

Notice: This exam consists of **20** questions. The raw score is calculated by subtracting one-fourth of the number of incorrect answers from the number of correct answers. Mobile phones, smart watches, earphones, calculators and other electronic devices must remain turned off and must not be on or near you during the exam. Violation of this will result in cancellation of your exam even if there is no suspicion of cheating. Coats, bags, pencil cases and similar items must not be placed on the desks.

1. Fill in the blank with the best fit:

In multivariable calculus, a(n) _____ derivative refers to the derivative of a function of several variables with respect to one variable, keeping the others constant.

- (a) directional
 - (b) higher order
 - (c) implicit
 - (d) partial
 - (e) total
2. Which of the following is true for the sequence whose n th term is $a_n = \left(\frac{x^n}{2n+1} \right)^{\frac{1}{n}}$, for all $x > 0$?
- (a) It diverges.
 - (b) It converges to 0.
 - (c) It converges to 1.
 - (d) It converges to $\frac{1}{x}$.
 - (e) It converges to x .
3. Which of the following is true for the series $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3 + \sin^2(\frac{1}{n})}{\sqrt[5]{n-2}}$?
- (a) It converges by the n th-Term Test.
 - (b) It diverges by the n th-Term Test.
 - (c) It diverges by the Direct Comparison Test.
 - (d) It converges by the Direct Comparison Test.
 - (e) It diverges by the Ratio Test.

4. Which of the following is the slope of the tangent line to the polar curve $r = 1 - 2 \cos \theta$ at the point $\theta = \frac{\pi}{2}$?
- (a) -2
 - (b) $-\frac{3}{2}$
 - (c) -1
 - (d) $-\frac{1}{2}$
 - (e) 0
5. Which of the following is the distance from the point $(2, 2, 3)$ to the plane through the points $(0, 0, 0)$, $(2, 0, -1)$ and $(2, -1, 0)$?
- (a) 1
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) 4
 - (e) 5
6. If the equation $x^2 - 2y + z^3 + xe^{yz} - z \cos y = 0$ defines z as a differentiable function of independent variables x and y , then $\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \Big|_{(0,0,1)} = ?$
- (a) -1
 - (b) $-\frac{1}{2}$
 - (c) 0
 - (d) $\frac{1}{2}$
 - (e) 1
7. Which of the following parametric equations gives the line tangent to the curve of intersection of the surfaces $xyz = 6$ and $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ at $(1, 2, 3)$? ($t \in \mathbb{R}$)
- (a) $x = 1 + t$, $y = 2 + 2t$, $z = 3 + 3t$
 - (b) $x = 1 + 10t$, $y = 2 + 32t$, $z = 3 + 18t$
 - (c) $x = 1 + 10t$, $y = 2 - 32t$, $z = 3 + 18t$
 - (d) $x = 1 - t$, $y = 2 + 2t$, $z = 3 - 3t$
 - (e) $x = 1 - 10t$, $y = 2 + 32t$, $z = 3 + 18t$

8. Which of the following is true for the function $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 9x$?

- (a) $(-3, 0)$ is a local maximum point.
- (b) $(-3, 2)$ is a local maximum point.
- (c) $(1, 2)$ is a saddle point.
- (d) $(-3, 0)$ is a local minimum point.
- (e) $(-3, 2)$ is a local minimum point.

9. Which of the following is the absolute minimum value of the function $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$ on the triangular region bounded by $x = 0$, $y = 3$ and $y = x$?

- (a) -9
- (b) -8
- (c) -7
- (d) -5
- (e) -4

10. Which of the following is true for the maximum and minimum values of the function $f(x, y, z) = y^2 - 10z$ on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 36$?

maximum value minimum value

- | | | |
|-----|----|-----|
| (a) | 36 | -39 |
| (b) | 60 | -61 |
| (c) | 60 | -60 |
| (d) | 61 | -61 |
| (e) | 61 | -60 |

11. Fill in the blanks with the best fit:

_____ coordinates represent a point P in _____ by ordered triples (ρ, ϕ, θ) in which ρ is the distance from P to the origin, ϕ is the angle \overrightarrow{OP} makes with the positive z -axis, θ is the angle from cylindrical coordinates.

- (a) Cylindrical, plane
- (b) Cylindrical, space
- (c) Polar, plane
- (d) Spherical, plane
- (e) Spherical, space

12. $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} xy^2 dx dy = ?$

- (a) 16
- (b) 32
- (c) 48
- (d) 64
- (e) 80

13. Which of the following is the equivalent integral to $\int_{-2}^2 \int_{x^2-2}^2 x^2 \sqrt{y} dy dx$ with the order of integration reversed?

- (a) $\int_{-2}^2 \int_{x^2-2}^2 y^2 \sqrt{x} dx dy$
- (b) $\int_{-2}^2 \int_2^{x^2-2} y^2 \sqrt{x} dx dy$
- (c) $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{y+2}}^{\sqrt{y+2}} x^2 \sqrt{y} dx dy$
- (d) $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{y+2}} x^2 \sqrt{y} dx dy$
- (e) $\int_{-2}^0 \int_{-\sqrt{y+2}}^0 x^2 \sqrt{y} dx dy$

14. Which of the following double integrals evaluates the area of the region bounded by the curve $y = 1 + e^x$, the line $y = 1 + e^4$ and the y -axis in the plane?

- (a) $\int_1^{1+e^4} \int_0^{\ln(y-1)} dx dy$
- (b) $\int_2^{1+e^4} \int_0^{\ln(y)-1} dx dy$
- (c) $\int_2^{1+e^4} \int_0^4 dx dy$
- (d) $\int_2^{1+e^4} \int_0^{\ln(y-1)} dx dy$
- (e) $\int_1^{1+e^4} \int_0^{\ln(y)-1} dx dy$

15. Which of the following double integrals in polar coordinates gives the area of the region that lies inside the circle $r = 2 \cos \theta$ and outside the circle $r = 1$?

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} r dr d\theta$
 (b) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} dr d\theta$
 (c) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \int_1^{2 \cos \theta} r dr d\theta$
 (d) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} r dr d\theta$
 (e) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} dr d\theta$

16. Which of the following triple integrals gives the volume of the region between the cylinders $z = x^2 + 1$ and $z = -x^2$ that are bounded by the planes $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$ and $y = 1$?

(a) $\int_1^2 \int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2 + 1) dz dy dx$
 (b) $\int_{-1}^2 \int_0^1 \int_{-x^2}^{x^2+1} dz dx dy$
 (c) $\int_0^1 \int_{-1}^2 \int_0^{x^2+1} dz dx dy$
 (d) $\int_{-1}^2 \int_0^1 \int_0^{x^2+1} dz dy dx$
 (e) $\int_{-1}^2 \int_0^1 \int_{-x^2}^{x^2+1} dz dy dx$

17. Let D be a solid bounded above by $z = 4 - x^2 - y^2$ and below by $z = x^2 + y^2$. Which of the following integrals in cylindrical coordinates is equivalent to the integral $\iiint_D (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dV$?

(a) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{r^2}^{4-r^2} r^4 dz dr d\theta$
 (b) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{r^2}^{4-r^2} r^3 dz dr d\theta$
 (c) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_r^{4-r} r^4 dz dr d\theta$
 (d) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{r^2}^{4-r^2} r^3 dz dr d\theta$
 (e) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^{4-r^2} r^4 dz dr d\theta$

18. Which of the following integrals in spherical coordinates gives the volume of the solid bounded below by the plane $z = 1$ and above by the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 2$?

(a) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_1^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (b) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^2 \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (c) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (d) $\int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (e) $\int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^2 \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$

19. Evaluate the integral $\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$ over the region $R : x^2 + y^2 \leq 4$.
 (Hint: You may switch to polar coordinates.)

(a) π
 (b) 2π
 (c) 4π
 (d) 6π
 (e) 8π

20. Which of the following is obtained when the integral $\int_1^2 \int_1^2 \frac{y}{x} dy dx$ is converted to an integral in the uv -plane by using the transformation $x = u$, $y = uv$?

(a) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^{\frac{2}{u}} v dv du$
 (b) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^{\frac{2}{u}} uv dv du$
 (c) $\int_1^2 \int_u^{2u} uv dv du$
 (d) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{u}} uv dv du + \int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^2 uv dv du$
 (e) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{2}}^1 uv dv du + \int_1^2 \int_1^{\frac{2}{u}} uv dv du$

Answers

1. (d)

2. (e)

3. (c)

4. (a)

5. (d)

6. (d)

7. (c)

8. (a)

9. (d)

10. (e)

11. (e)

12. (b)

13. (c)

14. (d)

15. (d)

16. (e)

17. (a)

18. (c)

19. (e)

20. (b)

Uyarı: Bu sınav **20** sorudan oluşmaktadır. Ham puan, doğru yanıt sayısından yanlış yanıt sayısının dörtte birinin çıkarılmasıyla hesaplanır. Cep telefonları, akıllı saatler, kulaklıklar, hesap makineleri ve diğer elektronik cihazlar sınav sırasında kapalı kalmalı ve üzerinde veya yakınımda olmamalıdır. Bunun ihlali, kopya şüphesi olmasa bile sınavınızın iptal edilmesine neden olacaktır. Mont, çanta, kalemler kutusu ve benzeri eşyalar sıraların üzerine konulmamalıdır.

1. Boşluğu en uygun olanla doldurunuz:

Çok değişkenli analizde, _____ türev(i) birden fazla değişkenli fonksiyonun diğer değişkenlerini sabit tutarak bir değişkene göre türevinin alınmasını ifade eder.

- (a) doğrultu
- (b) yüksek mertebeden
- (c) kapalı
- (d) kısmi
- (e) toplam

2. Her $x > 0$ için genel terimi $a_n = \left(\frac{x^n}{2n+1} \right)^{\frac{1}{n}}$ olan dizi için hangisi doğrudur?

- (a) Iraksar.
- (b) 0'a yakınsar.
- (c) 1'e yakınsar.
- (d) $\frac{1}{x}$ 'e yakınsar.
- (e) x 'e yakınsar.

3. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3 + \sin^2(\frac{1}{n})}{\sqrt[5]{n-2}}$ serisi için hangisi doğrudur?

- (a) n . Terim Testi'ne göre yakınsar.
- (b) n . Terim Testi'ne göre iraksar.
- (c) Doğrudan Karşılaştırma Testi'ne göre iraksar.
- (d) Doğrudan Karşılaştırma Testi'ne göre yakınsar.
- (e) Oran Testi'ne göre iraksar.

4. Aşağıdakilerden hangisi $r = 1 - 2 \cos \theta$ kutupsal eğrisinin $\theta = \frac{\pi}{2}$ noktasındaki teğetinin eğimidir?
 - (a) -2
 - (b) $-\frac{3}{2}$
 - (c) -1
 - (d) $-\frac{1}{2}$
 - (e) 0
5. Aşağıdakilerden hangisi $(2, 2, 3)$ noktasının $(0, 0, 0)$, $(2, 0, -1)$ ve $(2, -1, 0)$ noktalarından geçen düzleme olan uzaklığıdır?
 - (a) 1
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) 4
 - (e) 5
6. $x^2 - 2y + z^3 + xe^{yz} - z \cos y = 0$ denklemi z 'yi x ve y bağımsız değişkenlerinin türevlenebilir bir fonksiyonu olarak tanımlıyorrsa $\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) \Big|_{(0,0,1)} = ?$
 - (a) -1
 - (b) $-\frac{1}{2}$
 - (c) 0
 - (d) $\frac{1}{2}$
 - (e) 1
7. Aşağıdaki parametrik denklemlerden hangisi $xyz = 6$ ve $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ yüzeylerinin arakesit eğrisine $(1, 2, 3)$ 'te teğet olan doğruya verir? ($t \in \mathbb{R}$)
 - (a) $x = 1 + t$, $y = 2 + 2t$, $z = 3 + 3t$
 - (b) $x = 1 + 10t$, $y = 2 + 32t$, $z = 3 + 18t$
 - (c) $x = 1 + 10t$, $y = 2 - 32t$, $z = 3 + 18t$
 - (d) $x = 1 - t$, $y = 2 + 2t$, $z = 3 - 3t$
 - (e) $x = 1 - 10t$, $y = 2 + 32t$, $z = 3 + 18t$

8. $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 9x$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- (a) $(-3, 0)$ yerel maksimum noktasıdır.
- (b) $(-3, 2)$ yerel maksimum noktasıdır.
- (c) $(1, 2)$ eyer noktasıdır.
- (d) $(-3, 0)$ yerel minimum noktasıdır.
- (e) $(-3, 2)$ yerel minimum noktasıdır.

9. Aşağıdakilerden hangisi $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 4y$ fonksiyonunun $x = 0, y = 3$ ve $y = x$ ile sınırlanan üçgensel bölgedeki mutlak minimum değeridir?

- (a) -9
- (b) -8
- (c) -7
- (d) -5
- (e) -4

10. $f(x, y, z) = y^2 - 10z$ fonksiyonunun $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ küresi üzerindeki maksimum ve minimum değerleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

maksimum değer	minimum değer
----------------	---------------

- | | |
|--------|-----|
| (a) 36 | -39 |
| (b) 60 | -61 |
| (c) 60 | -60 |
| (d) 61 | -61 |
| (e) 61 | -60 |

11. Boşlukları en uygun olanlarla doldurunuz:

_____ koordinatlar _____ bir P noktasını ρ , P' den orijine uzaklık; ϕ , \overrightarrow{OP} 'nin pozitif z -ekseni ile yaptığı açı; θ , silindirik koordinatlardaki açı olmak üzere, sıralı (ρ, ϕ, θ) üçlüleri ile temsil eder.

- (a) Silindirik, düzlemde
- (b) Silindirik, uzayda
- (c) Kutupsal, düzlemde
- (d) Küresel, düzlemde
- (e) Küresel, uzayda

12. $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} xy^2 dx dy = ?$

- (a) 16
- (b) 32
- (c) 48
- (d) 64
- (e) 80

13. İntegrasyon sırası değiştirildiğinde hangisi

$$\int_{-2}^2 \int_{x^2-2}^2 x^2 \sqrt{y} dy dx \text{ integraline denk olur?}$$

- (a) $\int_{-2}^2 \int_{x^2-2}^2 y^2 \sqrt{x} dx dy$
- (b) $\int_{-2}^2 \int_2^{x^2-2} y^2 \sqrt{x} dx dy$
- (c) $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{y+2}}^{\sqrt{y+2}} x^2 \sqrt{y} dx dy$
- (d) $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{y+2}} x^2 \sqrt{y} dx dy$
- (e) $\int_{-2}^0 \int_{-\sqrt{y+2}}^0 x^2 \sqrt{y} dx dy$

14. Düzlemede $y = 1 + e^x$ eğrisi, $y = 1 + e^4$ doğrusu ve y -ekseni ile sınırlı bölgelinin alanını veren iki katlı integral aşağıdakilerden hangisidir?

- (a) $\int_1^{1+e^4} \int_0^{\ln(y-1)} dx dy$
- (b) $\int_2^{1+e^4} \int_0^{\ln(y)-1} dx dy$
- (c) $\int_2^{1+e^4} \int_0^4 dx dy$
- (d) $\int_2^{1+e^4} \int_0^{\ln(y-1)} dx dy$
- (e) $\int_1^{1+e^4} \int_0^{\ln(y)-1} dx dy$

15. Kutupsal koordinatlarda verilmiş aşağıdaki iki katlı integrallerden hangisi $r = 2 \cos \theta$ çemberi içinde ve $r = 1$ çemberi dışında kalan bölgenin alanını verir?

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} r dr d\theta$
 (b) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} dr d\theta$
 (c) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \int_1^{2 \cos \theta} r dr d\theta$
 (d) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} r dr d\theta$
 (e) $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \int_1^{2 \cos \theta} dr d\theta$

16. Aşağıdaki üç katlı integrallerden hangisi $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$ ve $y = 1$ düzlemleriyle sınırlanmış $z = x^2 + 1$ ve $z = -x^2$ silindirleri arasında kalan bölgenin hacmini verir?

(a) $\int_1^2 \int_0^1 \int_0^{x^2} (x^2 + 1) dz dy dx$
 (b) $\int_{-1}^2 \int_0^1 \int_{-x^2}^{x^2+1} dz dx dy$
 (c) $\int_0^1 \int_{-1}^2 \int_0^{x^2+1} dz dx dy$
 (d) $\int_{-1}^2 \int_0^1 \int_0^{x^2+1} dz dy dx$
 (e) $\int_{-1}^2 \int_0^1 \int_{-x^2}^{x^2+1} dz dy dx$

17. Üstten $z = 4 - x^2 - y^2$ ve alttan $z = x^2 + y^2$ ile sınırlı cisim D olsun. Silindirik koordinatlarda verilmiş aşağıdaki integrallerden hangisi $\iiint_D (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} dV$ integraline denktir?

(a) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{r^2}^{4-r^2} r^4 dz dr d\theta$
 (b) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{r^2}^{4-r^2} r^3 dz dr d\theta$
 (c) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_r^{4-r} r^4 dz dr d\theta$
 (d) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{r^2}^{4-r^2} r^3 dz dr d\theta$
 (e) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^{4-r^2} r^4 dz dr d\theta$

18. Küresel koordinatlarda verilmiş aşağıdaki integrallerden hangisi, alttan $z = 1$ düzlemi ve üstten $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ küresi ile sınırlanan cismin hacmini verir?

(a) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_1^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (b) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^2 \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (c) $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (d) $\int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^{\sqrt{2}} \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$
 (e) $\int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{1}{\cos \phi}}^2 \rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta$

19. $R : x^2 + y^2 \leq 4$ bölgesi üzerinde $\iint_R (x^2 + y^2) dx dy$ integralini hesaplayınız.
 (Yol gösterme: Kutupsal koordinatlara geçebilirsiniz.)

(a) π
 (b) 2π
 (c) 4π
 (d) 6π
 (e) 8π

20. $\int_1^2 \int_1^2 \frac{y}{x} dy dx$ integrali $x = u$, $y = uv$ dönüşümü kullanılarak uv -düzleminde bir integrale dönüştürüldüğünde aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

(a) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^{\frac{2}{u}} v dv du$
 (b) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^{\frac{2}{u}} uv dv du$
 (c) $\int_1^2 \int_u^{2u} uv dv du$
 (d) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{u}} uv dv du + \int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^2 uv dv du$
 (e) $\int_1^2 \int_{\frac{1}{2}}^1 uv dv du + \int_1^2 \int_{\frac{1}{u}}^{\frac{2}{u}} uv dv du$