

Геодезическая гравиметрия 2018

Домашнее задание № 4

Крайний срок сдачи: 26 марта 2018 г.

1. Вычислить

(1 б.)

$$\Delta \left( \frac{\partial^3 1/r}{\partial x \partial y^2} \right),$$

где

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2.$$

2. Уравнение Лапласа в сферических координатах  $(r, \vartheta, \lambda)$  имеет следующий вид

(1 б.)

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial f}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} = 0.$$

Докажите, что функция

$$f(r, \vartheta, \lambda) = \frac{1}{r^4} \sin^2 \vartheta \cos \vartheta \cos 2\lambda$$

является гармонической для всех  $r \neq 0$ .

3. Расстояние между очень близкими уровенными поверхностями потенциала  $W$  силы  $g$  в точках  $A$  и  $B$  равны  $H_1$  и  $H_2$ . Определить силу  $q$  в точке  $B$ , считая известной силу  $g_A$  в точке  $A$ .

(1 б.)

4. Вычислить притяжение колец Сатурна на оси вращения планеты. Найти значение притяжения на высоте  $z = 100 \times i$  км ( $i$  — вариант). Масса колец Сатурна  $9,6 \times 10^{20}$  кг, внутренний радиус  $\rho_1 = 72\,000$  км, внешний  $\rho_2 = 139\,000$  км, толщиной колец пренебречь. Полярный радиус Сатурна 54 400 км.

(2 б.)