

REFERENCES

- [1] S. Schmidt, *Applications of state space methods to navigation problems in Advances in Control Systems*. NY Academic Press, 1966.
- [2] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering*, vol. 82, pp. 35–45, 1960.
- [3] G. S. S. Schmidt and L. Mcgee, "Application of statistical filter theory to the optimal estimation of position and velocity on board a circumpolar vehicle," Ames Research Center, Tech. Rep., 1962.
- [4] A. Lukyanov, S. Dodds, and J. Vittek, "Observer-based attitude control in the sliding mode," pp. 639–671, 1996.
- [5] S. Nicosia and P. Tomei, "Nonlinear observer and output feedback attitude control of spacecraft," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-28, no. 4, pp. 970–977, 1996.
- [6] M. Algrain and M. Lee, "Nonlinear observer and output feedback attitude control of spacecraft," pp. 638–645, 1997.
- [7] F. Faruqi and K. Turner, "Extended kalman filter synthesis for integrated global positioning/inertial navigation systems," *EL SEVIER Applied Mathematics and Computation*, vol. 115, pp. 213–227, 2000.
- [8] J. Marins, X. Yun, E. Bachmann, R. McGhee, and M. Zyda, "An extended kalman filter for quaternion-based orientation estimation using marg sensors," in *Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems Maui, Hawaii, USA, Oct. 29 - Nov. 03, 2001*. Maui, Hawaii, USA: IEEE, 2001, pp. 2003–2011.
- [9] M. Gandhi and L. Mili, "Robust extended kalman filter for transient tracking and outlier suppression," *Latex Class Files*, vol. 6, no. 1, 2007.
- [10] A. M. Sabatini, "Quaternion-based extended kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing," *IEEE Transaction on biomedical engineering*, no. 7, pp. 1346–1356, 2006.
- [11] A. K. V. Bistrov, "Adaptive extended kalman filter for aided inertial navigation system," *ELECTRONICS AND ELECTRICAL ENGINEERING Automations and Robotics*, no. 6, pp. 37–40, 2006.
- [12] B. Friedland, "Analysis strap-down navigation using quaternions," *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 14, no. 5, 1978.
- [13] D. Benson, "A comparison of two approaches to pure inertial and doppler-inertial error analysis," *IEEE aerospace and Electronic Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 447–455, 1975.
- [14] R. Smith, "An h-type filter for gps-based attitude estimation," 1995.
- [15] S. Kou, D. Elliott, and T. Tarn, "Exponential observers for nonlinear dynamic systems," *Information and Control*, vol. 29, pp. 393–428, 1975.
- [16] F. Thau, "Observers for nonlinear dynamic systems," *International Journal of Control*, vol. 17, p. 471, 1975.
- [17] B. Vik and T. Fossen, "A nonlinear observer for gps and ins integration," in *IEEE conference on Decision and control*, 2001, pp. 2956–2961.
- [18] J. Thienel, "A clipped nonlinear space craft attitude controller and observer with an unknow constad gyro bias and gyro noise," *IEEE trans. on automatic control*, vol. 8, pp. 2011–2015, 2003.
- [19] M. Hua, "Attitude observers for accelerated rigid bodies based on gps and ins measurements," pp. 8071–8076, 2009.
- [20] B. Mahony, T. Hamel, and J.-M. Pflimlin, "Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group," in *IEEE Transactions Automatic Control*, vol. 53, 2008, pp. 1203–1218.
- [21] G. Scandaroli, P. Morin, and G. Silveira, "Nonlinear filter design for pose and imu bias estimation," *IEEE conf. Decision and Control*, 2011.
- [22] P. M. S. Bonnabel and P. Rouchon, "Symmetry preserving observers," *IEEE trans. on automatic control*, vol. 53, pp. 2514–2526, 2008.
- [23] P. Martin and E. Salaun, "An invariant observer for earth velocity aided attitude heading reference systems," in *IFAc World conf.*, vol. 53, 2008, pp. 9857–9864.
- [24] V. J. Silvestre C. and O. P., "A nonlinear gps/imu observer based for rigid body attitude and position estimation," in *IEEE conf. Decision and Control*, 2008, pp. 1255–1260.

Evaluación experimental de la Reconstrucción en cuaterniones de la Matriz de Rotación con un Observador Óptimo/EKF en un Algoritmo de Navegación de Observadores en Cascada del Tipo Filtro Complementario en $SO(3)$

Ariel Iporre R.
Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ingeniería
Ingeniería Electrónica
La Paz, Bolivia
Email: aiporre@umsa.bo

Mauricio Améstegui
Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ingeniería
Ingeniería Electrónica
La Paz, Bolivia
Email: mamestegui@umsa.bo

Resumen—Este proyecto propone una alternativa para un algoritmo de navegación de la literatura, compuesto por Filtros Complementarios en el Espacio Ortogonal Especial. En el cual se incorpora un Observador Óptimo EKF en cuaterniones para la determinación de la matriz de rotación de forma óptima en lugar de calcularla de forma directa en base al punto de estabilidad de los filtros. Esta modificación implicó la comparación experimental entre el método original y el método modificado bajo las mismas condiciones. Para lo que se verifica hasta un 40 % de mejora en la calidad de la estimación en contraste 21 % más de tiempo de procesamiento. Asimismo, los experimentos en condiciones reales comprueban la factibilidad de la implementación del algoritmo en condiciones adversas de ruido e incertidumbre de medición.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, los algoritmos de navegación modernos alcanzaron tal expansión, que permiten que miles de aviones compartan un espacio aéreo sin chocarse, o que un satélite mantenga una transmisión de datos con bajos rangos de error. Ahora bien, junto con estos, los avances tecnológicos en el desarrollo de los sensores usados en navegación reducen el tamaño y el costo de estos dispositivos ampliando así su rango de aplicaciones en una infinidad de situaciones. Sin embargo, a nombre de mejorar estas cualidades, implícitamente se reducen de manera apreciable la calidad en su medición. Como consecuencia, la línea de desarrollo de los algoritmos tiene que adaptarse a estas condiciones y trabajar en el perfeccionamiento de los métodos de cómputo de la información de navegación.

A medida que los sensores de navegación y los procesadores computacionales reducen su tamaño, los algoritmos de navegación debieron especializarse progresivamente en la búsqueda de una mejor precisión en la estimación de los estados de navegación. En esa línea, durante la década de los 60's, el desarrollo del Filtro Schmidt-Kalman [1] o más conocido como el Filtro de Kalman Extendido (EKF) incorpora los conceptos de estimación y observación de la teoría

de control en la tecnología de los sistemas de navegación; este abordaje propone la aplicación del Filtro de Kalman [2] en un sistema no lineal para la resolución del problema de navegación, definido en la referencia [3]. De ahí en adelante, varios autores desarrollan una gran cantidad de técnicas, e.g. filtro de Kalman extendido (EKF), algoritmos genéticos, redes neuronales, filtros de partículas o el algoritmo QUEST.

Posteriormente, los algoritmos de navegación fueron constituidos por observadores no lineales desarrollados en el marco de la teoría de Lyapunov, evidenciable en los trabajos: [4]; [5] o [6]. En este último tiempo el énfasis de investigación en esta temática, se centra en la extensión de estas técnicas para la determinación de posición incorporando sensores basados en el *Sistema de Posicionamiento Global* (GPS), o cámaras Web.

De esa manera, los algoritmos de navegación modernos están siempre concretados en una técnica de estimación, y dependiendo de la aplicación diferentes sensores de navegación son usados. Y cuando el movimiento abarca grandes áreas, los sensores deben ser de muy buena calidad, o medir parámetros absolutos, como es el caso del GPS, la triangulación por medio del sistema global para comunicaciones móviles (Global System for Mobile Communications ó originalmente Groupe Spécial Mobile, GSM), o el GPS asistido (AGPS).

El EKF, usado en este trabajo para la determinación de la matriz de rotación, es celebrado como uno de los enfoques de filtros estadísticos de mayor éxito y que actualmente tiene un rango de desarrollo increíblemente amplio. Este algoritmo es prácticamente el algoritmo de navegación por excelencia e indudablemente la técnica más utilizada en los sistemas de navegación; esto es demostrable en la extensa lista de trabajos en variedades del Filtro de Kalman enfocado a esta temática que se pueden encontrar en la literatura, e.g.[7], [8], [9], [10], [11]. Dentro de las varias representaciones del EKF implementadas, priman las denominadas EKF multiplicativo

(MEKF), los cuales mantienen la estructura general EKF, pero son desarrollados alrededor de un modelo de error [12], [13].

El EKF guarda una estrecha relación con el observador óptimo del esquema de Luenberger. Y particularmente, se han concretado algunos Filtros de Kalman desde la teoría del control óptimo para la estimación de la información de navegación [14].

El limitado, pero novedoso método de [15] y [16] para el diseño de un observador no lineal como una extensión del observador de Luenberger, ha abierto una nueva brecha en metodologías para la determinación de la información de navegación. Lo anteriormente mencionado se constata en las referencias: [17], [18] y [19], los cuales aplican los conceptos de la teoría de Lyapunov en el diseño de varios observadores que calculan la información de navegación.

Este tipo de enfoque basa su análisis en la búsqueda de la condición de estabilidad en el sentido de Lyapunov. De manera similar, los filtros complementarios en un Grupo Ortogonal Especial $SO(3)$ ¹ de [20] y [21], definen las constantes de actualización en un grupo ortogonal especial a partir de funciones de Lyapunov; o los observadores invariantes como [22] y [23]; los cuales mantienen una simetría utilizando mediciones auxiliares del mismo parámetro que se estima.

También, se han hecho esfuerzos por combinar diferentes tipos de observadores, por ejemplo: en [24] se presenta una configuración de dos observadores en cascada para la estimación de la matriz de rotación y la estimación de la posición, donde los observadores son diseñados usando el análisis de estabilidad de Lyapunov; o en [21] que también combina dos observadores en cascada para la determinación de la orientación y la posición, con ambos observadores con una configuración especial parecida al filtro complementario en frecuencia.² Considerando todo esto, la idea en este trabajo es el establecimiento de un *algoritmo de navegación* compuesto de una serie de *observadores de estado*, que busca una mejora de la estimación de la información de navegación.

II. PROBLEMA DE NAVEGACIÓN: ALGORITMO DE NAVEGACIÓN DE MAHONY-SCANDAROLI

El sistema de navegación, con el afán de determinar las condiciones de movimiento, está encargado de responder dos preguntas fundamentales: dónde estoy? y hacia dónde quiero ir?. Para lograr esto, el sistema de navegación usa la medición de parámetros del medio o que son consecuencia del propio movimiento, y así para recuperar las variables que describen: tanto la situación espacial como su ritmo de cambio.

De este modo, el planteamiento de un algoritmo de navegación propone el reto de:

Construir el sistema que determina la información

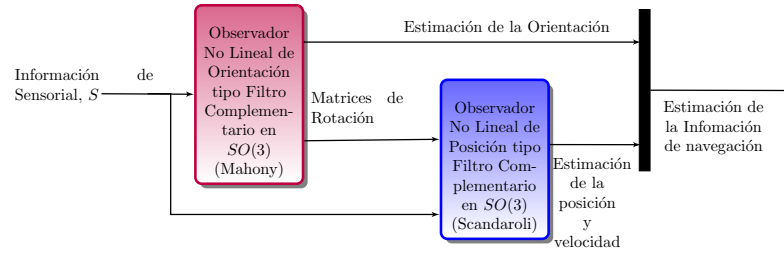


Figura 1. Esquema simplificado del algoritmo de Mahony-Scandaroli.
Fuente: Elaboración Propia

de navegación³, denotada como X , a partir del conjunto de mediciones obtenidas de los denominados sensores de navegación, este último conjunto es denominado *información sensorial disponible* y denotado como S .

De esta manera el sistema de navegación establece una relación complementaria entre el algoritmo de estimación y los sensores de navegación, de forma que el algoritmo de navegación reconstruye la información de navegación a partir de información corrompida y parcial del movimiento.

El algoritmo de navegación de Mahony-Scandaroli, puede ser esquematizado tal como se muestra en la Figura 1. En este esquema, el observador orientación toma parte de la medición de los sensores de navegación (elementos del conjunto de *información sensorial disponible* S) para estimar:

- La orientación en términos de los ángulos de Euler.
- La velocidad angular en $\{B\}$
- El error de estimación de la matriz de rotación \tilde{R} , definida como la transformación $\{\mathcal{E}\} \leftrightarrow \{B\}$, donde $\{\mathcal{E}\}$ denota el marco referencial de estimación definido a través del error de la estimación de la orientación en $SO(3)$.
- Y la matriz \hat{R} para $\{\mathcal{E}\} \leftrightarrow \{A\}$.

En cascada, el observador de posición tipo Filtro complementario en $SO(3)$, toma el resto de las variables incluidas en S junto con las matrices de transformación determinadas por el anterior algoritmo, para obtener la estimación de la posición y su derivada en $\{A\}$. Finalmente, los dos grupos de variables estimadas por ambos observadores conforman la *estimación de la información de navegación*, que puede ser denotada por el vector columna $X = [\hat{p} \ \hat{v} \ \hat{\Theta} \ \hat{\Omega}]$, donde \hat{p} es la estimación de la posición en $\{A\}$, \hat{v} es la estimación de la velocidad en $\{A\}$, $\hat{\Theta}$ es la estimación de la orientación en términos los ángulos de Euler, y $\hat{\Omega}$ es la estimación de la velocidad angular en $\{B\}$.

En resumen, el enfoque original del algoritmo de observadores en cascada de Mahony-Scandaroli, resuelve la determinación de la información de navegación en tres niveles de procesamiento: a) la reconstrucción vectorial de la matriz de rotación R_y usando la medición de un acelerómetro a_s y un

¹Un Grupo Ortogonal Especial está constituido por un grupo de matrices de transformación que hacen rotaciones propias a los elementos de Espacio Euclídeo.

²Donde, el observador de orientación es el usado en [20].

³En el presente trabajo, el conjunto de variables, compuestas por: la velocidad lineal, velocidad angular, posición y orientación, es denominado *información de navegación*. Este describe el movimiento de un cuerpo rígido de seis grados libertad.

magnetómetro m_s^4 ; b) la determinación de la estimación de la velocidad angular $\hat{\omega}$, la estimación de la orientación en términos de los ángulos de Euler $\hat{\Theta}$, y la estimación de la matriz de rotación \hat{R} con su respectivo error \tilde{R}^5 , los que se determinan usando las señales de la reconstrucción vectorial y la medición de un giroscopio Ω_s ; c) la determinación de la estimación de la posición \hat{p} , y la velocidad lineal \hat{v} a partir de las anteriores salidas, es decir \tilde{R} y \hat{R} , junto con la medición de posición p_y y la aceleración a_s .

III. RECONSTRUCCIÓN ÓPTIMA DE LA MATRIZ DE ROTACIÓN

Como señala Mahony, la principal desventaja en la formulación de los filtros complementarios pasivo y directo es la sensibilidad a la matriz de entrada R_y . Esta matriz es usada en el mapeo de la medición de la velocidad angular al marco inercial $\{\mathcal{A}\}$, y por esta razón, la determinación de esta matriz juega un papel central en el desempeño final del sistema.

Considerando esto la determinación desde el enfoque de la reconstrucción vectorial del Mahony-Scandarolli, la reconstrucción sub-óptima basada en la resolución de la ecuación de Lyapunov.

III-A. Determinación de la matriz de rotación a partir de modelo de medición del vector gravitacional en cuaterniones

III-B. EKF dual del control óptimo

IV. ASA

[1]

IV-1. Subsubsection Heading Here: Subsubsection text here.

V. CONCLUSION

The conclusion goes here.

ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank...

REFERENCIAS

- [1] S. Schmidt, *Applications of state space methods to navigation problems in Advances in Control Systems*. NY Academic Press, 1966.
- [2] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Transactions of the ASME Journal of Basic Engineering*, vol. 82, pp. 35–45, 1960.
- [3] G. S. S. Schmidt and L. McGee, "Application of statistical filter theory to the optimal estimation of position and velocity on board a circumpolar vehicle," Ames Research Center, Tech. Rep., 1962.
- [4] A. Lukyanov, S. Dodds, and J. Vittek, "Observer-based attitude control in the sliding mode," pp. 639–671, 1996.
- [5] S. Nicosia and P. Tomei, "Nonlinear observer and output feedback attitude control of spacecraft," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-28, no. 4, pp. 970–977, 1996.
- [6] M. Algrain and M. Lee, "Nonlinear observer and output feedback attitude control of spacecraft," pp. 638–645, 1997.
- [7] F. Faruqi and K. Turner, "Extended kalman filter synthesis for integrated global positioning/inertial navigation systems," *EL SEVIER Applied Mathematics and Computation*, vol. 115, pp. 213–227, 2000.

⁴El desarrollo teórico y práctico de Mahony en [[20]] demuestra que no es absolutamente necesario incluir ambas mediciones. Y si el caso fuese de que alguna de las señales es demasiado ruidosa se puede prescindir de la misma.

⁵Definida como $\tilde{R} = R_y \hat{R}^T$

- [8] J. Marins, X. Yun, E. Bachmann, R. McGhee, and M. Zyda, "An extended kalman filter for quaternion-based orientation estimation using marg sensors," in *Proceedings of the 2001 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems Maui, Hawaii, USA, Oct. 29 - Nov. 03, 2001*. Maui, Hawaii, USA: IEEE, 2001, pp. 2003–2011.
- [9] M. Gandhi and L. Mili, "Robust extended kalman filter for transient tracking and outlier suppression," *Latex Class Files*, vol. 6, no. 1, 2007.
- [10] A. M. Sabatini, "Quaternion-based extended kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing," *IEEE Transaction on biomedical engineering*, no. 7, pp. 1346–1356, 2006.
- [11] A. K. V. Bistovs, "Adaptive extended kalman filter for aided inertial navigation system," *ELECTRONICS AND ELECTRICAL ENGINEERING Automations and Robotics*, no. 6, pp. 37–40, 2006.
- [12] B. Friedland, "Analysis strap-down navigation using quaternions," *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 14, no. 5, 1978.
- [13] D. Benson, "A comparison of two approaches to pure inertial and doppler-inertial error analysis," *IEEE aerospace and Electronic Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 447–455, 1975.
- [14] R. Smith, "An h-type filter for gps-based attitude estimation," 1995.
- [15] S. Kou, D. Elliott, and T. Tarn, "Exponential observers for nonlinear dynamic systems," *Information and Control*, vol. 29, pp. 393–428, 1975.
- [16] F. Thau, "Observers for nonlinear dynamic systems," *International Journal of Control*, vol. 17, p. 471, 1975.
- [17] B. Vik and T. Fossen, "A nonlinear observer for gps and ins integration," in *IEEE conference on Decision and control*, 2001, pp. 2956–2961.
- [18] J. Thienel, "A clipped nonlinear space craft attitude controller and observer with an unknown constant gyro bias and gyro noise," *IEEE trans. on automatic control*, vol. 8, pp. 2011–2015, 2003.
- [19] M. Hua, "Attitude observers for accelerated rigid bodies based on gps and ins measurements," pp. 8071–8076, 2009.
- [20] B. Mahony, T. Hamel, and J.-M. Pfimlin, "Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group," in *IEEE Transactions Automatic Control*, vol. 53, 2008, pp. 1203–1218.
- [21] G. Scandaroli, P. Morin, and G. Silveira, "Nonlinear filter design for pose and imu bias estimation," *IEEE conf. Decision and Control*, 2011.
- [22] P. M. S. Bonnabel and P. Rouchon, "Symmetry preserving observers," *IEEE trans. on automatic control*, vol. 53, pp. 2514–2526, 2008.
- [23] P. Martin and E. Salaun, "An invariant observer for earth velocity aided attitude heading reference systems," in *IFAC World conf.*, vol. 53, 2008, pp. 9857–9864.
- [24] V. J. Silvestre C. and O. P., "A nonlinear gps/imu observer based for rigid body attitude and position estimation," in *IEEE conf. Decision and Control*, 2008, pp. 1255–1260.