

A lo largo de estas cortas notas vamos a profundizar en la comprensión del conector *excepto que* (que denotaremos como E) en varias etapas. En una primera etapa discutiremos sus diferencias con la *o exclusiva*, seguidamente construiremos su tabla de verdad y mostraremos una equivalencia lógica que nos ayudará en las cuentas que debamos realizar con el conector E, y finalmente repasaremos algunas propiedades.

0.1. El conector E

En adelante x e y serán números enteros y consideraremos las proposiciones

$P : x + y$ es un número impar

$Q : x$ e y son ambos pares

$R : x$ e y son ambos impares

Para notar la diferencias con la o disyunción exclusiva (ó) , aquella que solamente es verdadera cuando ambas frases tienen valores diferentes y es falsa si las dos frases son ambas verdaderas o ambas falsas, para ello basta pensar en que

$$P \acute{o} (Q \acute{o} R)$$

tiene valor de verdad Verdadero.

De otro lado

$$P \acute{o} Q$$

$$P \acute{o} R$$

tienen valor de verdad Falso, ya que en el primer caso $P \acute{o} Q$ si $x = 1$ e $y = 1$ hacen falsa a P y falsa Q . Similarmente en el Segundo caso $P \acute{o} R$ si $x = 2$ e $y = 2$ hacen falsa a P y falsa Q .

Sin embargo cuando uno piensa en el conector E se tiene que ser mas sutil y ver primero cual es el valor de verdad de P como si fuera una norma para aplicar, una vez que P sea falso no hay norma para aplicar y todo queda falso, pero si este es verdadero entonces debemos ver si estamos ante una excepción impuesta en Q . En este orden de ideas

$$P E Q$$

es verdad ya que $x + y$ es un número impar Excepto que x e y son ambos pares, y veamos esto minuciosamente

Si $x = 1$ e $y = 2$ se tiene que P es verdadera y como Q no comprende a estos valores entonces no exceptúa a P y no altera el valor de verdad de P por lo que nos quedamos con el valor de verdad de P .

Si $x = 2$ e $y = 2$ se tiene que P es falsa y aunque Q comprende a estos valores no exceptúa a P y por tanto nos quedamos con el valor de verdad de P .

Esto nos permite entonces notar que el conector Excepto que es sutilmente distinto de el conector de la disyunción exclusiva.

0.2. Tabla de verdad

Armados con el hecho de que para comprender el conector E es necesario ver primero el valor de verdad de P y si es falso nos quedamos con la falsedad sin importar que pase con Q y si es verdad vemos si Q es una excepción en el cuyo caso altera la aplicación de P , uno obtiene

P	Q	PEQ
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Ahora bien si uno calcula la tabla de verdad de $Py(noQ)$ se tiene que

P	Q	no Q	P y (noQ)
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

De donde se obtiene que

$$PEQ \equiv Py(noQ) \quad (1)$$

0.3. Algunas propiedades

Uno puede usar la equivalencia en (1) para estudiar todas las propiedades de E. Por ejemplo

$$PEP \equiv Py(noP)$$

Es decir que PEP es una contradicción y por tanto PEP no es lógicamente equivalente a P , de lo cual se infiere que E no es idempotente.

De otro lado

$$\begin{aligned}
 (PEQ)ER &\equiv (Py(noQ))ynoR && \text{Por aplicación de 1} \\
 &\equiv Py((noQ)ynoR) && \text{Por asociatividad de la conjunción} \\
 &\equiv Py(no(QoR)) && \text{Por Leyes de De Morgan} \\
 &\equiv PE(QoR) && \text{Por aplicación de 1}
 \end{aligned}$$

y como QoR no es lógicamente a QER es automático notar que $(PEQ)ER$ no es lógicamente a $PE(QER)$ y el conector E pierde la propiedad de asociatividad.

En términos generales siempre podemos usar 1 para poder realizar cualquier estudio del conector E.