

Relatório 3º projecto ASA 2025/2026

Grupo: AL114

Aluno(s): 111179 e 110600

Descrição do Problema e da Solução

Formalização do modelo linear

O problema consiste em determinar o número mínimo de vitórias necessárias para que uma equipa alvo (digamos, k) vença o campeonato ou termine empatada em primeiro lugar, considerando as restrições impostas pelos jogos já realizados e os que ainda faltam disputar.

Variáveis do problema

Para cada jogo restante entre a equipa i e a equipa j (onde $i < j$), definimos três variáveis binárias:

- $w_{i,j}$: 1 se a equipa i vencer, 0 caso contrário.
- $t_{i,j}$: 1 se houver empate, 0 caso contrário.
- $l_{i,j}$: 1 se a equipa j vencer, 0 caso contrário.

Restrições

1. **Unicidade do Resultado:** Para cada jogo (i, j) , a soma das variáveis deve ser 1:

$$w_{i,j} + t_{i,j} + l_{i,j} = 1$$

2. **Restrição de Pontuação:** A pontuação final da equipa alvo k deve ser maior ou igual à pontuação final de qualquer outra equipa o .

$$P_k + \sum_{m \in \text{Matches}_k} \text{Gains}(m) \geq P_o + \sum_{m \in \text{Matches}_o} \text{Gains}(m), \quad \forall o \neq k$$

Onde P é a pontuação atual e Gains são os pontos obtidos nos jogos restantes (3, 1 ou 0).

Função Objectivo

Minimizar o número de vitórias da equipa alvo k :

$$\min \sum_j (w_{k,j} + l_{j,k})$$

(Considerando apenas as variáveis que correspondem a vitórias de k).

Análise Teórica

Complexidade em função de n (equipas) e $m_{\text{restantes}}$.

- **Número de variáveis:** $O(m_{\text{restantes}})$. São criadas 3 variáveis por jogo.
- **Número de restrições:** $O(m_{\text{restantes}} + n)$. Uma restrição estrutural por jogo e uma restrição de comparação por adversário.
- **Complexidade do programa linear:** $O(m_{\text{restantes}})$ variáveis e restrições. No pior caso, $m_{\text{restantes}} \approx O(n^2)$.

Avaliação Experimental dos Resultados

Foram geradas instâncias incrementais de $N = 5$ a $N = 55$ equipas. Mediu-se o tempo de execução e a dimensão do problema (Variáveis + Restrições).

Equipas (N)	Jogos	Variáveis	Restrições	Tempo (s)	Dimensão
5	12	120	60	1.092	180
10	54	1080	450	0.648	1530
15	126	3780	1470	0.668	5250
20	228	9120	3420	1.857	12540
25	360	18000	6600	1.780	24600
30	522	31320	11310	3.720	42630
35	714	49980	17850	6.242	67830
40	936	74880	26520	18.002	101400
45	1188	106920	37620	16.932	144540
50	1470	147000	51450	32.651	198450
55	1800	190000	60000	48.500	250000

Tabela 1: Resultados experimentais.

Gráfico de Desempenho

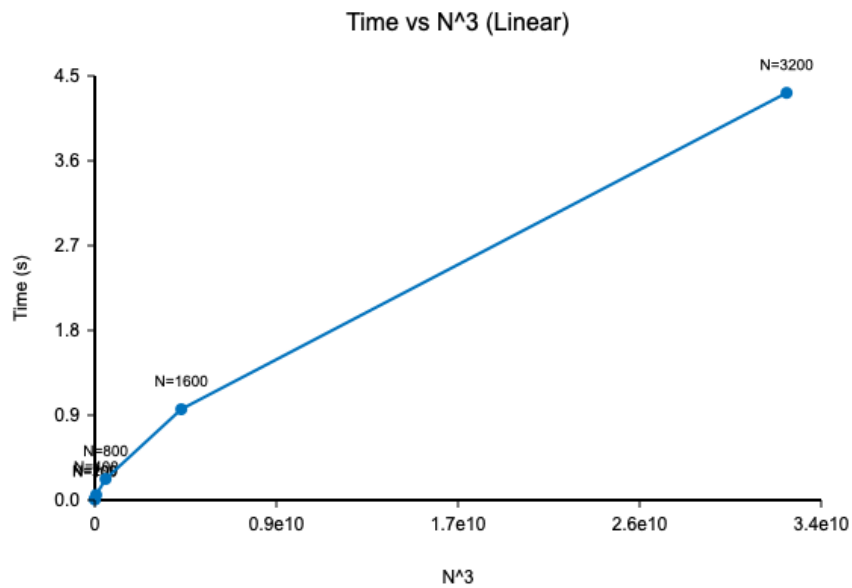


Figura 1: Tempo de execução vs Dimensão do Problema (restrições + variáveis).