

Теория фигур планет и гравиметрия 2018

Домашнее задание № 3

Крайний срок сдачи: 12 октября 2018 г.

1. Составить присоединенные функции Лежандра $P_n^k(x)$ указанных степеней n и порядков k . Нормировать эти функции. Убедиться в их нормированности и ортогональности на отрезке $[-1, 1]$ для одного значения k . (2 б.)

1. $n = 4, n = 5, k = 1, k = 2$.
2. $n = 4, n = 6, k = 3, k = 4$.
3. $n = 5, n = 6, k = 1, k = 2$.
4. $n = 5, n = 7, k = 4, k = 5$.
5. $n = 6, n = 7, k = 1, k = 2$.
6. $n = 6, n = 8, k = 3, k = 4$.
7. $n = 6, n = 9, k = 5, k = 6$.
8. $n = 4, n = 7, k = 2, k = 3$.
9. $n = 7, n = 8, k = 4, k = 5$.
10. $n = 7, n = 9, k = 6, k = 7$.

Замечание. Присоединённые функции Лежандра разных степеней n , но одного порядка k ортогональны на отрезке $[-1, 1]$.

2. Построить графики присоединённых функций Лежандра для всех k при $n = 0, 1, 2, 3$. (1 б.)
3. Построить на сфере графики основных (элементарных) сферических функций $A_{nk}P_n^k(\cos \vartheta) \cos k\lambda$ и $B_{nk}P_n^k(\cos \vartheta) \sin k\lambda$ для всех k при $n = 0, 1, 2, 3$. Как называются полученные сферические гармоники? (1 б.)
4. Пусть известны значения функции $f(\vartheta, \lambda)$ в четырёх точках единичной сферы. Определить гармонические коэффициенты разложения функции $f(\vartheta, \lambda)$ в ряд по сферическим функциям для $n = 0, 1$ с помощью её значений в указанных точках. Записать полученный ряд с коэффициентами. По полученному ряду вычислить значение функции в точке на территории МИИГАиК ($\varphi = 55,764^\circ, \lambda = 37,662^\circ$). (2 б.)