

# Теория фигур планет и гравиметрия 2018

## Домашнее задание № 10

Крайний срок сдачи: 21 декабря 2018 г.

1. Построить график функции Стокса

$$S(\psi) = \operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} + 1 - 6 \sin \frac{\psi}{2} - \cos \psi \left[ 5 + 3 \ln \left( \sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \right]$$

в интервале  $\psi$  от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Описать поведение функции (нули, минимум, максимум, экстремумы).

2. Вычислить средние значения аномалии силы тяжести по трапециям  $\Delta B = 2'30''$  и  $\Delta L = 3'20''$ .

Для этого необходимо разделить всю область гравиметрической карты линиями параллелей и меридианов через заданные интервалы. В каждой полученной ячейке вычислить среднее арифметическое значение аномалии силы тяжести

$$\Delta \bar{g}_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \Delta g_k.$$

Если на трапецию попадает только одна точка, то значение её аномалии берется в качестве среднего. Для ячеек, на которые отсутствуют исходные данные, для вычислений берётся среднее значение аномалий из всех соседних трапеций.

Для полученной регулярной сетки вычисляют ошибку представительства

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (\Delta g_k - \Delta \bar{g}_i)^2}{N-1}},$$

где  $N$  — число всех точек.

3. Вычислить местную аномалию высоты по гравиметрической карте в четырёх точках.

Для выполнения задания в середине гравиметрической карты необходимо выбрать четыре соседние трапеции (координаты центров этих трапеций и будут служить координатами точек вычисления).

Гравиметрическую аномалию высоты в ограниченной области можно получить по формуле

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_i \Delta \bar{g}_i S_i(\psi) \Delta \omega_i,$$

где  $S_i(\psi)$  — функция Стокса, рассчитанная для центра трапеции,  $\Delta \omega_i = \cos B_{\text{ср}} \Delta L_i \Delta B_i$  — площадь трапеции,  $\gamma$  — значение нормальной силы тяжести в определяемой точке, которую достаточно принять равной  $\gamma_0$  — нормальной силе тяжести на эллипсоиде. Коэффициенты  $\frac{R}{4\pi\gamma} S_i(\psi) \Delta \omega_i$  не зависят от долготы исследуемой точки, их можно рассчитать заранее для каждой параллели.

Суммирование ведут по всем трапециям, кроме той, которая содержит саму определяемую точку. В ней функция Стокса обращается в бесконечность, поэтому её необходимо проинтегрировать аналитически, а область вычисления разделить на две части — нулевую зону, непосредственно примыкающую к точке, и ближнюю зону, вычисление в которой ведется по

приведенной выше формуле. Значение в нулевой зоне может быть приближённо представлено (после интегрирования функции Стокса) так

$$\zeta_{\text{н.з.}} \approx \frac{s_0}{\gamma} \Delta g_P \approx \frac{\sqrt{\Delta x \Delta y}}{\gamma \sqrt{\pi}} \Delta g_P,$$

где  $s_0$  — радиус нулевой зоны,  $\Delta x, \Delta y$  — размеры трапеции в километрах,  $\Delta g_P$  — аномалия силы тяжести в определяемой точке.

Оба результата, в ближней и нулевой зоне, складывают  $\zeta = \zeta_{\text{н.з.}} + \zeta_{\text{б.з.}}$  и получают местную гравиметрическую аномалию высоты.