $A = N\lambda$

$$N = 2 \times (0.001/22.4) 6.02 \times 10^{23} = 5.38 \times 10^{19}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1.78 \times 10^{-9} / \text{s}$$

$$A = 5.38(1.78) \times 10^{10} = 9.6 \times 10^{10} / s$$

5.14 样品中含 RaE (即核素 $^{210}_{88}\text{Bi}$) 4.0mg, 它的半衰期为 5.01 天(d), 放出的 β 粒子的平均能量为 0.33 MeV, 试求样品的能量辐射率 W 。

解:
$$N = \frac{4mg}{210g \cdot mol^{-1}} \times 6.02 \times 10^{23} / mol = 1.15 \times 10^{19};$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = 1.6 \times 10^{-6} / s;$$

$$A = N\lambda = 1.84 \times 10^{13} / s;$$

$$W = \bar{\epsilon} \cdot A = 0.97 J / s。$$

5.15 (1) 已知 $^{137}_{55}\text{Cs}$ 核具有 β^- 放射性, 它放出的两组电子的最大能量为 1.76 MeV 和 0.515MeV, 同时放出 γ 射线, 能量为 0.661 MeV, 试说明此过程并给出它的衰变图。

(2) 已知 $^{137}_{36}\text{Ba}$ 核外 K 层电子的电离能 $E_K = 37 \text{ keV}$, L 壳层的电离能 $E_L = 6 \text{ keV}$, 试给出内转换电子的能量。

(3) 实验中探测到能量为 31 keV 的 X 射线, 试说明它的来源。

解: (2) 内转换电子能量:

$$\text{K 层: } 661 - 37 = 624 \text{ (KeV)}$$

$$\text{L 层: } 661 - 6 = 655 \text{ (KeV)}$$

(3) K 层电子被打出后, L 层电子跃迁到 K 层, 放出 Ba 的 31keV 的 X 射线。

5.16 核反应 $^{16}\text{O} + d \rightarrow ^{17}\text{O} + p$, 试计算此反应中释放出的能量。已知 $M(^{16}\text{O})=15.994915 \text{ u}$, $M(^{17}\text{O})=16.999133 \text{ u}$, $M(^2\text{H})=2.014102 \text{ u}$ 。

解:
$$\Delta E = M(^{16}_8\text{O}) + M(^2_1\text{H}) - M(^{17}_8\text{O}) - m_p - m_e$$

$$= 0.002059 \text{ u} = 1.92 \text{ MeV}$$

5.17 天然铀中 ^{238}U 组分的含量为 99.27%, ^{235}U 的含量为 0.72%。它们都具有 α 放射性, ^{238}U 的半衰期为 $4.5 \times 10^9 \text{ a}$, ^{235}U 的半衰期为 $7.05 \times 10^8 \text{ a}$ 。可以认为在元素形成时, 它们的数量是相同的, 试由此估算地球的年龄。

解: 设地球的年龄为 T , 单位量的某种元素经过 T 后还剩 $\exp(-T \ln 2 / T_{1/2})$ 。

$$e^{-T \ln 2 / 4.5 \times 10^9} / e^{-T \ln 2 / 7.05 \times 10^8} = 0.9927 / 0.0072$$

解得:
$$T = 5.94 \times 10^9 \text{ a}$$

5.18 活的树木中每克碳的放射性计数是每分钟(16.1 \pm 0.3)个。用计数效率为(5.40 \pm 0.14)%

的探测器来测量考古样品, 考古的木样品中含碳 8 g 重, 用探测器测到每分钟计数为 (9.5 ± 0.1) 个, 而没有样品时的本底计数是 (5.0 ± 0.1) 个。已知 ^{14}C 的半衰期为 5730 a, 试估计此样品的年代。

解: 活样品每克碳的活度 $\lambda N_0 = 16.1$, 每克考古样品碳的活度 $\lambda N = (9.5-5)/8$

$$\lambda N = \lambda N_0 \exp(-0.693T/T_{1/2}),$$

$$T = \frac{5730}{0.693} \times \ln\left(\frac{4.5}{16.1 \times 8 \times 0.054}\right) = 3600 \text{ 年}$$

5.19 ^{113}Cd 核吸收热中子的截面 $\sigma = 21000 \text{ b}$ ($1\text{b} = 10^{-24}\text{cm}^2$), 镉的密度为 8.7 g/cm^3 , 若要使中子束的强度减到 0.01%, 问要用多厚的镉片?

解:
$$\Phi = \Phi_0 e^{-\sigma \cdot t \cdot \frac{N_A \rho}{A}}$$

欲使中子流强减小到 0.01%, 至少需 $94.8 \mu\text{m}$ 厚的镉片。

5.20 设一大湖容量为 20500 km^3 , 计算水中全部氘原子可释放的聚变能。已知氘的丰度为 0.0156%。

解: 氘的丰度为 0.0156%, 那么在氢同位素中的质量百分比约为 0.0312%。

这个大湖中的水的质量 $2.05 \times 10^{19} \text{ g}$, 氘的质量为 $2.05 \times 10^{19} \div 9 \times 3.12 \times 10^{-4} \text{ g}$

由课文知, 每克氘放出 $2.15 \times 10^{14} \text{ MeV}$ 的能量,

因此, 放出的总能量为 $1.5 \times 10^{39} \text{ MeV} = 2.4 \times 10^{26} \text{ J}$ 。

5.21 实验测得 $^{241}_{95}\text{Am}$ 原子光谱的超精细结构由六条谱线组成, 已知相应原子能级的电子总角动量大于核的自旋, 试求 $^{241}_{95}\text{Am}$ 核的自旋。

解: 由于已知电子的总角动量 > 核自旋, 所以多重结构由 $2I+1$ 决定, 因此 $I=5/2$ 。

5.22 $^{130}_{52}\text{Te}$ 可以经双 β^- 衰变产生 $^{130}_{54}\text{Xe}$, 试计算此两核素的基态能量差。

解: 2.5 MeV 。

5.23 已知 ^{238}U 每次衰变放出一个 α 粒子, 实验测得 $1 \text{ mg } ^{238}\text{U}$ 每分钟发射 740 个 α 粒子。试计算 ^{238}U 的半衰期。

解: $A = \lambda N = 740 / \text{min}$, $\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{1 \times 10^{-3} \cdot 6.02 \times 10^{23}}{238} = 740$, $T_{1/2} = 4.5 \times 10^9 \text{ 年}$

5.24 入射氘核的能量为 0.150 MeV , 发生 $^3\text{H}(d, n)^4\text{He}$ 反应, 问在 90° 和 0° 方向出射的中

子的能量是多大

解: $Q = (M_x + M_X)c^2 - (M_y + M_Y)c^2$, 此反应的 Q 值 = 17.59 MeV,

90° 出射的中子能量: $E_n(1+1/4) = 17.59 + 0.15(1-2/4)$, $E_n = 14.1$ MeV;

0° 出射的中子能量: 由公式 (5.5.5) 解得 $E_n = 14.9$ MeV。

5.25 ${}^3H(p,n){}^3He$ 是常用作中子源的一种反应。反应的 Q 值为 -0.764 MeV

试计算 (1) 阈能 (2) 当入射质子动能为 1.120 MeV 时在 30° 方向出射中子的能量。

解: (1)

$$E_{th} = \frac{-(m_B + m_b)Q}{m_B + m_b - m_a} = 0.764 \frac{3+1}{3+1-1} = 1.019 \text{ MeV}$$

(2)

$$E_n^{1/2} = \frac{-(1.12)^{1/2}(\cos 30) \pm \sqrt{1.12(\cos^2 30) + 4[3 \times (-0.764) + 2 \times 1.12]}}{4}$$
$$= \begin{cases} 0.4279 \text{ MeV}^{1/2} \\ 0.0304 \text{ MeV}^{1/2} \end{cases}$$

$$E_n = 0.183 \text{ MeV 或 } 0.00092 \text{ MeV}$$

.....

第六章 粒子物理习题解答

6.1 试说明由于违反说明守恒律，使下列反应不能发生：

(1) $n \rightarrow p + e^-$; (2) $n \rightarrow \pi^+ + e^- + \nu_e$; (3) $n \rightarrow p + \gamma$; (4) $n \rightarrow p + \pi^-$

解： (1) 轻子数不守恒
(2) 重子数及轻子数不守恒
(3) 电荷不守恒
(4) 能量不守恒

6.2 判断下列各反应中哪些是禁戒的，分别指出这些反应属于哪种相互作用

(1) $p \rightarrow \pi^+ + e^- + e^+$; (2) $n + p \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^+$; (3) $\Sigma^+ \rightarrow p + \gamma$;

(4) $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$; (5) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \nu_\mu$ 。

解： (1) 禁戒，重子数不守恒
(2) 禁戒，奇异数不守恒
(3) 禁戒，奇异数不守恒
(4) 允许，弱作用衰变
(5) 禁戒，轻子数不守恒

6.3 用高能质子轰击液氢靶时，求产生 π 介子的阈能。

解： 反应： $p + p \rightarrow d + \pi^+$

反应前后不变质量是一定的：

$$(\sum E_i)^2 - c^2(\sum p_i)^2 = E_{cm}^2 = (\sum m_f^*)^2$$

其中 m_f^* 是末态粒子系统的不变质量。对于打静止靶的实验，设入射粒子总能量为 E_a ，

靶粒子质量为 m_b 。有：

$$(E_a + m_b)^2 - c^2 p_a^2 = (\sum m_f^*)^2$$

入射粒子在阈能 E_a 时，末态粒子在质心系都静止，即上式右侧为 $(\sum m_f)^2 = (m_d + m_\pi)^2$ ，

$$E_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a^2 + m_b^2)}{2m_b}$$

入射粒子的阈动能 $T_a = E_a - m_a$ ，

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据计算得： $T_a = 287 \text{ MeV}$

6.4 已知 K^+ 介子的夸克组成是 $(u\bar{s})$ ，试定出 K^- 介子和 Σ^+ （质量为 1189.4 MeV）超子的奇异数。

解： K^- 介子的夸克组成是 $(\bar{u}s)$ ， Σ^+ 的夸克组成是 (uus) ，所以 K^- 的奇异数为 -1， Σ^+ 的奇异数为 -1。

6.5 求静止的 π 介子衰变产生的 μ 子和中微子的动能。

解：衰变反应的方程为：

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

由动量守恒，中微子和 μ 的动量相等，都为 p ，根据反应前后能量守恒，可以得：

$$m_\pi c^2 = \sqrt{(m_\mu c^2)^2 + c^2 p^2} + cp$$

代入数据，计算可得：

$$p = 29.7 \text{ MeV}/c$$

中微子的能量 $E_\nu = cp = 29.7 \text{ MeV}$ 。

μ^- 的动能，在此情形可用非相对论处理： $T_\mu = \frac{p^2}{2m_\mu}$

μ^- 的动能为：

$$T_\mu = 4.1 \text{ MeV}$$

6.6 已知带电 π 介子的寿命为 $2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ ，在实验室中测得飞行中的 π 介子的寿命为 75 ns ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$)，求 π 介子的速度，动能和动量。

解：如果 π 介子在它的质心系中寿命为 τ ，那么在实验室中观察到的运动中的 π 介子寿命

$$\tau' : \quad \tau' = \gamma \tau$$

其中： $\gamma = (\sqrt{1 - \beta^2})^{-1}$ ； $\beta = v/c$

代入数据，计算得：

$$\beta = 0.94 ; \quad \gamma = 2.885$$

介子的能量： $E = \gamma m_\pi c^2 = 402.6 \text{ MeV}$

介子的动能： $T = E - m_\pi c^2 = 263 \text{ MeV}$

介子的动量： $p = \beta E = 378 \text{ MeV}/c$

6.7 一个高速电子与静止电子碰撞，求产生反电子的阈动能。

解：产生正电子的过程是： $e + e \rightarrow e + e + e + e^+$ ，

反应的阈动能：

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据计算得：

$$T_a = 6m_e = 6 \times 0.511 = 3.07 \text{ MeV}$$

6.8 以 π^+ 介子轰击静止质子时，测到有质量为 1690 MeV 的共振态，求这时入射 π^+ 介子的最低能量。

解：入射的 π^+ 介子的最低能量：

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据， $\sum m_f = 1690 \text{ MeV}$ ，计算得： π^+ 介子的阈动能 $T_a = 902.4 \text{ MeV}$ ，

$$E = 1042 \text{ MeV}$$

6.9 由夸克模型写出下列强子的电荷 Q ，同位旋 I 及 I_3 ，奇异数 S ，重子数 B 和超荷数 Y 。

$$\bar{K}(s\bar{d}), \phi(s\bar{s}), \Delta(uuu), \Xi(ssd)$$

解：

	Q	I	I_3	S	B	Y
$\bar{K}(s\bar{d})$	0	1/2	1/2	-1	0	-1
$\phi(s\bar{s})$	0	0	0	0	0	0
$\Delta(uuu)$	2	3/2	3/2	0	1	1
$\Xi(ssd)$	-1	1/2	-1/2	-2	1	-1

6.10 说明正电子素 3S_1 态不可能衰变为两个光子的理由。

解：正电子素 3S_1 态的字称 $= (-1)^{L+1}$ ，字称为 -1 ，而双光子的字称为 $+1$ ，由于衰变过程是电磁相互作用，字称守恒，所以不能衰变。

6.11 试问下列粒子：光子，中微子，中子和电子

(1) 哪些不参与电磁相互作用？

(2) 哪些不参与强相互作用？

(3) 哪些不参与弱相互作用？

解：不参与电磁相互作用的：中微子

不参与强相互作用的：光子，中微子，电子

不参与弱相互作用的：光子

6.12 在北京正负电子对撞机上的实验中测到质量为 3.1 GeV 的 J/ψ 粒子

$$e^+ + e^- \rightarrow J/\Psi$$

求这一反应的阈能。如果以 e^+ 撞击静止的 e^- ，则产生 J/ψ 的阈能为多大？

解：如果是对撞产生，反应的阈能即是 3.1GeV，如果打静止靶，阈能：

$$T_a = \frac{(\sum m_f)^2 - (m_a + m_b)^2}{2m_b}$$

代入数据，计算得：

$$T_a = 9400 \text{ GeV}$$

6.13 J/ψ 粒子是由粲夸克和反粲夸克组成的，已知它的 J^{PC} 为 1^- ，请给出这个粲夸克素的轨道角动量，自旋角动量，同位旋量子数。

解：由题 $J=1$ ，宇称 $=-1$ ，宇称 $= (-1)^{L+1} = -1$ ，电荷宇称 $C=(-1)^{L+S} = -1$ ，

因此 $L+S=1$ ， $L+1=1$ ，所以，轨道角动量 $L=0$ ；自旋角动量 $S=1$ ；

同种的正反夸克组成粒子的同位旋量子数必定为 0。

6.14 已知 Ξ^- 的 $Q=-1$ ， $B=1$ ， $S=-2$ 。请写出它的夸克组成，它的同位旋多重态中其它粒子的组成的 Q ， B 和 S 。

解： $I_3=Q-(B+S)/2$ ，所以这个粒子的同位旋为 $1/2$ ， Ξ^- 的同位旋 $I_3=-1/2$ ，它的同位旋多重态是 $I_3=1/2$ 。即 $B=1$ ， $S=-2$ ， $Q=I_3+(B+S)/2=1/2-1/2=0$ 。

	组成	Q	B	S
Ξ^-	ssd	-1	1	-2
Ξ^0	ssu	0	1	-2

6.15 ρ^- 介子是由 π^- 和 p 散射得到的介子共振态，其反应为： $\pi^- + p \rightarrow \rho^- + p$ ，试由守恒关系给出 ρ^- 介子的同位旋，同位旋第三分量，奇异数和重子数。

解：反应式左侧： π^- 介子的同位旋 $I=1$ ， $I_3=-1$ ， $S=0$ ， $B=0$ ；

这是一个强作用过程，同位旋，奇异数，重子数守恒。

因此 ρ^- 的同位旋 $I=1$ ， $I_3=-1$ ， $S=0$ ， $B=0$ 。

6.16 实验测得 ρ 的质量宽度为 150 MeV，求它的平均寿命。

解： $\tau = \hbar / \Gamma$ ， $\Gamma = 150 \text{ MeV}$ ，得平均寿命 $\tau \sim 4.4 \times 10^{-24}$ 秒。

6.17 指出并说明下列那些反应或衰变是守恒定律允许的。

(1) $p \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

(2) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-$

(3) $\pi^- \rightarrow e^- + \gamma$

$$(4) \quad p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$$

$$(5) \quad p + p \rightarrow n + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

解：过程(2)是允许的。(1) 违反重子数守恒，(3) 违反轻子数守恒，(4) 能量不守恒，(5) 电荷不守恒。

6.18 衰变过程 $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ 是一个弱作用过程，请给出判断的理由。

解：此过程符合能量守恒及重子数守恒等规律，但奇异数不守恒所以是弱作用过程

6.19 试判断下列衰变过程那些是可能发生的，那些是不可能发生的，并加以说明。

$$(1) \quad \pi^+ \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$$

$$(2) \quad \pi^- \rightarrow \pi^+ + e^- + e^-$$

$$(3) \quad \pi^0 \rightarrow e^- + p$$

$$(4) \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

$$(5) \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

解：(1) 违反电荷守恒和 μ 轻子数守恒，(2) 违反电子轻子数守恒和能量守恒，(3) 违反能量守恒和重子数守恒，(4) 违反能量守恒，(5) 可以发生。

6.20 根据夸克模型，认为强子中含有的夸克或反夸克总数为多少。

解：重子由三个夸克组成，介子由一个夸克和一个反夸克组成，所以强子由总数 3 个或 2 个（夸克和反夸克）组成

6.21 指出下列过程中哪些是中微子，哪些是反中微子，并写出是属于哪种类型的。

$$(1) \quad \Lambda^0 \rightarrow p + \mu^- + \nu; \quad (2) \quad \Sigma^+ \rightarrow \mu^+ + \nu + n; \quad (3) \quad \tau^+ \rightarrow e^+ + \nu + \nu;$$

$$(4) \quad \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \nu; \quad (5) \quad K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$$

$$\text{解：. (1) } \Lambda^0 \rightarrow p + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$(2) \quad \Sigma^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + n;$$

$$(3) \quad \tau^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\tau;$$

$$(4) \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu;$$

$$(5) \quad K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu。$$

6.22 假设某种玻色子的下列量子数都不为 0，试问这种玻色子和它的反粒子的那一个量子数是相同的。

(1) 奇异数 (2) 粲数 (3) 内禀宇称 (4) 磁矩 (5) 电荷

解：正，反玻色子的宇称相同。