

Теория фигур планет и гравиметрия 2018

Домашнее задание № 2

Крайний срок сдачи: 11 марта 2018 г.

1. В каких единицах выражаются работа и потенциал? (1 б.)
2. Известный французский писатель Жюль Верн в 1865 году в романе «С Земли на Луну» поставил следующий вопрос: какова должна быть начальная скорость запущенного с поверхности Земли пушечного ядра для того, чтобы оно долетело до Луны? Легко догадаться, что для достижения цели необходимо, чтобы пущенное с искомой начальной скоростью ядро достигло такой точки, в которой сила притяжения Луны будет больше силы притяжения Земли. На каком расстоянии от поверхности Земли расположена такая «точка невозврата», после пересечения которой ядро не вернётся на Землю? Массы Земли и Луны считать сосредоточенными в их центрах, а сами два небесных тела — неподвижными. Поверхность Земли — сфера. Исходные данные:

$GM_{\oplus} = 3,9860 \times 10^{14} \text{ м}^3\text{с}^{-2}$ — геоцентрическая гравитационная постоянная,

$GM_{\zeta} = 4,9049 \times 10^{12} \text{ м}^3\text{с}^{-2}$ — селеноцентрическая гравитационная постоянная,

$R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 \text{ м}$ — средний радиус Земли,

$R = 3844 \times 10^5 \text{ м}$ — расстояния между центрами Земли и Луны.

3. Две точечные массы $m_1 = m_2 = m$ расположены в плоскости xy на расстоянии d друг от друга. Притягиваемая единичная масса расположена в вершине равностороннего треугольника с основанием d (т. е. m_1 и m_2 — две другие вершины, а высота $z = \frac{\sqrt{3}}{2}d$). (2 б.)
 - (а) Написать выражение для потенциала притяжения V поля двух точечных масс.
 - (б) Написать выражения для составляющих результирующей силы притяжения F_x, F_y, F_z .
 - (с) Вычислить значение силы притяжения F . Куда она направлена?

Исходные данные (i — вариант): $m = 100 \times i \text{ кг}$, $d = 10 \times i \text{ м}$.

4. Пользуясь условием и результатами предыдущей задачи, написать уравнение уровенных поверхностей поля двух точечных масс. Построить в плоскости xy след уровенной поверхности, на которой потенциал равен C . Рассмотреть несколько случаев, когда $C \leq \frac{4Gm}{d}$. (2 б.)

Подсказка. Следом поверхности в плоскости называется двумерная кривая, образованная в результате пересечения поверхности этой плоскостью. Следы в плоскостях, параллельных xy могут быть заданы через уравнение $z = f(x, y) = C$, где C — постоянная. Горизонтали на топографической карте являются следом рельефа. Таким образом, изолинии изображают проекцию следа на плоскость $z = 0$.