

# Теория фигур планет и гравиметрия 2018

## Домашнее задание № 3

Крайний срок сдачи: 26 марта 2018 г.

1. Пусть Земля — однородный шар радиусом  $R = 6371$  км. Геоцентрическая гравитационная постоянная  $GM = 3,986 \times 10^{14} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ . (1 б.)

(a) Найти значение средней плотности Земли.

(b) Вычислить потенциал и силу притяжения на заданных расстояниях от центра планеты:

1.  $r_1 = 3,00 \times 10^6$  м (внутренняя точка),
2.  $r_2 = 6,371 \times 10^6$  м (точка на поверхности),
3.  $r_3 = 6,384 \times 10^6$  м (вершина вулкана Чимборасо),
4.  $r_4 = 6,42 \times 10^6$  м (50 км над поверхностью — верхняя граница стратосферы),
5.  $r_5 = 26,4 \times 10^6$  м (20000 км над поверхностью — высота полета спутников GPS).

2. Построить графики зависимости силы и потенциала притяжения от расстояния до притягиваемой точки для притягивающих однородных сферы, шара и шарового слоя. Рассматривать случай, когда расстояние меняется от  $-4R$  до  $4R$ , где  $R$  — внешний радиус притягивающего тела. (1 б.)

3. По сейсмическим данным известно, что Землю приближённо можно представить состоящей из четырёх однородных шаровых слоёв: внутреннее ядро, внешнее ядро, мантия и кора. Написать выражения, необходимые для вычисления потенциала и силы притяжения каждого слоя на единичную массу, находящуюся на поверхности планеты (шара). Вычислить эти величины. Найти полный потенциал и результирующую силу. Данные взять из таблицы: (1 б.)

	Слой	$R_1$	$R_2$	Средняя плотность
		км	км	г/см <sup>3</sup>
1	Внутреннее ядро	0	1300	13
2	Внешнее ядро	1200	3500	11
3	Мантия	3500	6350	4,5
4	Кора	6350	6400	2,7

4. Определить притяжение атмосферы на высоте  $H$  над Землёй. Считать, что атмосфера состоит из сферических слоёв, плотность меняется по закону  $\delta = 1,3333e^{-0,13H} \text{ кг/м}^3$ . (2 б.)

5. Вычислить притяжение колец Сатурна на оси вращения планеты. Найти значение притяжения на высоте  $z = 100 \times i$  км ( $i$  — вариант). Масса колец Сатурна  $9,6 \times 10^{20}$  кг, внутренний радиус  $\rho_1 = 72\,000$  км, внешний  $\rho_2 = 139\,000$  км, толщиной колец пренебречь. Полярный радиус Сатурна 54 400 км. (2 б.)

6. Центр однородного шара радиуса  $R$  находится под землёй на глубине  $a$  ( $R < a$ ). Плотность шара  $\delta$  больше, чем плотность поверхностных слоёв Земли  $\Delta$ . Землю считать плоской. (3 б.)

(a) Определить потенциал  $T$  на земной поверхности, вызванный аномальной массой шара.

(b) Определить производные потенциала  $\frac{\partial T}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial T}{\partial y}$  и  $\frac{\partial T}{\partial z}$ .

(c) Построить графики  $T$ ,  $\frac{\partial T}{\partial x}$  и  $\frac{\partial T}{\partial z}$  в плоскости  $(xz)$ .