崔宏滨原子物理习题选解

中国科大近代物理系 尤一宁

2017 年 5 月 25 日

1 第一章

1.2 注意组合常数的使用：

$$cot\frac{\theta}{2}=\frac{2b}{a}$$
$$a=\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E}=\frac{2Z}{E}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$$

其中 $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}=1.44fm\cdot MeV,E=7.68MeV$

1.6 注意斜入射相当于增大了靶原子数密度，最终解出 Z 的值

$$\frac{dn}{n}=\frac{Ntd\sigma}{sin60^\circ}=\frac{\eta N_A}{Asin60^\circ}d\sigma$$
$$d\sigma=\frac{1}{16}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2(\frac{2Z}{E})^2\frac{d\Omega}{sin^4\frac{\theta}{2}}$$
$$d\Omega=\frac{dS}{L^2}$$
$$dS=0.6cm^2\quad L=0.12m$$

1.8 使用变量的整体代换，计算量小

$$\int_{20^\circ}^{180^\circ}\frac{dn}{n}=\frac{Nt\pi}{4}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2(\frac{2Z}{E})^2\frac{1}{sin^2\frac{\theta}{2}}\Big|_{180^\circ}^{20^\circ}=4.0\times10^{-3}$$
$$get\quad(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2(\frac{2Z}{E})^2$$
$$substitute\quad\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big|_{60^\circ}=\frac{1}{16}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2(\frac{2Z}{E})^2\frac{1}{sin^4\frac{60^\circ}{2}}$$

1.9 第一种观点：平均场，即使用平均靶原子数 $Nt=\frac{\eta N_A}{M}$ 和平均核电荷

$$\int_{60^\circ}^{180^\circ}\frac{dn}{n}=\frac{Nt\pi}{4}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2(\frac{2\overline{Z}}{E})^2\frac{1}{sin^2\frac{\theta}{2}}\Big|_{180^\circ}^{60^\circ}$$

第二种观点：统计平均，30% 的可能打在银上，70% 的可能打在金上

$$(\int\frac{dn}{n})_T=0.3\times(\int\frac{dn}{n})_{Ag}+0.7\times(\int\frac{dn}{n})_{Au}$$

一般只考虑单个靶粒子的单次散射，当然采用第二种；但实际上固体理论是否符合平均场，有待查证。

1.11 公式 $\int\frac{dn}{n}=\frac{Nt\pi}{4}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2(\frac{2Z}{E})^2\frac{1}{sin^2\frac{\theta}{2}}$ 实际上有更简单的算法：

$$d\sigma=2\pi bdb=\pi db^2$$

$$b=\frac{1}{2}acot\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{dn}{n}=Ntd\sigma$$

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{dn}{n}=Nt\pi b^2\Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$

建议考试时使用这种公式来写，虽一样但是按计算器的操作更简便。

1.14 记住结论

$$r_m=a=\frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0E}$$

2 第二章

常用的常数及组合常数：

$$h=6.63\times10^{-34}J\cdot s$$

$$R=1.097\times10^7m^{-1}$$

$$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}=\frac{1}{137}$$

$$\hbar c=1970\mathring{A}\cdot eV$$

$$hc=1240\mathring{A}\cdot eV$$

$$m_ec^2=511\times10^3eV$$

2.3 $E_n = -\frac{13.6}{n^2}eV$，则基态 -13.6eV，第一激发态 -3.4eV，第二激发态 -1.51eV，第三激发态 -0.85eV，最高能够激发到第二激发态，向下跃迁为：第二 → 第一，第二 → 基态，第一 → 基态。

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\mathring{A} \cdot eV}{\lambda}$$

2.4 氢原子第一半径 $a_1 = 0.53\mathring{A}$，$r_n = a_1 n^2$，类氢离子 $r_n = \frac{a_1 n^2}{Z}$；氢原子基态能（电离电势）$E_1 = -13.6eV$，各能级为 $E_n = \frac{E_1}{n^2}$，类氢离子能级 $E_n = \frac{E_1 Z^2}{n^2}$; 类氢离子激发能的计算：

$$\Delta E \propto \frac{1}{\lambda} \propto Z^2$$
$$\lambda \propto Z^{-2}$$

2.5 电离的意思是从原子周围拆出电子，即将电子激发到 $n = \infty$，而“二次电离的 Li 和一次电离的 He”只是类氢原子，注意：一次电离 $\neq$ 激发到第一激发态，切勿搞混！

$$E_{photon} = 3^2 \times (13.6eV - \frac{13.6}{4}eV) = 91.8eV$$
$$E_{ionize} = 13.6eV \times 2^2 = 54.4eV$$

另，这类题目思路清晰，尽量提早代入数值化简。

2.7

$$\frac{1}{\lambda} = R_{e^+e^-}(1 - \frac{1}{4})$$
$$R_{e^+e^-} = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m_e}{M}} = R_\infty \frac{1}{1 + \frac{m_e}{m_e}} = \frac{1}{2} R_\infty$$

2.9 注意题目的含义，一次电离的公式已给出，二次电离的待求，三次电离的就是类氢原子电离：

$$Li \to Li^+ \quad \Delta E_1 = hc\tilde{\nu} = hc(\frac{R}{(1+0.5951)^2} - \frac{R}{(\infty)^2})$$
$$Li^+ \to Li^{++} \quad \Delta E_2 = ?$$
$$Li^{++} \to Li^{+++} \quad \Delta E_3 = Z^2 \times 13.6eV$$
$$Li \to Li^{+++} \quad 203.44eV = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3$$

2.10 $F = \nabla(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \mu_x \frac{\partial B}{\partial x}$ 磁场有梯度才有力，才有偏转。

2.11 由：

$$s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{F}{2m}(\frac{L}{v})^2=\frac{1}{2m}\frac{dB}{dz}(\frac{L}{v})^2\mu_z$$

得到银原子在不均匀磁场和磁场边缘到屏的关于 μ_z 的纵向位移，二者和为 0.001m。

2.12

$$\tilde{\nu_H}=R_H(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty})$$
$$\tilde{\nu_{H_e^+}}=R_{H_e^+}(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty})$$
$$\frac{\tilde{\nu_H}}{\tilde{\nu_{H_e^+}}}=\frac{R_H}{R_{H_e^+}}=\frac{1+\frac{m_e}{4m_p}}{1+\frac{m_e}{m_p}}$$

2.19

$$\Delta E=13.6(1-\frac{1}{4^2})=12.75eV$$

不考虑反冲时：

$$\tilde{\nu}=R_H(1-\frac{1}{4^2})$$
$$\lambda=\frac{1}{\tilde{\nu}}$$

考虑反冲时：

$$h\nu=\Delta E-\frac{1}{2}mv^2$$
$$\frac{h\nu}{c}=mv$$

2.20 (1)$E=hcR_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$ (2) 跃迁 $\tilde{\nu}=R_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$。其中，莱曼系为 m=1，n=2、3、4；巴尔末系为 m=2，n=3、4；帕邢系为 m=3，n=4。

2.23 (1) 使用热力学公式：

$$E_1=-hcR_H$$
$$E_2=-hcR_H\frac{1}{2^2}$$
$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{g_2}{g_1}e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}}$$
$$N_2=1$$
$$v=\frac{N_1RT}{N_Ap}$$

(2)H_α 为氢原子从 n=3 跃迁至 n=2，电子必须有从基态跃迁至 n=3 的激发态的能量 $E=hcR_H(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2})$

2.26

$$s=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{F}{2m}(\frac{L}{v})^2=\frac{1}{2m}\frac{dB}{dz}(\frac{L}{v})^2\mu_z$$
$$v=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$
$$\Delta s=2s$$

分开的距离注意要乘 2 倍。

3 第三章

本章需要注意判断是否需要考虑相对论情况，当算得 E_k 对应的经典速度超光速度，则需要使用相对论的协变形式。

3.1 $W=h\nu$,$\nu=\frac{c}{\lambda}$,$E=\frac{hc}{\lambda}=E_k+W$,W 为逸出功

3.2 $p=\frac{h}{\lambda}$,$E=\frac{hc}{\lambda}$

3.3 严格地，使用相对论情况：

$$E^2=m^2c^4+p^2c^2$$
$$E=m_0c^2+eU$$
$$thus\ \ p=\sqrt{2m_0c^2eU+e^2U^2}$$

即总能量为静能和电场做功的动能之和。

3.4 (1) $p=\frac{h}{\lambda}$ 普适，λ 相等则 p 相等

(2) 光子无静能

$$E_{photon}=\frac{h}{\nu}=\frac{hc}{\lambda}$$
$$E_e=E-E_0=E-m_ec^2$$
$$E^2=m_e^2c^4+p^2c^2=m_e^2c^4+(\frac{hc}{\lambda})^2c^2$$

3.5 (1)

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2$$
$$m = 2m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

(2)

$$E^2 = (mc^2)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$
$$p = \sqrt{3}m_0c$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

3.7 同 3.3 的 p

3.9 (1) 康普顿散射的公式只要记住 $\Delta\lambda$ 的即可

$$before \ \ E = h\nu$$
$$after \ \ E^{'} = h\nu^{'} = \frac{hc}{\lambda^{'}} = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}$$
$$= \frac{hc}{\frac{hc}{E} + \frac{1}{m_pc}(1-cos\theta)} = \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{1}{m_pc^2}(1-cos\theta)}$$

(2) 对于质子的初末态：

$$E_k = E - E^{'} = mc^2 - m_0c^2 = (\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0)c^2$$

E_k 能求出，然后解出 v 即可。

3.11 (1)

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0c}$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$\frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{pc}{m_0c^2} = \frac{\sqrt{E^2 - m_0^2c^4}}{m_0c^2} = \sqrt{(\frac{E}{E_0})^2 - 1}$$

(2)

$$\frac{\lambda_c}{\lambda} = 1$$
$$E = \sqrt{2}E_0$$
$$E_k = E - E_0 = (\sqrt{2}-1)E_0$$

3.13 动能不大，可以直接用经典动能

3.15 纯计算题，注意约化康普顿波长为 $\frac{\hbar}{m_0 c}$，多除了一个 2π

3.17 $E_k = \frac{3}{2}kT = 0.0385eV$，直接用经典的 $p = \sqrt{2m_n E_k}$ 即可，当然取最概然速率等也未尝不可；衍射条件为 $n\lambda = 2dsin\theta$

3.21/22 用不确定性关系

3.23 注意 $\Delta E = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}$

3.24

$$E_{min} = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2}$$
$$\Delta x = L$$

在第二小问的情况下，计算出最小动能为 95MeV，如果是一个真实粒子的话，已经超光速了。可以考虑相对论修正。然而我们一般以上式为估算方法，原因是：薛定谔方程是一个非相对论性方程，它的哈密顿量有经典的动能项，那么自由哈密顿量（能量）的本征值就是 $\frac{p^2}{2m}$。在非相对论性量子力学中，Δx 极小时，Δp 接近无穷大。但这种动量空间中的平面波并不能代表非相对论的真实粒子，真实粒子是一个波包，位置和动量都有有限的范围。

当然，对于此题可以做相对论修正，并包含量子力学的出发点：

$$p^2_{min} = \frac{\hbar^2}{4L^2}$$
$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 = (m_0c^2 + E_k)^2$$

量子力学里没有速度，而相对论能量的协变形式以平方出现，用以上两式求出最小动能，将符合相对论。

3.25 势能为零时，薛定谔方程的能量本征解满足：

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = E\Psi(x)$$

自由运动粒子的波函数：

$$\Psi(x)=\Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{x}-Et)}$$

代入上式有：

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi_0 e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\cdot\vec{x}-Et)}=\frac{p^2}{2m}\Psi=E\Psi$$

故 $E=\frac{p^2}{2m}$

3.26 详见课本 3.6.3，即 P134-136。充分利用边界条件，注意各部分 k 的取值。

3.27 分离变量法，且各方向的性质相同：

$$\Psi=\Psi_x\Psi_y\Psi_z$$
$$\nabla^2\Psi+\frac{2mE}{\hbar^2}\Psi=0$$
$$we\ \ get\ \ \Psi_i(i)=Acoski+Bsinki,(i=x,y,z)$$
$$where\ \ A=0,Bsinka=0$$
$$k=\frac{n_i\pi}{a}=\frac{\sqrt{2mE_i}}{\hbar}$$

3.28 $d=\frac{\hbar}{2\sqrt{2m(V_0-E)}}$

3.29 $k=\frac{n\pi}{a}$，由 $\sqrt{\frac{2}{a}}=1$，得 a=2。于是 $k=\frac{n\pi}{2}=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$，则 $E=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{8m}$。

3.30 (1)$(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+\frac{1}{2}m\omega^2x^2)u(x)=Eu(x)$,(2) 将 $u_0(x),u_1(x)$ 代入薛定谔方程，得 $E_0=\frac{\hbar\omega}{2},E_1=\frac{3\hbar\omega}{2}$,(3):

$$E_k=\frac{p^2}{2m}\geq\frac{1}{2m}(\frac{\hbar}{2\Delta x})^2=\frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}$$
$$E=E_k+V\geq\frac{\hbar^2}{8m\Delta x^2}+\frac{1}{2}m\omega^2(\Delta x)^2\geq\frac{\hbar\omega}{2}$$

最后一步中用到基本不等式.

3.31 $E=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$

3.32 n=2,l=0,1, 当 l=0,m=0; 当 l=1,m=$\pm1,0$

3.33 $3cos^2\theta-1$ 是 l=2,m=0 的球谐函数，$(\frac{r}{a_1})^2e^{-\frac{r}{3a_1}}$ 在 l=2 是 n=3 的径向函数，故 n=3,l=2,m=0

3.34 $U(r)=\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$,$\bar{r}=a_1$, 故 $\bar{U}=\frac{e}{4\pi\epsilon_0 a_1}$

3.35 $P=\int_0^{10^{-13}}|R|^2r^2dr$

3.36 $L=\sqrt{l(l+1)}\hbar=2\sqrt{3}\hbar$。沿磁场方向的分量的意思就是沿 z 方向的分量，就是说 stern-gerlach 实验中通过磁场将各本征态分开了。当然，磁场不会影响 m 的值。$m=\pm3,\pm2,\pm1,0$

3.37 (1)$\int|\psi|^2dV=1,N=\sqrt{\frac{1}{8abc}}$,(2)$P=\int_0^a dx\int_{-\infty}^{+\infty}dy\int_{-\infty}^{+\infty}dz|\psi|^2=\frac{1-e^{-1}}{2}$, (3)P=$\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-b}^{b}dy\int_{-c}^{c}dz|\psi|^2=(1-e^{-1})^2$

4 第四章

4.1 主线系最长波长对应 $2s\to2p$, 辅线系线系限对应 $2p\to\infty$

4.3 主线系线系限对应 $3s\to\infty$, 共振线对应 $3s\to3p$, 漫线系第一条对应 $3p\to3d$, 基线系第一条对应 $3d\to4f$

4.4 同 4.1

4.5 $\frac{1}{\lambda_1}=\tilde{\nu}_1=\frac{R_A}{(4-\Delta s)^2}$, 可求出 Δs;$\frac{1}{\lambda_2}=\tilde{\nu}_2=\frac{R_A}{(4-\Delta s)^2}-\frac{R_A}{(4-\Delta p)^2}$, 可求出 Δp

4.6 跃迁定则限制在 l 只能差 $0,\pm1$, 此情况都满足，有 $3p\to3s,3s\to2p,2p\to2s,3p\to2s$

4.11 铯原子 n=6 参考课本 p173-p174, 观察各组数据找出规律：A 组 3 个一组，对应 $nd\to6p$, 为漫线系；B 组 1 个一组，对应 $ns\to6p$, 为锐线系；C 组 2 个一组，对应 $np\to6s$, 为主线系。图略。

4.13

- (1)$D_2=3^2P_{\frac{3}{2}}\to3^2S_{\frac{1}{2}}$, $D_1=3^2P_{\frac{1}{2}}\to3^2S_{\frac{1}{2}}$
- (2)s 与 p 能级的差，来自于原子实极化和轨道贯穿
- (3)p 能级内的分裂（碱金属），来自于自旋轨道相互作用
- (4)（期中考试题目）双线强度之比为 $\frac{I_2}{I_1}=\frac{N_2}{N_1}=\frac{g_2}{g_1}e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}}=\frac{g_2}{g_1}e^{-\frac{\delta E}{kT}}$，其中 g 是精细能级的简并度，$j=\frac{3}{2}$ 的简并度是 4，而 $j=\frac{1}{2}$ 的简并度是 2，故 $\frac{I_2}{I_1}=2e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$

4.16 $\vec{l}\cdot\vec{s}=\frac{j^{*2}-l^{*2}-s^{*2}}{2}\hbar^2=\begin{cases}\dfrac{\hbar^2}{2},\ j=\dfrac{3}{2}\\ -\hbar^2,\ j=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

4.19 双重线的能级差为 $\Delta E=\frac{Rhc\alpha^2Z^4}{n^3l(l+1)}=hc\Delta\tilde{\nu}$，莱曼系主线双重线为 n=2，l=1 的双线，带入求得 Z=3.

4.20 由不确定关系 $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$，而谱线的自然宽度为 $\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta E_2 + \Delta E_1}{E}$，用不确定关系计算即可。注意能量的不确定度是 $\pm$ 的，因此总不确定度是数值相加。

4.21 注意，此处我们只计算磁矩的大小。如果考虑磁矩的方向，则由于可观测量不相容，只能有一个方向的。

$$\begin{cases} \mu_l = \dfrac{e}{2m_e} P_l,\ P_l = 0 \\ \mu_s = \dfrac{e}{m_e} P_s,\ P_s = \sqrt{s(s+1)} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\hbar \end{cases}$$

故 $|\vec{\mu}| = \frac{\sqrt{3}e\hbar}{2m_e} = \sqrt{3}\mu_B$.

4.26 $\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$，而氢原子只考虑 n 相同的简并度为 $2n^2$(考虑自旋).

5 第五章

5.1 电离第一个电子须提供结合能，电离后是类氢离子：$E = 24.5 + \frac{13.6Z^2}{n^2} = 78.9eV$.

5.2 $l_1 = 0, l_2 = 1$，故 $L = 1$；当 s=0，J=1 $\rightarrow$ $^1P_1$；当 s=1，J=2,1,0 $\rightarrow$ $^3P_{2,1,0}$.

5.3 电子组态为 $l_1 = 1, s_1 = \frac{1}{2}; l_2 = 2, s_1 = \frac{1}{2}$，组成原子组态为 $L = 2, S = 1$。

- 轨道角动量：$P_{l_1} = \sqrt{l_1(l_1+1)}\hbar = \sqrt{2}\hbar, P_{l_2} = \sqrt{6}\hbar, P_L = \sqrt{6}\hbar$，求夹角：$cos\theta(l_1, l_2) = \frac{P_L^2 - P_{l_1}^2 - P_{l_2}^2}{2P_{l_1}P_{l_2}} = -\frac{1}{2\sqrt{3}}, \theta l_1, l_2 = 106.78°$
- 同理求自旋角动量 $cos\theta(s_1, s_2) = \frac{1}{3}$

5.4 J=2,L=3,S=1,$\theta(J, L) = arccos\frac{P_L^2 + P_J^2 - P_S^2}{2P_L P_J} = arccos\frac{2\sqrt{2}}{3} = 19.47°$.

5.5 $J = \frac{3}{2}, L = 2, S = \frac{3}{2}, \vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{P_J^2 - P_L^2 - P_S^2}{2} = -3\hbar^2$

5.6 同 5.5，当 $J = \frac{5}{2}, \vec{L} \cdot \vec{S} = \hbar^2, J = \frac{3}{2}, \vec{L} \cdot \vec{S} = -\frac{3}{2}\hbar^2$

5.7 (1)4s5s LS 耦合：$4s : l_1 = 0, s_1 = \frac{1}{2}$，$5s : l_2 = 0, s_2 = \frac{1}{2}$，形成原子态：$S = 0, 1; L = 0 \rightarrow J = 0, 1$，为 $^1S_0, ^3S_1$. (2)4s4p LS 耦合：$4s : l_1 = 0, s_1 = \frac{1}{2}$，$4p : l_2 = 1, s_2 = \frac{1}{2}$，形成原子态：$S = 0, 1; L = 1 \rightarrow S = 0, ^1P_1; S = 1, ^3P_{2,1,0}$. (3) 能级图为（注意 2S+1 大能量低）：

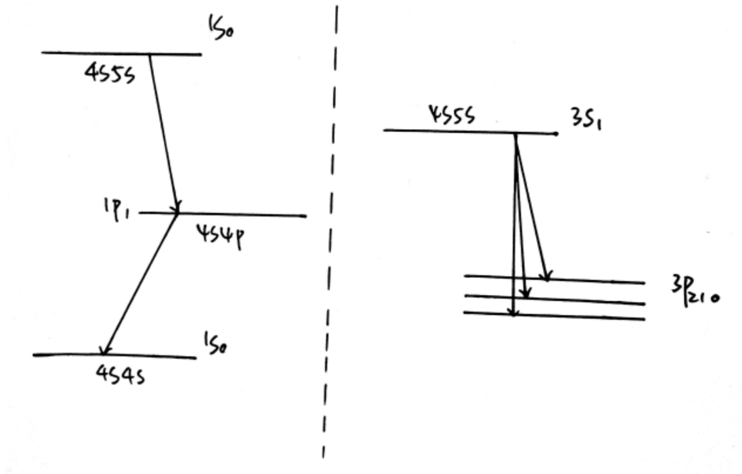

图 1: 5.7

5.9 技巧：把需要填充的层的 l 格画出，从大到小填充同向自旋的电子，填满后再填充反向自旋的电子 (使 L，S 值都最大)；小于半满选 J 最小的，大于半满选 J 最大的。

m_l	1	0	-1
m_s	↑	↑	

图 2: 5.9

如上图，将 m_l 求和得 $L = 1$，而 m_s 求和得 $S = 1$，由于小于半满，则选 J 最小的是基态 $J = 0 \rightarrow {}^3P_0$.

m_l	1	0	-1
m_s	↑	↑	↑

图 3: 5.9

如上图，将 m_l 求和得 $L=0$，而 m_s 求和得 $S=\frac{3}{2}$，正好半满的时候 J 只有一个值，则基态为 ${}^4S_{\frac{3}{2}}$.

5.10 1s2p 组成 ${}^1P_1,{}^3P_{2,1,0}$，1s2s 组成 ${}^1S_0,{}^3S_1$，1s1s 组成 ${}^1S_0$.

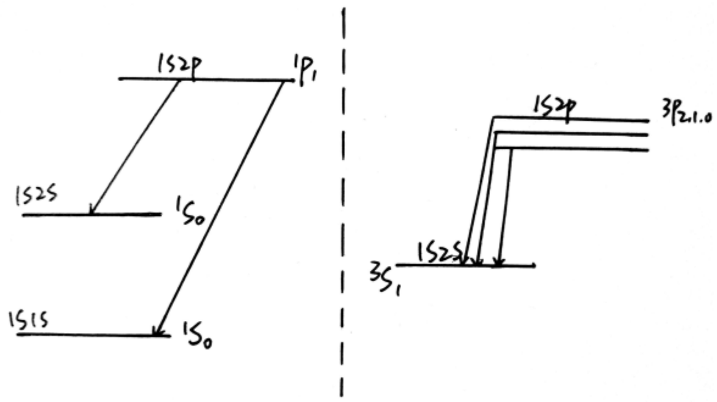

图 4: 5.10

5.11 锐线系为 p 到 s，则锐线系三重态指 $S=1,L=1,J=2,1,0$，由朗德间隔定则：$E_2-E_1=2(E_1-E_0)$，故 $\frac{\Delta\nu_2}{\Delta\nu_1}=\frac{E_2-E_1}{E_1-E_0}=\frac{1}{2}$

5.12 jj 耦合：$6p: l=1, s=\frac{1}{2}, j_1=\frac{3}{2},\frac{1}{2}$；$7s: l=0, s=\frac{1}{2}, j_2=\frac{1}{2}$

$$j_1=\frac{3}{2}, j_2=\frac{1}{2}, J=2,1\rightarrow(\frac{3}{2},\frac{1}{2})_{2,1}$$
$$j_1=\frac{1}{2}, j_2=\frac{1}{2}, J=1,0\rightarrow(\frac{1}{2},\frac{1}{2})_{1,0}$$

5.13 查表得 P 与 P_d.

5.14 3d 的 $m_l=\pm2,\pm1,0$，自旋可以填上下两个，共 10 个.

5.15 (1)$m_s=\pm\frac{1}{2}$ 共两个；(2)m_l 有 $2l+1$ 个，m_s 有 2 个，共 $2(2l+1)$ 个；(3) 共 $2n^2$ 个.(记住)

5.18

- 2s3p 组成 ${}^1P_1,{}^3P_{2,1,0}$，2s3s 组成 ${}^1S_0,{}^3S_1$，2s2p 组成 ${}^1P_1,{}^3P_{2,1,0}$，2s2s 组成 ${}^1S_0$. 共十条.
- 若只是指下面三个能级：2s2p 组成 ${}^1P_1,{}^3P_{2,1,0}$，2s2s 组成 ${}^1S_0$. 只有一条.

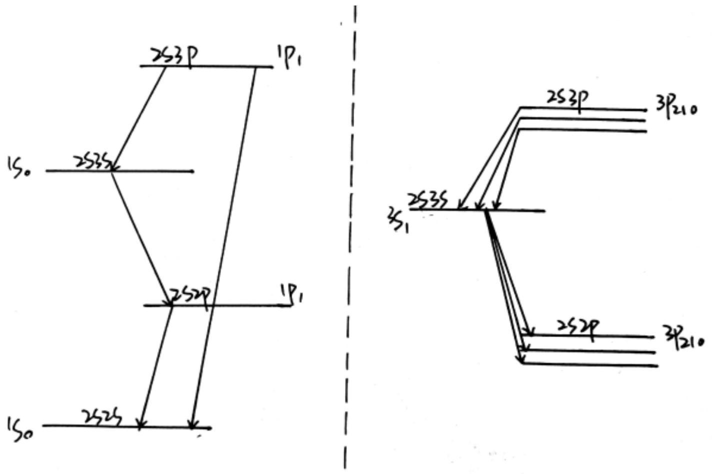

图 5: 5.18

5.32 $E_{max}=10^5eV=h\frac{c}{\lambda}$

5.34 标识谱 K 线系的波数 $\tilde{\nu}=R(Z-1)^2(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})$，则 $\lambda=\frac{1}{\tilde{\nu}}$，波长包含在在短波限范围内，能看到.

5.39 $E=h\nu=hcR(Z-1)^2(1-\frac{1}{2^2})$，可求得 Z=26.

5.42 K 的吸收限上，相当于高能级的电子能量趋于 0，吸收限对应电离出去的电子的能量，$E_k=-h\frac{c}{\lambda}$；类氢离子中基态能量 $E=h\nu=-hcRZ^2$. 二者不同，因为钨原子中有其他电子势场的贡献.

5.46 55.8keV, 33.7keV 是原子 K，L 壳层电子被电离所得 (以下能量记正值)；$21.6keV=(E_K-E_M)-E_L$ 是 k_β 线产生的 L 层俄歇电子（即 M 到 K 跃迁打出 L 层电子）；$18.8keV=(E_K-E_L)-E_L$ 是 k_α 线产生的 L 层俄歇电子（即 L 到 K 跃迁打出 L 层电子）.

6 第六章

6.1 $\omega=|\frac{\mu_sB}{P_s}|=\frac{eB}{m_e}$，其中银原子只有 S 轨道的电子，无轨道角动量.

6.3 熟悉的题目。

$$Ma=\mu_z\frac{dB}{dz}$$
$$y=\frac{1}{2}a(\frac{L_1}{v})^2+a\frac{L_1L_2}{v^2}=\frac{a}{v^2}(\frac{L_1^2}{2}+L_1L_2)$$

6.4 (1)$\mu_s=-\frac{e}{m_e}P_s$，则沿磁场分量 $\mu_z=\pm\frac{e}{m_e}\frac{1}{2}\hbar=\pm\mu_B$，能量差为 $\Delta E=2\mu_B B$;(2)$\Delta E=h\frac{c}{\lambda}$.

6.5

- $\Delta E=-\vec{\mu_J}\cdot\vec{B}=\frac{ge}{2m_e}\vec{P_J}\cdot\vec{B}=gM\mu_B B$, 对 $2\ ^2P_{\frac{3}{2}}, l=1, s=\frac{1}{2}, j=\frac{3}{2}; \Delta E=\frac{4}{3}M\mu_B B$, 对 $2\ ^2P_{\frac{1}{2}}, l=1, s=\frac{1}{2}, j=\frac{1}{2}; \Delta E=\frac{2}{3}M\mu_B B$

- 帕那巴克效应下 $\Delta E=(m_l+2m_s)\mu_B B$,$m_l=\pm1,0; m_s=\pm\frac{1}{2}$, 分别计算，去掉重复的，共有五个能量值.

6.6 2p 态由于 LS 耦合引起的双层能级间隔为 $\Delta E_{ls}=\frac{Rhc\alpha^2Z^4}{n^3l(l+1)}$, 此处 n=2,l=1,Z=1. 在外场下能量改变为 $Mg\mu_B B$, 而相邻能级 M 差 1, 故 $\Delta E=g\mu_B B$.

6.7 $L=3, S=\frac{3}{2}, J=\frac{3}{2}$, 从 J 看出会分成四束；$\mu_J=g\frac{e}{2m_e}P_J$, 其中 $P_J=\sqrt{J(J+1)}\hbar$.

6.8 $2J+1=9$ 支,J=4; 由 ^5D 知 S=2,L=2, 故可求 $\mu_{J_{Max}}=g\frac{eJh}{2m_e}$, 运动学求解 d 即可.

6.10 （期中考试）对 $3\ ^2D_{\frac{3}{2}}, l=2, s=\frac{1}{2}, j=\frac{1}{2}$, 有 $g_2=\frac{4}{5}$, 而 $2\ ^2P_{\frac{1}{2}}$ 的 $g_1=\frac{2}{3}$；$\Delta E=(M_2g_2-M_1g_1)\mu_B B$, 去掉重复的系数，共有六条谱线.

6.15 $g=\frac{2}{3}$, 顺磁共振 $g\mu_B B=h\nu$

6.16 由上式求得 g=2，而钾原子基态是 S，就是 g=2 的态.

6.18

- $\mu_{z_{max}}=M_{max}g\mu_B$, 而（1）$^4F$ 分成四束，$J=\frac{3}{2}, S=\frac{3}{2}, L=3$, 可求 g;（2）$^6S$ 分成六束，$J=\frac{5}{2}, S=\frac{5}{2}, L=0$;（3）$^5D$ 分成九束，$J=4, S=2, L=2$.

- 由 $\Delta E=hc\tilde{\nu}=Jg\mu_B B$, 而单重态的 g=1，可求得 J=L=6, 故为 $^1I_6$.

6.23 氢原子 $s=\frac{1}{2}, j=l\pm\frac{1}{2}$, 带入 $g=1+\frac{j^{*2}-l^{*2}+s^{*2}}{2j^{*2}}$，对 l 从 0 到正无穷：

$$j=l+\frac{1}{2},\ g=1+\frac{1}{2(l+\frac{1}{2})},\ 1<g\leq 2$$
$$j=l-\frac{1}{2},\ g=1-\frac{1}{2(l+\frac{1}{2})},\ \frac{2}{3}\leq g<1$$

6.25 氢原子基态 $s=\frac{1}{2}, l=0, j=\frac{1}{2}$,j 与质子的 $j=\frac{1}{2}$ 耦合，则总角动量量子数 $F=\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}=0,1$, 将造成双能级劈裂.

7 第七章

7.1 NaCl 解离能（需要给多少能量，才能使其解离）：1. 给 Cl 离子亲和能的能量 E_-，把电子从 Cl 离子中拆开；2. 电子还给 K 离子，释放 K 的电离能 E_+；3. 克服两离子的库伦力，需要做功 E_C；4. 拆开过程中等效与泡利排斥力排斥做正功，释放能量 E_P。故消耗的能量为 $E_- - E_+ + E_C - E_P$. 考试时若不做要求，不用计算泡利排斥能。

7.2 $\omega = \sqrt{k}\mu = 2\pi c\tilde{\nu_0}$,$k = (\tilde{\nu_0}2\pi c)^2\mu$.

7.3 跃迁公式:$\tilde{\nu} = \Delta v\tilde{\nu_0} - \Delta v(v_1 + v_2 + 1)\tilde{\chi}\tilde{\nu_0}$, 其中 $\Delta v = v_2 - v_1$. 位势深度 = 解离能 + 零点能 ($\frac{1}{2}\hbar\omega_0$).

7.5 位势深度 -零点能 = 解离能; 估算时假定势阱深度一样 (因为解离能不能解析求解，所以题意应该是借零点能的区别估算解离能)，而 $\tilde{\nu_0} = \frac{1}{2\pi c}\sqrt{\frac{k}{\mu}}$, 而 $\mu_D > \mu_H$, 因此零点能是 DCl 小一些，解离能 DCl 高一些.

7.7 位势深度 = 解离能 + 零点能，而除去零点能以外的振动能 $n\hbar\omega$，若与解离能 $4.5eV$ 相抵，则分子被解离.

7.8 (1) 验证 $\frac{dU}{dR} = 0 \to R = R_0$.(2) 二阶导数 $k = \frac{d^2U}{dR^2} = -2\beta^2U_0e^{-\beta(R-R_0)}[1-2e^{-\beta(R-R_0)}]$，在 $R = R_0$, $k = 2U_0\beta^2$.(3) 势深度 U_0= 解离能 $4.52eV$+ 零点能 $\frac{1}{2}\hbar\omega = \frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{k}{\mu}}$，由 k 求 β, U_0.

7.9 近红外的转动振动光谱带：基线看不到，但两侧邻近波数相差 $\Delta\tilde{\nu} = 2B = \frac{h}{4\pi^2 Ic} \to I = \frac{h}{4\pi^2\Delta\tilde{\nu}c}$.

7.10 $\frac{\tilde{\nu_1}}{\tilde{\nu_2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}$

7.12 (1) 纯转动光谱，波数与跃迁能级大的那个 J 成正比：$\tilde{\nu} = 2BJ$, 则 $\frac{\tilde{\nu_6}}{\tilde{\nu_1}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_6} = 6$.(2)$\tilde{\nu_1} = \frac{1}{\lambda_1} = 2B, I = \frac{h}{8\pi^2 Bc}$.

7.14 (1)$B = \frac{h}{8\pi^2\mu r^2 c}$, 求 r；(2) 间隔 $2B \propto \frac{1}{\mu}$.

7.15 两伴线波数差 $\Delta\tilde{\nu} = 2\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}$, 而 $hc\tilde{\nu} = \hbar\omega$, 且 $k = \omega^2\mu$.

7.16 应为转动拉曼谱，间隔为 4B

7.17 斯托克斯线 $\tilde{\nu}_J - \tilde{\nu_0} = +(6+4J)B$, 而 $J = -2$, $\tilde{\nu}_J - \tilde{\nu_0} = -6B$, $\tilde{\nu} = \tilde{\nu_0} + \Delta\tilde{\nu}$.

7.18 转动谱：瑞利线在中心，斯托克斯线 -6B，-10B，反斯托克斯线 +6B，+10B，+14B