7600017 - Introdução à Física Computacional - 2022

Quarto Projeto
7/11/2022
Entrega: 28/11/2022

Instruções

- Use o diretório **proj4_*#usp*** em `/public/IntroFisComp22/projeto4`
- Deixe no diretório apenas 4 arquivos, de nomes `exer1.f90`, `exer2.f90`, `exer3.f90` e `decai.pdf`
- Os códigos devem seguir rigorosamente os padrões especificados abaixo para `entrada/saída`
- **Use precisão dupla em seus resultados**
- Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente

Decaimento Radioativo

A) O **envelhecimento** a nível atômico ocorre de forma muito diferente do que esperaríamos baseado em nossa intuição **macroscópica**. Para cada átomo de um isótopo radioativo, vale a seguinte regra: independentemente de quanto tempo ele já **viveu**, sua probabilidade de decair no próximo intervalo de tempo dt será igual ao intervalo dt vezes à sua *constante de decaimento* λ. Quando aplicada a uma amostra de muitos átomos desse tipo, essa regra implica que o número de decaimentos no intervalo dt após o instante t seja dado por

$$dN(t) = -\lambda N(t)dt \tag{1}$$

Partindo de uma amostra inicial com N_0 átomos, *simule* o número de átomos restantes a cada instante de tempo t, fazendo atualizações de $N(t)$ a cada intervalo de tempo δt. Seu programa `exer1.f90` deve ler a partir do terminal, nesta sequência, os dados para o N_0 (inteiro), o intervalo dt (pequeno) e a constante λ, um por linha. A saída deve ser dada no arquivo `decai_out`, em duas colunas: t, $N(t)$, para todos os valores de tempo t simulados (um por linha), desde $t = 0$ até $t = 10$. Suponha que o tempo seja dado em anos.

Para simular, crie uma matriz inteira com n posições, onde n é o número de atomos no tempo inicial e defina o valor de todos como 1. Em cada iteração use a função `rand()` para determinar se o átomo decaiu ou não, isto é, se o número aleatório decidir que ele decai, mude o valor da matriz de 1 para 0. Lembre-se que λ é a constante de decaimento e que uma vez que ele decaiu, não volta à condição anterior.

Importante: **números aleatórios** entre 0 e 1 podem ser gerados usando a função `rand()` do fortran. É importante notar que a sequência de tais números será sempre a mesma, a não ser que seja escolhida uma semente diferente.

Para este exercício preocupe-se em utilizar o menor número de vezes esta função.

B) A regra descrita acima determina uma equação diferencial para o número de átomos **sobreviventes** no tempo t, que pode ser resolvida analiticamente. Obtenha essa solução analítica e compare com sua simulação numérica do item anterior para os casos $dt = 0.01$ e 0.2, tomando $N_0 = 5000$ e $\lambda = 0.7$. Você deve elaborar um gráfico das três curvas em uma mesma figura, especificando os três casos na legenda do gráfico. Apresente a figura em um arquivo chamado **decai.pdf**. Certifique-se de que as três curvas sejam visíveis e distinguíveis no gráfico, utilizando linhas tracejadas se necessário, etc.

A partir da expressão exata para a função $N(t)$, podemos calcular o tempo de vida médio de um átomo da amostra, se notarmos que a probabilidade de **viver** até um tempo t é dada por $N(t)/N_0$ e portanto a densidade de probabilidade $P(t)$ de viver exatamente t é dada por

$$P(t)dt = \lambda \frac{N(t)}{N_0} dt\,. \tag{2}$$

Calcule assim o tempo de vida médio

$$< t >= \int_0^\infty tP(t)dt \tag{3}$$

em termos do parâmetro λ. Note: verifique que a distribuição de probabilidades esteja normalizada a 1.

Modifique agora seu programa do item anterior, chamando-o de **exer2.f90**, de forma que ele forneça (para as mesmas entradas) no terminal, em duas colunas: 1) o valor do tempo de vida médio obtido na simulação e 2) o valor exato $< t >$ calculado (a partir de λ) como acima. Suponha que não haja sobreviventes ao final da simulação, i.e. que $N(t = 10.0)$ seja 0.

C) Considere novamente a equação diferencial para $N(t)$ deduzida acima, mas agora utilize a aproximação dada pela discretização da derivada

$$N(t + \delta t) \equiv N(t) + \frac{dN}{dt}\delta t \tag{4}$$

como uma maneira de integrar numericamente a equação, a partir da condição inicial $N(t = 0) = N_0$. Escreva assim um programa **exer3.f90** que leia, um por linha a partir do arquivo **decai_in**, os dados para o tempo total T, N_0 (inteiro), o intervalo de integração δt e λ, e depois imprima, no arquivo **decai_out** em duas colunas, t e $N(t)$ para os instantes considerados entre 0 e T . Considere que T seja um múltiplo do intervalo δt. Por curiosidade: compare em um gráfico o resultado obtido com os do item anterior, verificando a influência do tamanho do passo de integração nos resultados.