

Теория фигур планет и гравиметрия 2018

Домашнее задание № 3

Крайний срок сдачи: 26 марта 2018 г.

1. Пусть Земля — однородный шар радиусом $R = 6371$ км. Геоцентрическая гравитационная постоянная $GM = 3,986 \times 10^{14} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$. (1 б.)

(a) Найти значение средней плотности Земли.

(b) Вычислить потенциал и силу притяжения на заданных расстояниях от центра планеты:

1. $r_1 = 3,00 \times 10^6$ м (внутренняя точка),
2. $r_2 = 6,371 \times 10^6$ м (точка на поверхности),
3. $r_3 = 6,384 \times 10^6$ м (вершина вулкана Чимборасо),
4. $r_4 = 6,42 \times 10^6$ м (50 км над поверхностью — верхняя граница стратосферы),
5. $r_5 = 26,4 \times 10^6$ м (20000 км над поверхностью — высота полета спутников GPS).

2. Построить графики зависимости силы и потенциала притяжения от расстояния до притягиваемой точки для притягивающих однородных сферы, шара и шарового слоя. Рассматривать случай, когда расстояние меняется от $-4R$ до $4R$, где R — внешний радиус притягивающего тела. (1 б.)

3. По сейсмическим данным известно, что Землю приближённо можно представить состоящей из четырёх однородных шаровых слоёв: внутреннее ядро, внешнее ядро, мантия и кора. Написать выражения, необходимые для вычисления потенциала и силы притяжения каждого слоя на единичную массу, находящуюся на поверхности планеты (шара). Вычислить эти величины. Найти полный потенциал и результирующую силу. Данные взять из таблицы: (1 б.)

	Слой	R_1	R_2	Средняя плотность
		км	км	г/см ³
1	Внутреннее ядро	0	1300	13
2	Внешнее ядро	1200	3500	11
3	Мантия	3500	6350	4,5
4	Кора	6350	6400	2,7

4. Определить притяжение атмосферы на высоте $H = 500 \times i$ м (i — вариант) над Землёй. (2 б.)
Считать, что атмосфера состоит из сферических слоёв, плотность меняется по закону $\delta = 1,3333e^{-0,13H} \text{ кг/м}^3$.

5. Вычислить притяжение колец Сатурна на оси вращения планеты. Найти значение притяжения на высоте $z = 100 \times i$ км (i — вариант). Масса колец Сатурна $9,6 \times 10^{20}$ кг, внутренний радиус $\rho_1 = 72\,000$ км, внешний $\rho_2 = 139\,000$ км, толщиной колец пренебречь. Полярный радиус Сатурна $54\,400$ км. (2 б.)

6. Центр однородного шара радиуса R находится под землёй на глубине a ($R < a$). Плотность шара δ больше, чем плотность поверхностных слоёв Земли Δ . Землю считать плоской. (3 б.)

(a) Определить потенциал T на земной поверхности, вызванный аномальной массой шара.

(b) Определить производные потенциала $\frac{\partial T}{\partial x}$, $\frac{\partial T}{\partial y}$ и $\frac{\partial T}{\partial z}$.

(c) Построить графики T , $\frac{\partial T}{\partial x}$ и $\frac{\partial T}{\partial z}$ в плоскости (xz) .