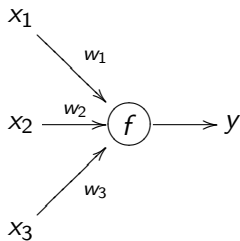


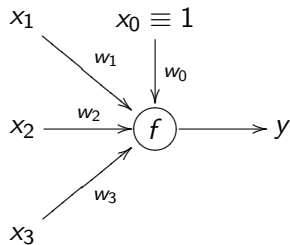
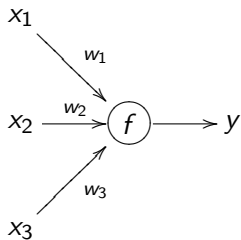
# Персептрон



$$y = f \left( \sum_{i=1}^n w_i x_i \right)$$

$$f(x) = \text{sign}(x)$$

# Вес активации



# Реализация конъюнкции

$x_1$	$x_2$	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\left\{ \begin{array}{lcl} w_0 & < & 0 \\ w_0 + w_1 & < & 0 \\ w_0 + w_2 & < & 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 & > & 0 \end{array} \right.$$

# Реализация конъюнкции

$x_1$	$x_2$	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\begin{cases} w_0 < 0 \\ w_0 + w_1 < 0 \\ w_0 + w_2 < 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 > 0 \end{cases}$$

$$w_0 = 3$$

$$w_1 = 2$$

$$w_2 = 2$$

# Реализация дизъюнкции

$x_1$	$x_2$	$x_1 \vee x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\begin{cases} w_0 < 0 \\ w_0 + w_1 > 0 \\ w_0 + w_2 > 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 > 0 \end{cases}$$

$$w_0 = 1$$

$$w_1 = 2$$

$$w_2 = 2$$

# Геометрическая интерпретация

в РР

# Обучение персептрона

Тут про советчиков, м.б. тоже в РР

Функция XOR

Функция XOR

Многослойный персептрон



# Постановка задачи

**Дано:**

$$\mathcal{I} = (I_1, \dots, I_k)$$

входные вектора размерности  $n$

$$\mathcal{A} = (A_1, \dots, A_k)$$

правильные выходные вектора размерности  $m$

$$(\mathcal{I}, \mathcal{A})$$

обучающая выборка

$$N(W, I)$$

функция, соответствующая нейронной сети

$$O_i = N(W, I_i)$$

ответ нейронной сети, вектор размерности  $m$

$$E(O_i, A_i)$$

$$= \sum_{j=1}^m (O_i[j] - A_i[j])^2$$

функция ошибки

**Найти:** вектор  $W$  такой, что  $\sum_{i=1}^k E(N(W, I_i) - A_i) \rightarrow \min$

Решим задачу для одной пары  $(I, A)$

В этом случае  $E(N(W_i, I) - A)$  является функцией от вектора весов  $E = E(W)$ .

# Частные производные

Функция  $n$  переменных:

$$F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F(x_1, \dots, x_n)$$

Частная производная по  $i$ -й переменной:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_n) &= \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{F(x_1, x_2, \dots, x_i + \varepsilon, \dots, x_n) - F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\varepsilon} \\ \frac{\partial F}{\partial x_i} : \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R} \end{aligned}$$

# Частные производные

$$F(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 3x^2$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} =$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} =$$

# Частные производные

$$F(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 3x^2$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = uy^u - 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} =$$

## Частные производные

$$F(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 3x^2$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = uy^u - 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = (-\cos z^2 u^3)(u^3 2z)$$

# Производная сложной функции

$$F = F(x_1, \dots, x_n)$$

$$G_i = G_i(y_1, \dots, y_m)$$

$$H(y_1, \dots, y_n) = F(G_1(y_1, \dots, y_m), \dots, G_n(y_1, \dots, y_n))$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial H}{\partial G_j} \frac{\partial G_j}{\partial y_i}$$

## Производная сложной функции

$$F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n na_k x_k$$

$$G_i(y_1, \dots, y_m) = \sum_{k=1}^m my_k^i$$

$$H(y_1, \dots, y_n) = F(G_1(y_1, \dots, y_m), \dots, G_n(y_1, \dots, y_m))$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_j} =$$



## Производная сложной функции

$$F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n na_k x_k$$

$$G_i(y_1, \dots, y_m) = \sum_{k=1}^m my_k^i$$

$$H(y_1, \dots, y_n) = F(G_1(y_1, \dots, y_m), \dots, G_n(y_1, \dots, y_m))$$

$$\frac{\partial F}{\partial G_i} = a_i, \quad \frac{\partial G_i}{\partial y_j} = i y_j^{i-1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_j} =$$

## Производная сложной функции

$$F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n na_k x_k$$

$$G_i(y_1, \dots, y_m) = \sum_{k=1}^m m y_k^i$$

$$H(y_1, \dots, y_n) = F(G_1(y_1, \dots, y_m), \dots, G_n(y_1, \dots, y_m))$$

$$\frac{\partial F}{\partial G_i} = a_i, \quad \frac{\partial G_i}{\partial y_j} = i y_j^{i-1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial H}{\partial G_i} \frac{\partial G_i}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^n a_i i y_j^{i-1}$$

# Градиент

$$\nabla F = \left( \frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right)$$

$\nabla F :$

# Градиент

$$\nabla F = \left( \frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right)$$
$$\nabla F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

# Градиентный спуск

# Градиентный спуск