FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA

Álgebra Lineal

TRABAJO PRÁCTICO Nº 2

Definiciones

Definición 1. En un espacio vectorial de dimensión finita n, un subespacio de dimensión $n-1$ se llama hiperespacio o hiperplano o subespacio de codimensión 1.

Definición 2. Si V es un espacio vectorial sobre $\mathbb{K}$ y S es un subconjunto de V, el anulador de S es el conjunto S^0 de funcionales lineales sobre V tales que $f(v) = 0, \forall v \in S$.

Teorema 1. Sea V un espacio vectorial de dimensión finita sobre el cuerpo $\mathbb{K}$, y sea W un subespacio de V entonces $dim(W) + dim(W^0) = dimV$.

Colorario 1. Si W es un subespacio k-dimensional de un espacio vectorial V n-dimensional, entonces W es la intersección de $(n-k)$ hiperplanos de V.

Demostración

Extendemos la base $\{w_1, ..., w_k\}$ de W a la base $\{w_1, ..., w_k, v_1, ..., v_{n-k}\}$ de V.
Sea $H_j = \langle\{w_1, ..., w_k, v_1, ..., v_{n-k} \setminus \{v_j\}\}\rangle$ para $1 \leq j \leq n-k$.
Notamos que cada H_j es un subespacio de codimensión 1 de V que contiene a W.

Además podemos ver que

$$W = H_1 \cap \ldots \cap H_{n-k}$$

Luego sea $\mathcal{U}$ un conjunto de subespacios de codimensión 1 de V que contiene a W. Entonces

$$W \subseteq \bigcap_{U \in \mathcal{U}} U \subseteq H_1 \cap \ldots \cap H_{n-k} = W$$

Por lo tanto

$$W = \bigcap_{U \in \mathcal{U}} U.$$