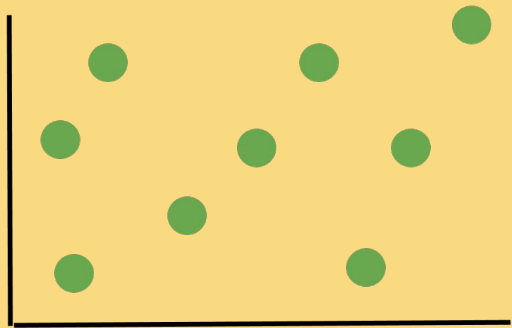


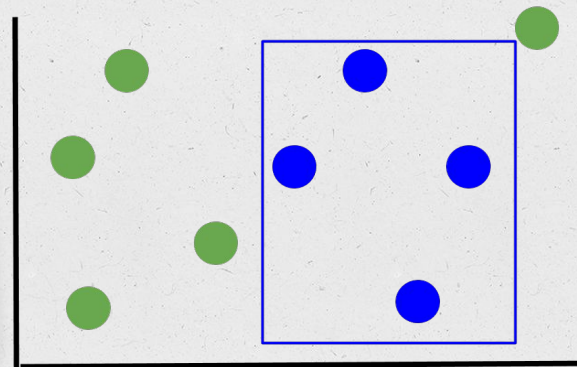
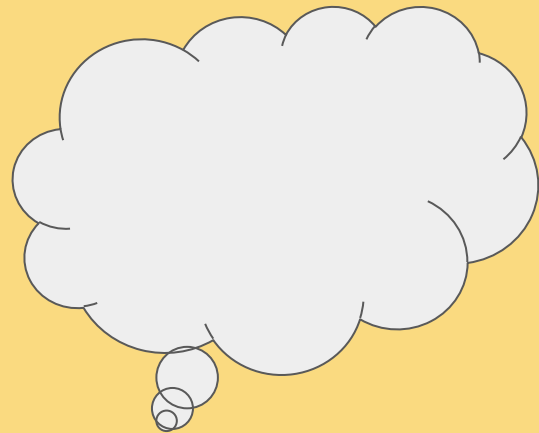
REPASO DE ÁRBOLES Y HINTS DE EJERCICIOS

Geometría Computacional
Ailyn Rebollar Pérez



Sirven para
buscar qué o
cuántos puntos
caen en cierto
rango.

- Árbol K-d
 - Construcción
 - Búsqueda / Consulta
- Árbol de rangos
 - Construcción
 - Búsqueda / Consulta

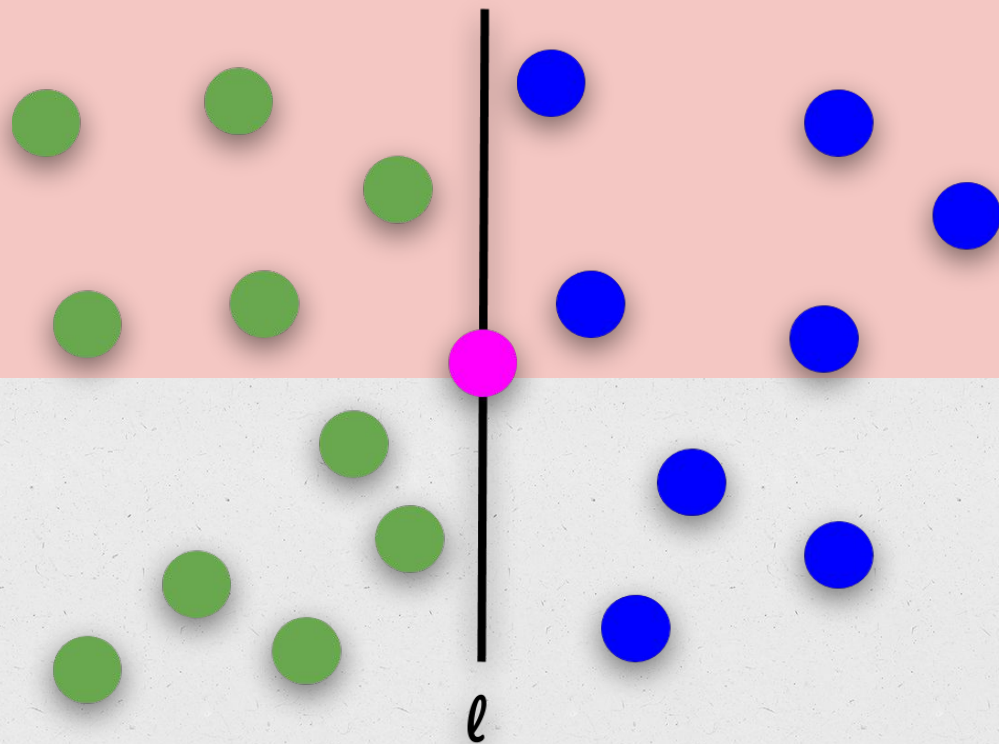


$(a : a') \times (b : b')$

ÁRBOL K-d

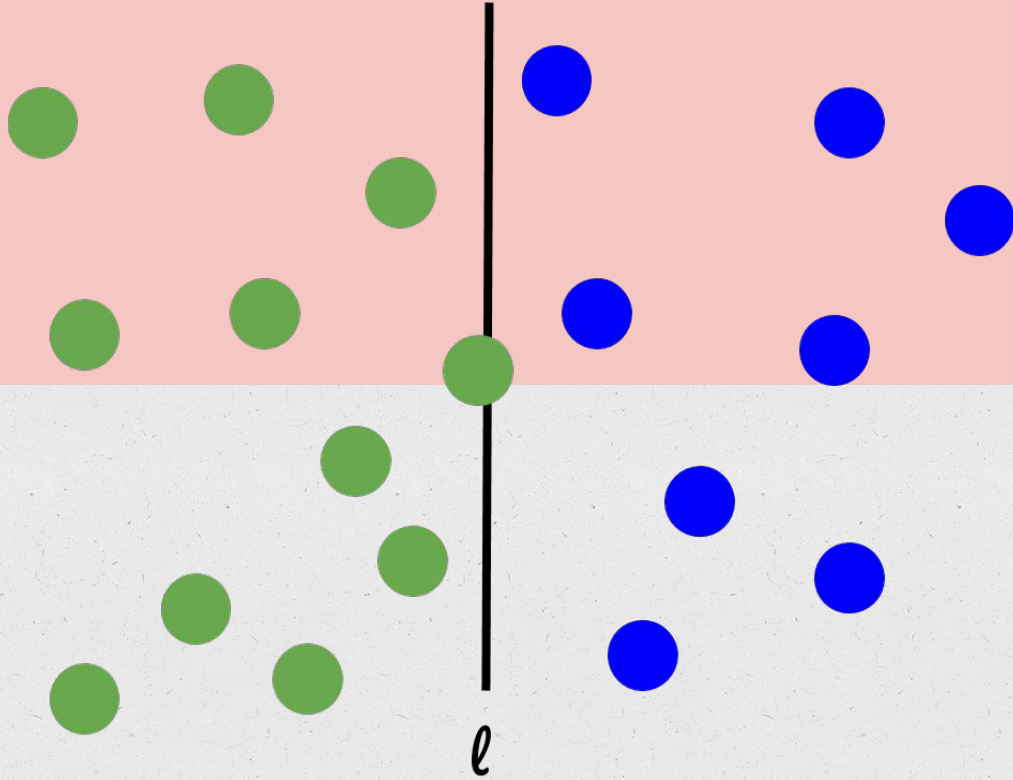
Recordemos éstas características de los árboles K-d:

- ❑ Para construirlo se trabaja dividiendo regiones con líneas horizontales y verticales.
- ❑ Consideramos que los puntos pertenecen a la región de abajo o que está a la izquierda de cada línea.
- ❑ Siempre vamos alternando las líneas en el árbol.
- ❑ En las hojas se encuentran los puntos mientras que en los nodos internos están las líneas..



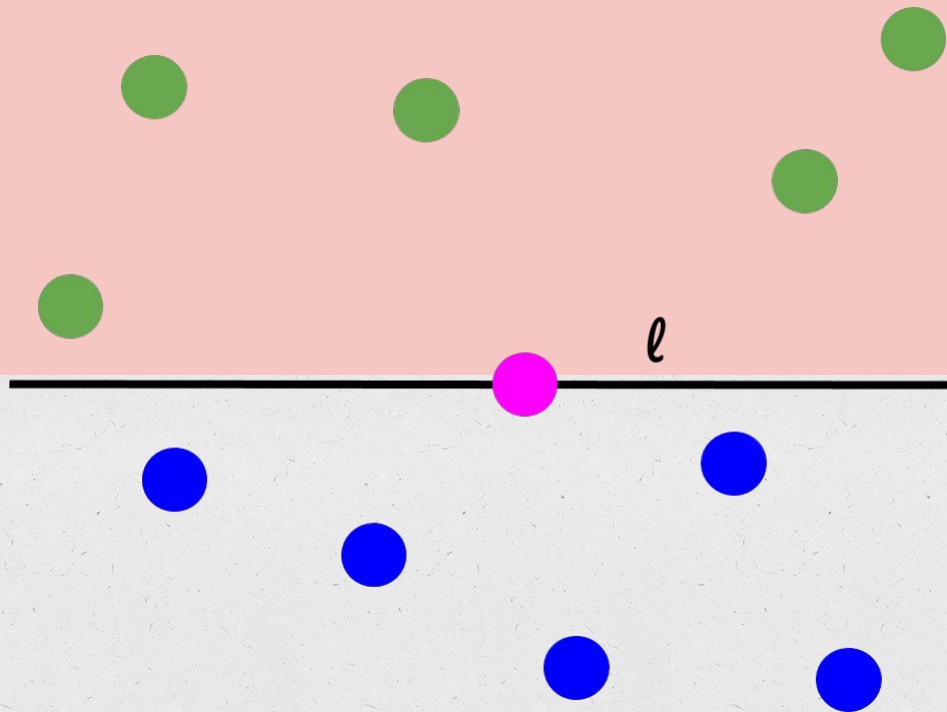
¿Al punto rosa
a qué conjunto
de puntos
debería
pertenecer?

¿Al azul o al
verde?



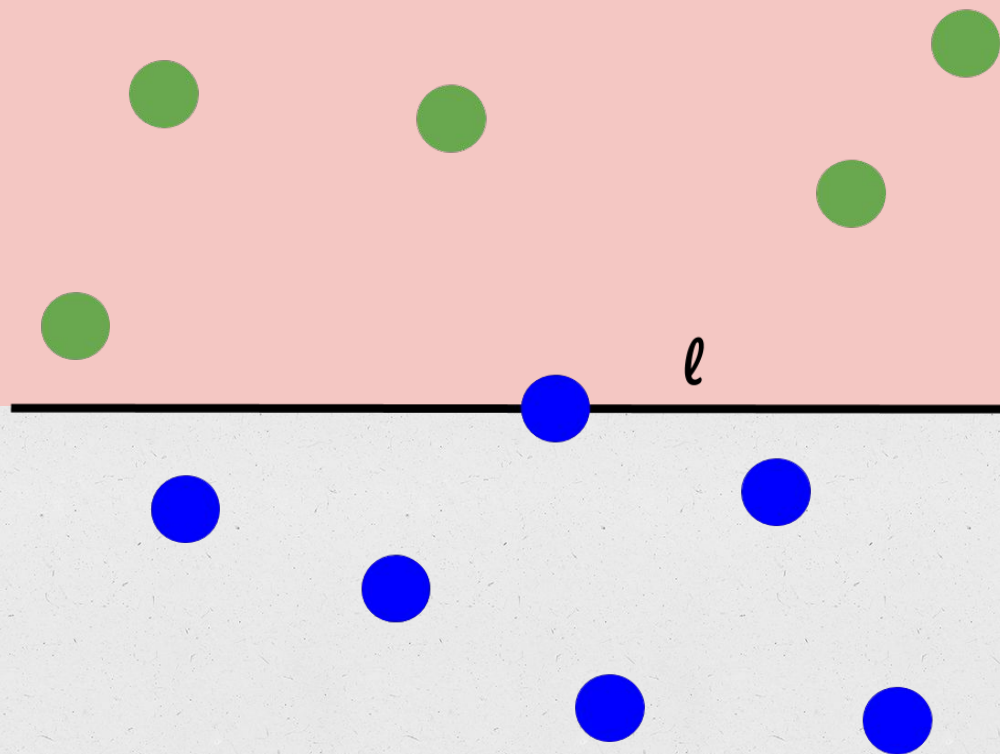
Al verde.

Porque en éste
caso
consideramos
que está a la
izquierda



El punto rosa,
¿a qué región
pertenece?

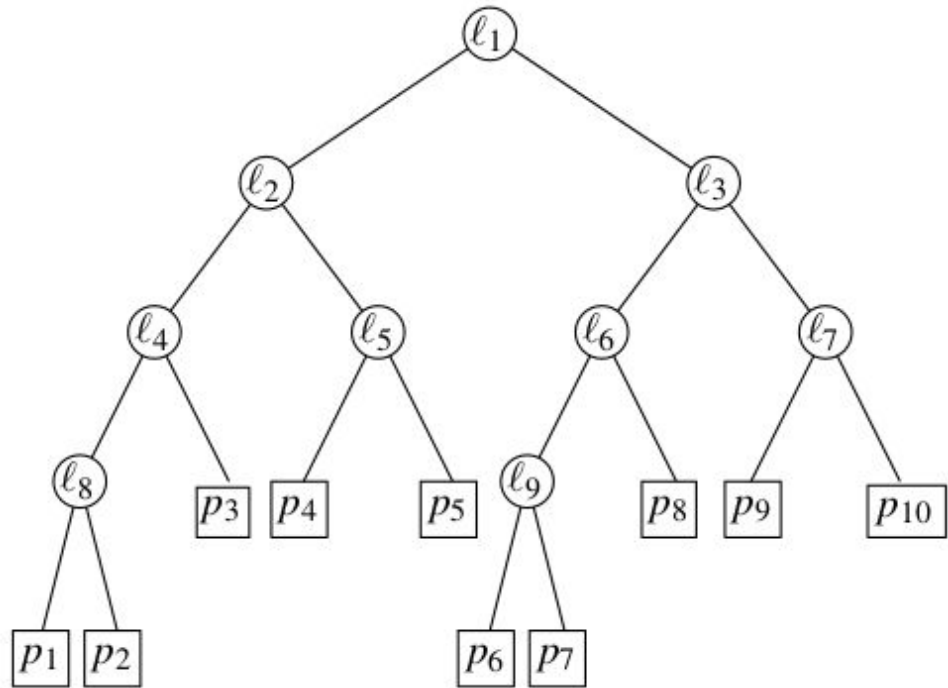
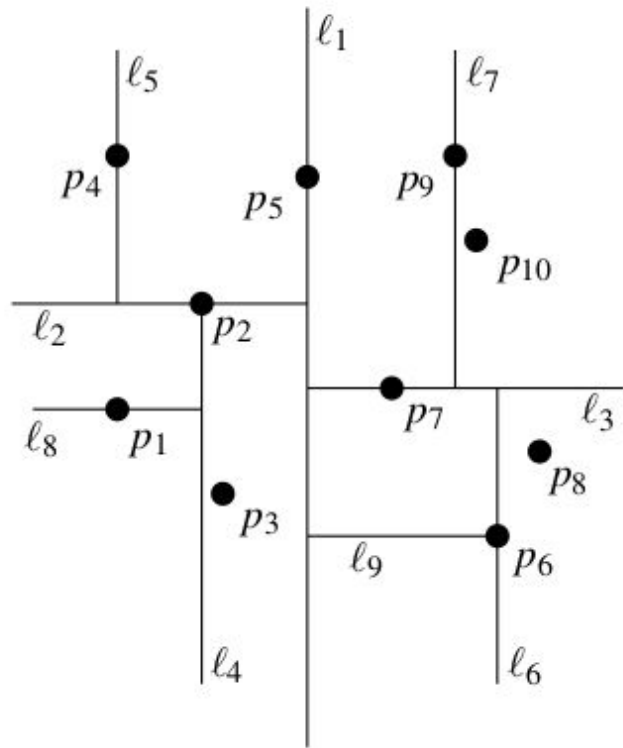
¿En donde
están los
puntos azules o
los verdes?



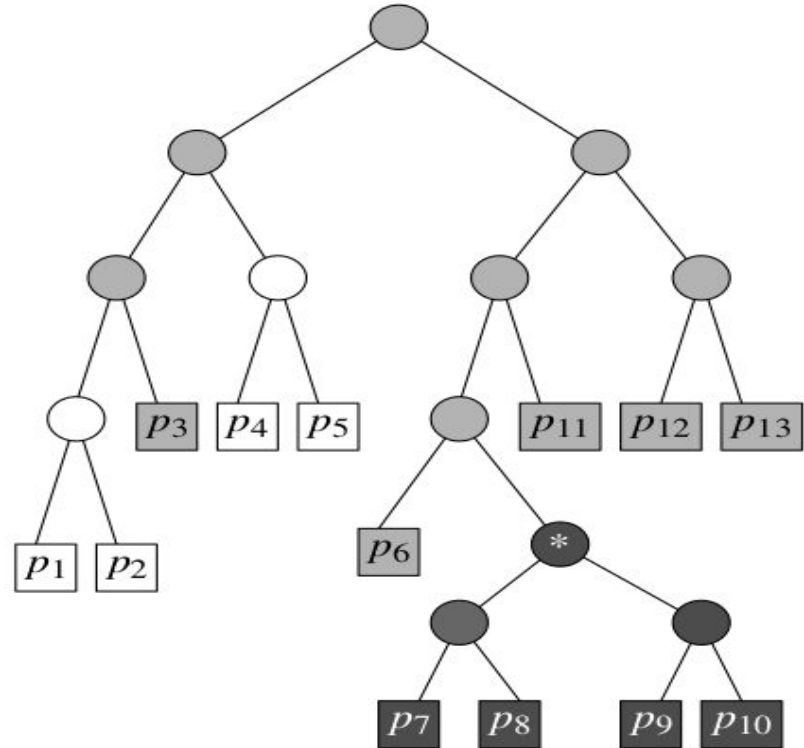
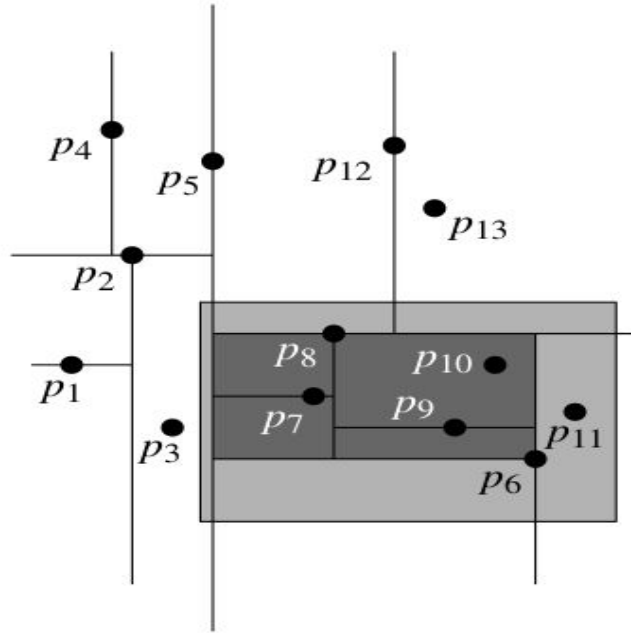
Al azul.

Porque en éste
caso
consideramos
que está abajo.

Construyamos y
consultemos un árbol
K-d



Construyamos y
consultemos un árbol
K-d



HINT EJERCICIO 5

- ★ Estamos buscando un punto particular (a,b) que se está viendo como un rango que es $[a : a] \times [b : b]$.
- ★ En el inciso a) pide que se justifique la complejidad de $O(\log n)$ para ello, recuerden que los puntos están en las hojas.
- ★ ¿Cuántas consultas debemos hacer? ¿Cuál es la altura de un árbol K-d?

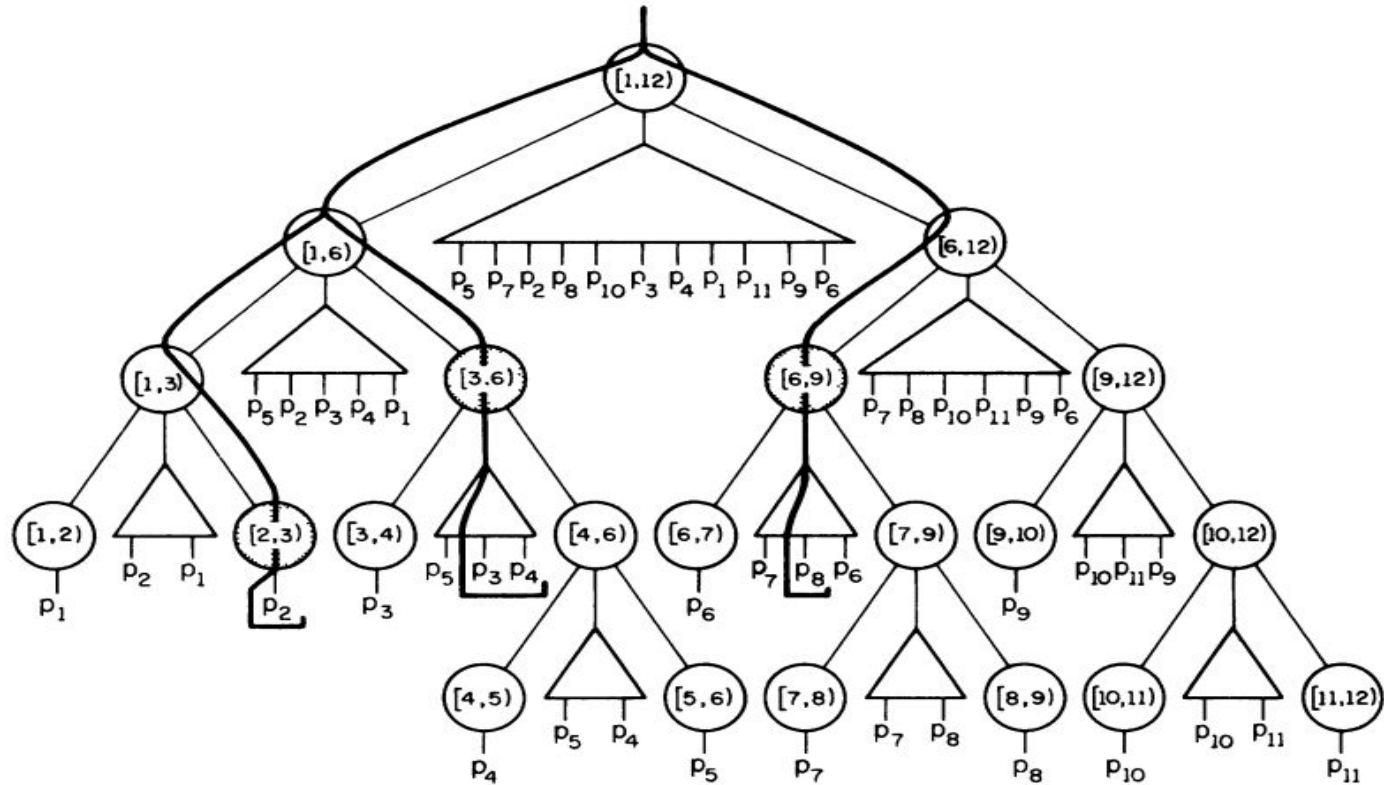
HINT EJERCICIO 5

**Antes de seguir viendo los hints,
recordemos cómo era un árbol de rangos**

Árbol de Rangos

- ❑ Se introduce el concepto de árbol canónico y cada nodo del árbol tiene asociado uno de ellos.
- ❑ Cada árbol canónico es binario balanceado y de búsqueda.
- ❑ El árbol principal o donde se inicia la búsqueda siempre es el árbol asociado a las coordenadas x .

Construyamos y
consultemos un árbol
de rangos



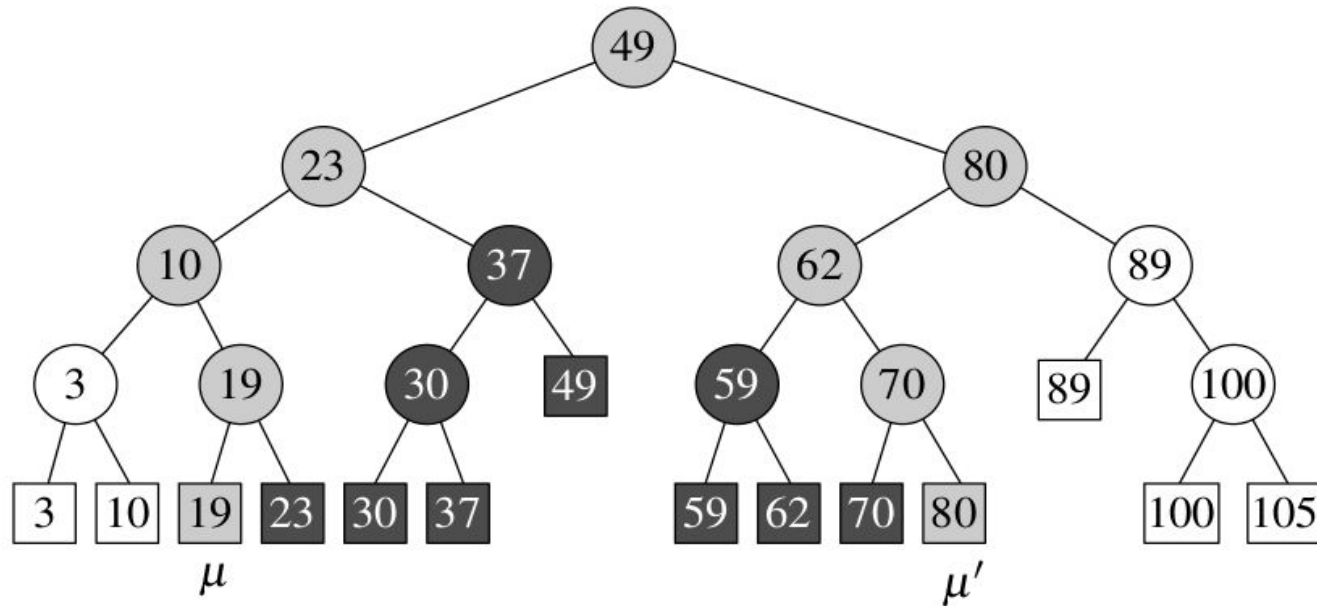
HINT EJERCICIO 5

- ★ Entonces para el inciso b), ¿cuántas consultas tenemos que realizar?
- ★ ¿Cuál es la altura del árbol?
- ★ ¿Cambia la complejidad con respecto a la búsqueda en un árbol K-d?

HINT EJERCICIO 6

- ★ Para el inciso a) recuerden que sólo se trabajará en una dimensión, entonces estamos trabajando en las coordenadas x .
- ★ Los puntos se encuentran tanto en las hojas como en los nodos internos.

HINT EJERCICIO 6



HINT EJERCICIO 6

- ★ ¿Por qué no agregar una etiqueta o atributo en cada nodo del árbol? ¿Servirá de algo?
- ★ Y si guardamos esa etiqueta, ¿qué sería y cómo la utilizarían cuando busquen? Es decir, ¿qué modificación en su algoritmo de búsqueda harían?

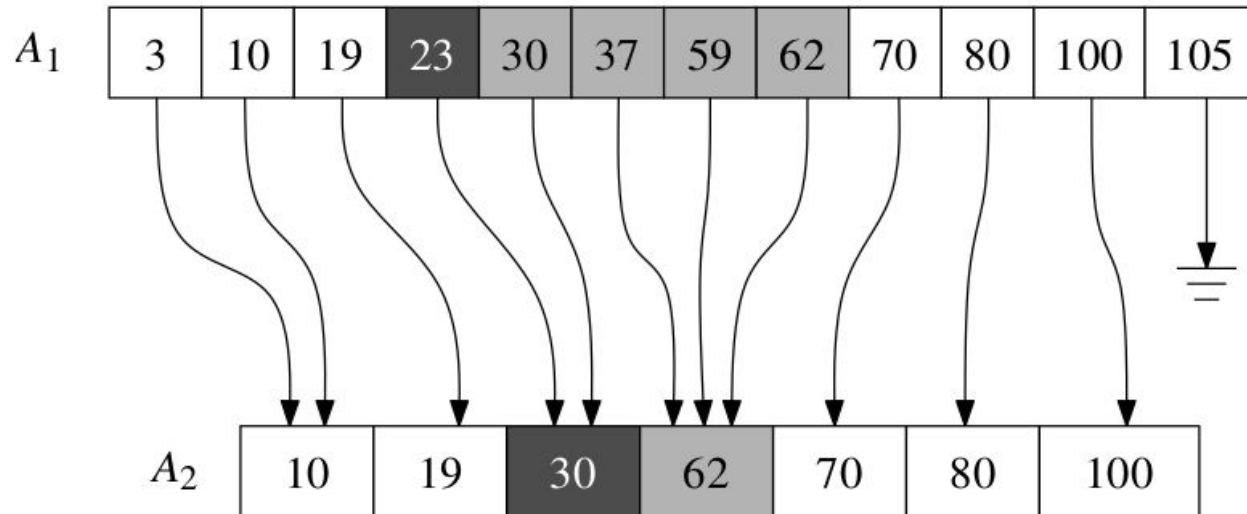
HINT EJERCICIO 6

- ★ Para el inciso b), ¿se puede extender la idea que se propuso para el árbol de una dimensión para más dimensiones?
- ★ ¿Cómo funcionaría o bien cómo harían las búsquedas?

HINT EJERCICIO 6

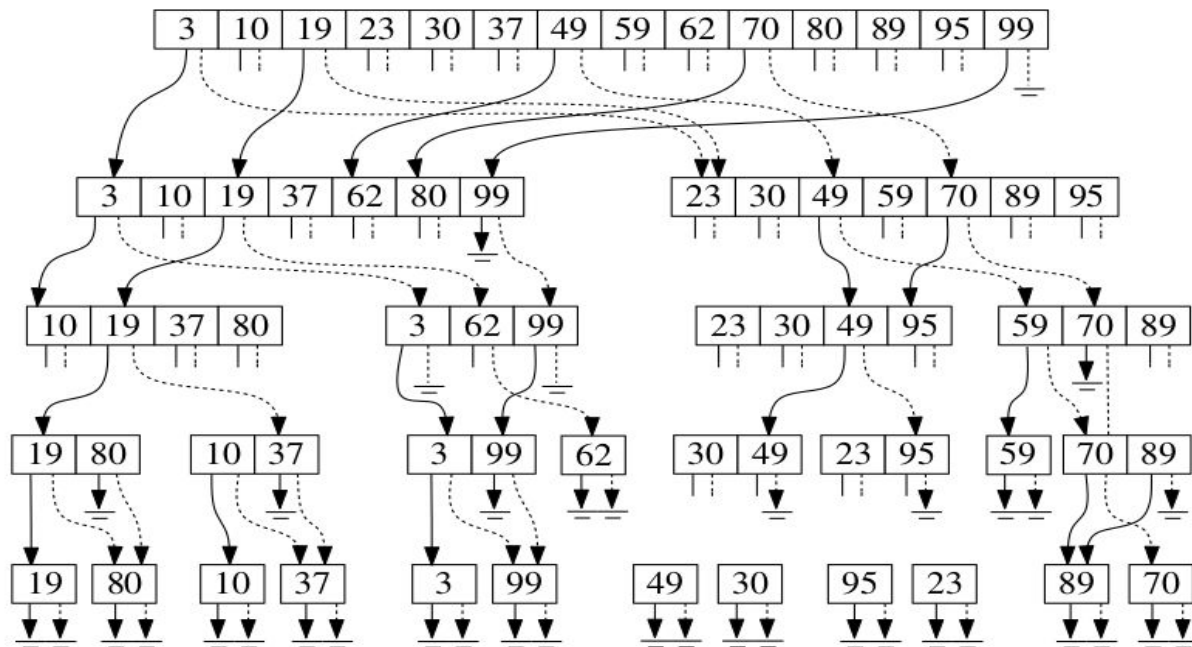
- ★ Para el inciso c), ¿recuerdan su complejidad para acceder a los elementos?
- ★ ¿Qué pasa si sólo lo utilizan en la última dimensión? ¿Mejora el tiempo de consulta?

HINT EJERCICIO 6



HINT EJERCICIO 6

Pueden encontrar la explicación de cascada en la página 113 y 114 del Overmars



Bibliografía

1. Overmars, M. *Computational Geometry. Algorithms and Applications*. 3ra Edición. Springer. 2008.
2. Shamos. Preparata. *Computational Geometry An Introduction*. 9na Edición. Springer-Verlag. 1985

Material

Construcción de K-d Trees con puntos en los nodos

K-d Tree implementación de Búsqueda

Presentación de Range Trees basadas en el Overmars