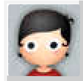

2013-2014第一学期期末考试试卷及答案 [复制链接]

一. 判断选择题 (每题3分,共30分,答题请写在试卷上):

1. 设事件A, B相互独立且$P(B) = 0.5, P(A-B) = 0.3$, 则$P(B-A) =$ ________.

(A) 0.1 (B) 0.2 (C) 0.3 (D) 0.4

2. 设A, B, C为三个事件,若$P(A) = p, P(B) = 2p, P(C) = 3p$ 且 $P(AB) = P(BC)$, 则 p 的最大值为 ______________.

(A) 1/3 (B) 1/4 (C) 1/5 (D) 1/6

3. 设$X_n \sim B(n,p),\ 0 < p < 1$, 则当$n$很大时, 下列叙述不正确的是__________.

(A) $\frac{X_n}{n}$ 依概率收敛到p (B) 若$np \approx 5$, 则X_n近似服从参数为5的泊松分布

(C) $\frac{X_n}{n}$ 近似服从$N(p, \frac{p(1-p)}{n})$ (D) $\frac{X_n - np}{\sqrt{p(1-p)}}$ 近似服从$N(0,1)$

4. 袋中有10个球, 里面有0个, 1个, 2个,\ldots, 10个白球是等可能的. 今向袋中放入一个白球, 然后随机从袋中取出一个球, 则这个球为白球的概率是______________.

(A) 5/10 (B) 6/11 (C) 5/11 (D) 4/11

5. 设随机变量(X,Y)服从二元正态分布, 且有$Var(X) = 1, Var(Y) = 4$. 令$W = X - aY, V = X + aY$, 则当$a =$ ______________时W和V相互独立.

(A) 1 (B) $1/\sqrt{2}$ (C) 1/2 (D) 1/4

6. 假设θ的一个无偏估计量为$\hat{\theta}$, 其在一组样本下的值为1.2, 则下述描述正确的是_______.

(A) $E\hat{\theta} = 1.2$ (B) $\theta = 1.2$ (C) 估计量$\hat{\theta}$不存在系统性误差 (D) $\hat{\theta}$是θ的相合估计

7. 考虑假设检验问题$H_0 : \theta = 0 \leftrightarrow H_1 : \theta = -1$, 若$T = T(X)$为$\theta$的估计量, 则该假设的拒绝域有形式__________ (其中c为合适的常数).

(A) $T > c$ (B) $T < c$ (C) $|T| > c$ (D) $|T$

8. 某电子计算机有100个终端, 每个终端有15\%的可能处于闲置状态, 若各终端被使用与否是相互独立的, 则至少有15个终端空闲的概率约为

_________.

(A) 0.3 (B) 0.4 (C) 0.5 (D) 0.6

9. 设X_1, X_2, X_3为来自正态分布$N(0, \sigma^2)$的样本, 则$S = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$服从分布_________.

(A) $F(1,1)$ (B) $F(2,1)$ (C) $t(1)$ (D) $t(2)$

10. $X_1, \ldots, X_n$为来自正态总体$N(\mu, 1)$ 的样本, 若要求μ的95%置信区间长度不超过0.2, 则样本量n至少为_________.

(A) 382 (B) 383 (C) 384 (D) 385

二.(10分) 假设某种品牌的饮料做促销活动, 消费者每买一瓶该饮料可获得奖品A和B之一, 且获得奖品A和B的概率分别为0.2和0.8. 若某人既想获得A又想获得B, 问他平均要买几瓶该品牌的饮料?

三.(15分) 设随机变量X的概率分布为$P(X=1) = P(X=2) = 0.5$, 随机变量Y在给定$X = k$ 时服从均匀分布$U(0, k)$, ($k = 1, 2$). 试

(1) 求随机变量Y的分布函数$F_Y(y)$.

(2) 求X和Y的相关系数.

四.(20分)
$X_1, \ldots, X_n$和$Y_1, \ldots, Y_m$为分别抽自正态总体$N(\theta, 1)$和$N(\theta, 4)$中抽取的独立样本, 记$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i/n$, $\bar{Y} = \sum_{j=1}^m Y_j/m$.
试

(1) 证明θ的最大似然估计为$\hat{\theta} = \frac{4n}{4n+m}\bar{X} + \frac{m}{4n+m}\bar{Y}$.

(2) 证明$\hat{\theta}$在一切形如$c\bar{X} + d\bar{Y}$的无偏估计里方差最小.

(3) 基于$\hat{\theta}$, 作出θ的置信系数为$1-\alpha$的置信区间.

五. (15分) 装配一个部件可以采用不同的方法. 现在关心的是哪一种方法的效率更高. 从使用两种装配方法装配的部件中各独立随机的抽取12件, 记录它们的装配时间(单位:分钟), 得到

甲方法: 30 34 34 35 34 28 34 26 31 31 38 26
乙方法: 26 32 22 26 31 28 30 22 31 26 32 29

若假设两种装配方法的装配时间均服从正态分布, 则

(1) 两种装配方法装配时间的方差有无显著差异? ($\alpha = 0.05$).

(2) 两种装配方法的平均装配时间有无显著差异? ($\alpha = 0.05$).

六. (10分) 袋中有8个球, 其中红球数未知. 在其中任取3个, 记录红球的个数X, 然后放回再任取3个, 记录红球个数, 然后放回. 如此反复进行了112次, 得到结果如下:

X	0	1	2	3
次数	1	31	55	25

试在$\alpha = 0.05$水平下检验假设H_0：红球的个数为5.

#在这里快速回复#

收藏 11

回复 举报

admin

5 主题 | 6 帖子 | 141 积分

管理员

积分 141

发消息

楼主 | 发表于 2014-1-15 15:55:19 | 只看该作者 推荐

回复看答案

本帖隐藏的内容

一. 1. (B) 2. (B) 3. (D) 4. (B) 5. (C) 6. (C) 7. (B) 8. (C) 9. (C) 10. (D)

二. 设需要买X瓶才能即得到A又得到B, 则对$n \geq 2$有

$$P(X=n) = 0.2^{n-1} \times 0.8 + 0.8^{n-1} \times 0.2.$$

于是
$EX = \sum_{n=2}^{\infty} n \times 0.2^{n-1} \times 0.8 + n \times 0.8^{n-1} \times 0.2 = 5.25.$

或者
$EX = 0.2E(X|A) + 0.8E(X|B) = 0.2(1+1/0.8) + 0.8(1+1/0.2) = 5.25.$

三. (1). 当$y \geq 0$时有

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0; \\ 0.75y, & 0 \leq y \leq 1; \\ 0.5 + 0.25y, & 1 < y < 2; \\ 1, & y \geq 2. \end{cases}$$

(2). 容易得出
$EX = 1.5, EX^2 = 0.5(1+4) = 2.5, EY = E(Y|X=1)P(X=1) + E(Y|X=2)P(X=2) = 0.5($
进而
$\mathrm{Var}(X) = EX^2 - (EX)^2 = \frac{1}{4}$, $\mathrm{Var}(Y) = \frac{13}{48}$, $\mathrm{Cov}(X,Y) = EXY - EXEY = \frac{1}{8}$.
最后

$$\rho(X,Y) = \frac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sqrt{\mathrm{Var}(X)\mathrm{Var}(Y)}} = \sqrt{\frac{3}{13}}.$$

四. (1) 由对数似然函数

$$l(\theta) \propto -\frac{1}{2}\sum(X_i-\theta)^2 - \frac{1}{8}\sum(Y_j-\theta)^2$$

看见其最大值为$\hat{\theta} = \frac{4n}{4n+m}\bar{X} + \frac{m}{4n+m}\bar{Y}$.

(2) 由无偏性知$c+d=1$, 再由方差

$$Var(c\bar{X}+(1-c)\bar{Y}) = c^2\frac{1}{n} + (1-c)^2\frac{4}{m}$$

最小化该方差得到$c=\frac{4n}{4n+m}$, 对比$\hat{\theta}$从而得证.

(3) 由于$\hat{\theta} \sim N(\theta, \frac{4}{4n+m})$, 从而$\theta$的$1-\alpha$置信区间为
$\hat{\theta} \mp u_{\alpha/2}\sqrt{\frac{4}{4n+m}}$

五.(1) 考虑假设: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \leftrightarrow H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, 则使用$F$检验, 易知

$$F_{0.975}(11,11) = \frac{1}{F_{0.025}(11,11)} < F = S_1^2/S_2^2 = 14.02/12.63 = 1.11 < F_{0.025}(11,11)$$

因此不能拒绝H_0, 可以认为两种方法装配时间的方差没有差异.

(2) 考虑假设$H_0: \mu_1 = \mu_2 \leftrightarrow H_1: \mu_1 \neq \mu_2$, 由题设和(1)中的结论知应使用两样本$t$检验. 易知检验统计量值为$2.5722 > t_{0.025}(22)$, 因此拒绝零假设, 认为两种方法的平均装配时间有差异.

六. 在假设H_0下, 理论分布为

$$P(X=i) = \frac{C_5^i C_3^{3-i}}{C_8^3}, i=0,1,2,3$$

即$P(X=0)=1/56, P(X=1)=15/56, P(X=2)=30/56, P(X=3)=10/56$. 从而由拟合优度检验方法

$$T = \sum\frac{(O-E)^2}{E} = 2.2 < \chi^2_{0.05}(3)$$

因此不能拒绝零假设.

点评 回复 支持 4 反对 1 举报

yyr0810

发表于 2014-1-15 16:53:05 | 只看该作者 推荐

0 主题 | 5 帖子 | 42 积分

新手上路

回复看答案...