

# Tablas de Verdad

¿De donde se obtiene que  $PEQ \equiv P \wedge (\neg Q)$ ?

Se obtiene verificando las tablas de verdad o partiendo de un lado y llegando a otro aplicando teoremas, leyes y axiomas (lo mismo pasa con las leyes de Morgan). **“Para verificar entonces que dos proposiciones son equivalentes, basta entonces calcular, en una tabla de verdad conjunta o en dos tablas de verdad separadas, los valores de verdad de cada proposición.”** - Equivalencias Lógicas.

En este caso demostraremos porque son lógicamente equivalentes usando tablas de verdad.

$P$	$Q$	$PEQ$
$V$	$V$	$F$
$V$	$F$	$V$
$F$	$V$	$F$
$F$	$F$	$F$

Ahora uno puede usar la equivalencia para estudiar propiedades del operador  $E$ .

Por ejemplo, vamos si el operador E es idempotente (como el  $\wedge$  o el  $\vee$ )

$$PEP \equiv P \wedge (\neg P)$$

Para que sea **idempotente** se tiene que dar que la tabla de verdad de  $P$  tiene que ser igual a  $P \wedge (\neg P)$ .

Pero en este caso es obvio que no se da ya que

$P$	$\neg P$	$P \wedge (\neg P)$
V	F	F
V	F	F
F	V	F
F	V	F

], como podemos ver,  $P \wedge (\neg P)$  no es lógicamente equivalente a  $P$ .

Acá, tienen como probar que se cumple la propiedad de la conmutatividad del  $\wedge$  y del  $\vee$

<https://www.wolframalpha.com/input/?i=%5BP%26%26+Q%2C+Q%26%26P%5D>

Las tablas de verdad de  $P \wedge Q$  coinciden con la de  $Q \wedge P$ . Por lo tanto se da que  $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$  (que significa que es conmutativa porque valen lo mismo), y acá tienen la tabla del  $\vee$ .

<https://www.wolframalpha.com/input/?i=%5BP%7C%7CQ%2C+Q%7C%7CP%5D>

Ahora si queremos probar si el operador E es asociativo tenemos que probar que:

$(PEQ)ER \equiv PE(QER)$ . Esto podemos hacerlo partiendo de un lado y llegar al otro, o partiendo de ambos lados y llegando a la misma expresión, o a través de tablas de verdad de la siguiente manera:

$P$	$Q$	$R$	$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$	$P \wedge \neg (Q \wedge \neg R)$
T	T	T	F	T
T	T	F	F	F
T	F	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

En esta tabla estoy tomando en consideración que  $PEQ \equiv P \wedge (\neg Q)$ .

O tratando de llegar como dije anteriormente de un lado al otro. Por ejemplo partimos de  $(PEQ)ER$  y queremos llegar a  $PE(QER) \equiv P \wedge \neg(Q \wedge \neg R)$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
(PEQ)ER &\equiv (P \wedge \neg Q) \wedge (\neg R) \\
&\equiv P \wedge (\neg Q \wedge \neg R) \quad (\text{Asociatividad del } \wedge) \\
&\equiv P \wedge \neg(Q \vee R) \quad (\text{Morgan}) \\
&\equiv PE(Q \vee R)
\end{aligned}$$

Y como se puede ver queríamos llegar a  $PE(QER)$  es decir a  $P \wedge \neg(Q \wedge \neg R)$  pero llegamos a  $P \wedge \neg(Q \vee R)$  que no es lógicamente igual a  $PE(QER) \equiv P \wedge \neg(Q \wedge \neg R)$  (acá apliqué leyes de Morgan, son lógicamente lo mismo es decir se verdaderos en la tabla con los mismos valores).

Y tampoco es **conmutativa** porque no podés llegar desde  $PEQ$  hasta  $QEP$ , es decir desde  $P \wedge \neg Q$  hasta  $Q \wedge \neg P$ . Y si te queda dudas mira esta tabla de verdad:

<https://www.wolframalpha.com/input/?i=%5B%28P%26%26%7EQ%29%2C%28Q%26%26%7EP%29%5D>

Es obvio que  $P \wedge \neg Q$  va a ser True cuando Q sea falso y P sea verdadero. Y  $Q \wedge \neg P$  va a ser verdadera cuando Q sea verdadera y P sea falsa. Por lo tanto las dos proposiciones se hacen verdaderas en diferentes estados entonces no son lógicamente iguales.