1^a Lista de Análise de Sobrevivência e Confiabilidade

1. Suponha que seis ratos foram expostos a um material cancerígeno. Os tempos até o desenvolvimento do tumor de um determinado tamanho são registrados para os ratos. Os ratos A, B e C densevolveram tumores em 12, 17 e 21 semanas, respectivamente. O Rato D morreu acidentalmente sem tumor na vigêsima semana de observação. O estudo terminou com 30 semanas sem os ratos E e F apresentarem tumor

   (a) Defina a resposta do estudo

   (b) Identifique o tipo de resposta (evento ou censura) observado para cada um dos ratos no estudo

2. Um estudo de sobrevivência foi realizado para comparar dois métodos para a realização de transplante de medula em pacientes com leucemia. A resposta de interesse era o tempo contado a partir do transplante até a morte de paciente. Suponha que as funções de sobrevivência para os dois tipos de transplante são respectivamente

   $S_1(t) = \exp(-0,07t)$ *e* $S_2(t) = \exp(-0,04t^{0.5})$,

   (a) Obtenha a taxa de falha para os dois grupos

   (c) Qual foi tempo de sobrevivência média e mediana no grupo 1? E no grupo 2?

   (d) Obtenha e interprete o quantil 5% para ambos grupos e compare-o.

   (e) Obtenha a função de densidade dos tempos de sobrevivência para ambos grupos e apresente o correspondente gráfico.

3. Prove que se $T > 0$ tem uma distribuição contínua arbitrária, então a função de risco acumulada de T, $H(T)$, tem distribuição exponencial de parâmetro unitário.

4. Suponha que o tempo de sobrevivência (anos) de pacientes com certo tipo de câncer tem a seguinte função de sobrevivência: $S(t) = 64/(t+8)^2$. Determine:

   (a) Determine o tempo de sobrevivência média e mediana.

   (b) Determine a correspondente função de risco e estude as propriedades.

   (c) Determine o tempo médio residual.

   (d) Determine o tempo médio residual após 5 anos.

   (e) Determine o quantil 5% e interprete-o.

5. Suponha $T_1, \ldots, T_n$ representam os tempos de falhas de n itens, com função de risco $h_1(\cdot), \ldots, h_n()$. Supondo que os tempos os tempos de falhas são independentes. Prove que $T = \min(T_1, \ldots, T_n)$ tem função de risco $\sum_{j=1}^{n} h_j(t)$.

6. Suponha que o tempo (em anos) até a primeira de falha de componentes eletrônicos são modelado pela seguinte função de risco

   $$h(t) = \begin{cases} \lambda_1, & 0 \le t < 2 \\ \lambda_2, & 2 \le t < 4 \\ \lambda_3, & 4 \le t < \infty. \end{cases}$$

   onde $\lambda_j > 0$, j=1,2,3.

   (a) Encontre a função de sobrevivência deste modelo e verifique as propriedades.

   (b) Determine a função de densidade de probabilidade para o modelo.

   (c) Se $\lambda_1 = 0,01$, $\lambda_2 = 0.02$ e $\lambda_3 = 1$. Determine o tempo médio e mediano .

7. Considere o seguinte modelo com função de risco dada por

   $$h(t) = \delta t + \frac{\theta}{1+\beta t}, \quad t > 0,$$

   onde $\beta \ge 0$, $\delta \ge 0$ e $\theta \ge 0$.

   (a) Mostre quando $\theta = 0$, a função de risco é crescente.

   (b) Mostre quando $\delta = 0$, a função de risco é decrescente.

   (c) Mostre quando $\beta = \delta = 0$, a função de risco é constante.

   (d) Mostre quando $\delta \ge \beta\theta$, a função de risco é crescente.

   (e) Mostre quando $0 < \delta < \beta\theta$, a função de risco tem forma de U.

   (f) Usando algum software (como R ou Maple), plotar a função de risco que ilustre os casos (a)-(e).

8. Suponha que o tempo de vida de microrganismo é uma v.a com função de sobrevivência dada por

   $$S(t) = \frac{1}{3}e^{-t/2} + \frac{2}{3}e^{-t/3},$$

   (a) Obtenha o tempo médio de vida do microrganismo.

   (b) Obtenha a função de taxa de falha e estude as propriedades.