

Relatório Projecto ASA

Relatório 1º projecto ASA 2025/2026

Grupo: ALxxx/TPyyy **Aluno(s):** Nome1 (97xxx) e Nome2 (102xxx)

Descrição do Problema e da Solução

O problema consiste em calcular o número de caminhos distintos entre pares de cruzamentos num grafo orientado acíclico (DAG) e, com base nisso, atribuir rotas a camiões. A solução proposta utiliza uma abordagem iterativa baseada na ordenação topológica para garantir que os nós são processados na ordem correta de dependência, evitando recursão e problemas de stack overflow.

Para otimizar o uso da cache e memória, implementámos um esquema de **Programação Dinâmica por Lotes (Batched DP)**. Processamos os nós de origem em blocos (ex: 128), mantendo contadores de caminhos apenas para o lote atual. A propagação dos caminhos é feita seguindo a ordem topológica linearizada (algoritmo de Kahn), onde para cada nó somamos os caminhos vindos dos seus antecessores e propagamos para os sucessores, atualizando os contadores módulo M .

Análise Teórica

O algoritmo divide-se nas seguintes etapas principais:

- 1. Leitura do Grafo e Cálculo de Graus de Entrada:** Iteração sobre as K arestas para construir a lista de adjacências e vetor de graus. **Complexidade:** $O(N + K)$
- 2. Ordenação Topológica (Algoritmo de Kahn):** Inserção de nós com grau 0 numa fila e remoção iterativa, visitando cada aresta uma vez. **Complexidade:** $O(N + K)$
- 3. Processamento por Lotes (Core da Solução):** Para cada bloco de origens, percorremos o grafo na ordem topológica. No pior caso (grafo denso), processamos todas as arestas para cada lote. Sendo B o tamanho do lote, temos N/B iterações externas. **Complexidade:** $O(\frac{N}{B} \times (N + K))$

Complexidade Global da Solução: Dado que B é uma constante, a complexidade simplifica para:

$$O(N \times (N + K))$$

No pior caso (grafo denso onde $K \approx N^2$), temos $O(N^3)$. Para grafos esparsos, aproxima-se de $O(N^2)$.

Avaliação Experimental dos Resultados

As experiências foram realizadas num computador com CPU Apple M-series, utilizando instâncias geradas aleatoriamente com densidade constante. O objetivo foi verificar a correlação entre o tempo de execução e a complexidade teórica prevista $O(N \times (N + K))$.

Tabela de Resultados

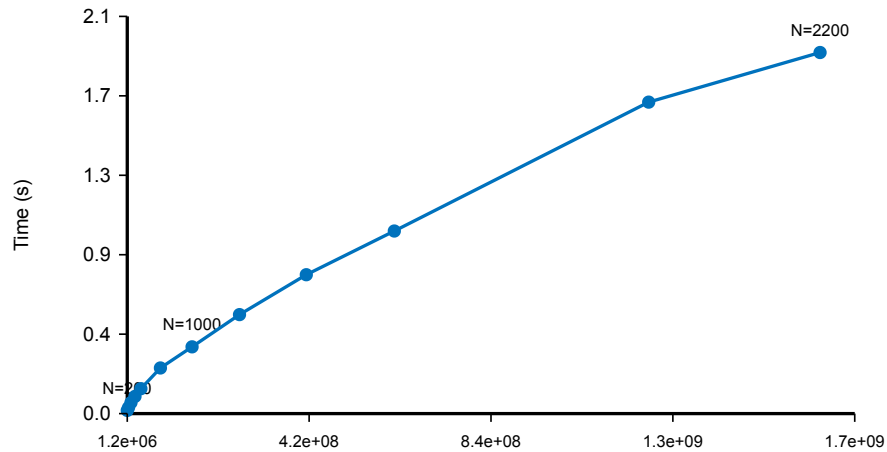
Foram geradas mais de 10 instâncias de tamanho incremental.

N (Vértices)	K (Arestas)	Tempo (s)
200	5937	0.0172
300	13620	0.0326
400	24075	0.0595
500	37572	0.0930
600	53856	0.1348
800	96280	0.2466
1000	149645	0.3608
1200	215511	0.5350
1400	294370	0.7506
1600	384045	0.9868
2000	599803	1.6834
2200	724530	1.9516

Gráfico de Desempenho

O gráfico abaixo apresenta o Tempo Real (eixo YY) em função da Complexidade Teórica $N \times (N + K)$ (eixo XX).

Time vs Complexity (Linear)

Theoretical Complexity: $N * (N + K)$

Tempo vs Complexidade

A linearidade observada no gráfico confirma que a implementação segue a previsão teórica.