

## Геодезическая гравиметрия 2019

### Домашнее задание № 2

Крайний срок сдачи: 22 марта 2019 г.

1. В каких единицах выражаются работа и потенциал? (1 б.)
2. Масса тройной звёздной системы  $\alpha$  Центавра примерно  $1,10 + 0,90 + 0,123$  масс Солнца ( $M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30}$ ), расстояние от Солнца 4,367 св. лет. Оценить силы притяжения этой системы и Солнца на единичную массу на Земле. (1 б.)

3. Известный французский писатель Жюль Верн в 1865 году в романе «С Земли на Луну» поставил следующий вопрос: какова должна быть начальная скорость запущенного с поверхности Земли пушечного ядра для того, чтобы оно долетело до Луны? Легко догадаться, что для достижения цели необходимо, чтобы пущенное с искомой начальной скоростью ядро достигло такой точки, в которой сила притяжения Луны будет больше силы притяжения Земли. На каком расстоянии от поверхности Земли расположена такая «точка невозврата», после пересечения которой ядро не вернётся на Землю? Массы Земли и Луны считать сосредоточенными в их центрах, а сами два небесных тела — неподвижными. Поверхность Земли — сфера. Исходные данные:

$GM_{\oplus} = 3,9860 \times 10^{14} \text{ м}^3\text{с}^{-2}$  — геоцентрическая гравитационная постоянная,

$GM_{\zeta} = 4,9049 \times 10^{12} \text{ м}^3\text{с}^{-2}$  — селеноцентрическая гравитационная постоянная,

$R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 \text{ м}$  — средний радиус Земли,

$R = 3844 \times 10^5 \text{ м}$  — расстояния между центрами Земли и Луны.

4. Две точечные массы  $m_1 = m_2 = m$  расположены в плоскости  $xy$  на расстоянии  $d$  друг от друга. Притягиваемая единичная масса расположена в вершине равностороннего треугольника с основанием  $d$  (т.е.  $m_1$  и  $m_2$  — две другие вершины, а высота  $z = \frac{\sqrt{3}}{2}d$ ). (2 б.)
  - (а) Написать выражение для потенциала притяжения  $V$  поля двух точечных масс.
  - (б) Написать выражения для составляющих результирующей силы притяжения  $F_x, F_y, F_z$ .
  - (с) Вычислить значение силы притяжения  $F$ . Куда она направлена?

Исходные данные ( $i$  — вариант):  $m = 100 \times i \text{ кг}$ ,  $d = 10 \times i \text{ м}$ .

5. Пользуясь условием и результатами предыдущей задачи, написать уравнение уровенных поверхностей поля двух точечных масс. Построить в плоскости  $xy$  след уровенной поверхности, на которой потенциал равен  $C$ . Рассмотреть несколько случаев, когда  $C \leq \frac{4Gm}{d}$ . (2 б.)

**Подсказка.** Следом поверхности в плоскости называется двумерная кривая, образованная в результате пересечения поверхности этой плоскостью. Следы в плоскостях, параллельных  $xy$  могут быть заданы через уравнение  $z = f(x, y) = C$ , где  $C$  — постоянная. Горизонталы на топографической карте являются следом рельефа. Таким образом, изолинии изображают проекцию следа на плоскость  $z = 0$ .