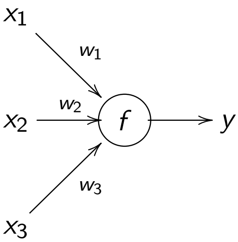
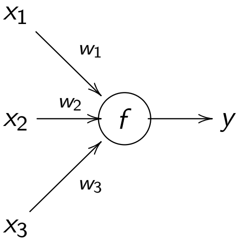
Персептрон

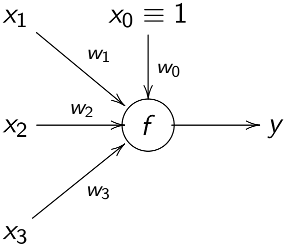


$$y = f\left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i\right)$$

$$f(x) = \mathrm{sign}(x)$$

Вес активации





Реализация конъюнкции

x_1	x_2	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\begin{cases} w_0 & < 0 \\ w_0 + w_1 & < 0 \\ w_0 + w_2 & < 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 & > 0 \end{cases}$$

Реализация конъюнкции

x_1	x_2	$x_1 \wedge x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$\begin{cases} w_0 & < & 0 \\ w_0 + w_1 & < & 0 \\ w_0 + w_2 & < & 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 & > & 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} w_0 &= 3 \\ w_1 &= 2 \\ w_2 &= 2 \end{aligned}$$

Реализация дизъюнкции

x_1	x_2	$x_1 \vee x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\begin{cases} w_0 & < & 0 \\ w_0 + w_1 & > & 0 \\ w_0 + w_2 & > & 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 & > & 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} w_0 &= 1 \\ w_1 &= 2 \\ w_2 &= 2 \end{aligned}$$

Геометрическая интерпретация

в PP

Обучение персептрона

Тут про советчиков, м.б. тоже в PP

Функция XOR
Функция XOR
Многослойный персептрон

Постановка задачи

Дано:

$\mathcal{I} = (I_1, \ldots, I_k)$	входные вектора размерности n
$\mathcal{A} = (A_1, \ldots, A_k)$	правильные выходные вектора размерности m
$(\mathcal{I}, \mathcal{A})$	обучающая выборка
$N(W, I)$	функция, соответствующая нейронной сети
$O_i = N(W, I_i)$	ответ нейронной сети, вектор размерности m
$E(O_i, A_i) = \sum_{j=1}^{m}(O_i[j] - A_i[j])^2$	функция ошибки

Найти: вектор W такой, что $\sum_{i=1}^{k} E(N(W, I_i) - A_i) \to \min$

Обучение онлайн

Решим задачу для одной пары (I, A)

В этом случае $E(N(W_i, I) - A)$ является функцией от вектора весов $E = E(W)$.

Частные производные

Функция n переменных:

$$F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

$$F(x_1, \dots, x_n)$$

Частная производная по i-й переменной:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i}(x_1, \dots, x_n) =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{F(x_1, x_2, \dots, x_i + \varepsilon, \dots, x_n) - F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\varepsilon}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$$

Частные производные

$$F(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial x} &= 3x^2 \\
\frac{\partial F}{\partial y} &= \\
\frac{\partial F}{\partial z} &=
\end{aligned}$$

Частные производные

$$F(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= 3x^2 \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= uy^u - 1 \\ \frac{\partial F}{\partial z} &= \end{aligned}$$

Частные производные

$$F(x, y, z, u) = x^3 + y^u + \sin z^2 u^3$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial x} &= 3x^2 \\
\frac{\partial F}{\partial y} &= u y^u - 1 \\
\frac{\partial F}{\partial z} &= (-\cos z^2 u^3)(u^3 2z)
\end{aligned}$$

Производная сложной функции

$$F = F(x_1, \dots, x_n)$$

$$G_i = G_i(y_1, \dots, y_m)$$

$$H(y_1, \dots, y_n) = F(G_1(y_1, \dots, y_m), \dots, G_n(y_1, \dots, y_n))$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_i} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial H}{\partial G_j} \frac{\partial G_j}{\partial y_i}$$

Производная сложной функции

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{k=1} na_i x_i$$

$$G_i(y_1, \ldots, y_m) = \sum_{k=1} my_k^i$$

$$H(y_1, \ldots, y_n) = F(G_1(y_1, \ldots, y_m), \ldots, G_n(y_1, \ldots, y_n))$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_j} =$$

Производная сложной функции

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{k=1} n a_i x_i$$

$$G_i(y_1, \ldots, y_m) = \sum_{k=1} m y_k^i$$

$$H(y_1, \ldots, y_n) = F(G_1(y_1, \ldots, y_m), \ldots, G_n(y_1, \ldots, y_n))$$

$$\frac{\partial F}{\partial G_i} = a_i, \ \frac{\partial G_i}{\partial y_j} = i y_j^{i-1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_j} =$$

Производная сложной функции

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{k=1} n a_i x_i$$

$$G_i(y_1, \ldots, y_m) = \sum_{k=1} m y_k^i$$

$$H(y_1, \ldots, y_n) = F(G_1(y_1, \ldots, y_m), \ldots, G_n(y_1, \ldots, y_n))$$

$$\frac{\partial F}{\partial G_i} = a_i, \ \frac{\partial G_i}{\partial y_j} = i y_j^{i-1}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial H}{\partial G_i} \frac{\partial G_i}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^{n} a_i i y_j^{i-1}$$

Градиент

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right)$$

$$\nabla F :$$

Градиент

$$\nabla F = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right)$$

$$\nabla F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$$

Градиентный спуск

Градиентный спуск