

$$p \vee \neg p$$

such as p

$p \wedge q$	$\neg(p \vee \neg p \wedge q)$	$\neg p \wedge \neg q$
F	F	F
F	F	F
F	F	F
F	F	F

$$\neg p \wedge [\neg(\neg p \vee \neg q)] =$$

$$\neg p \wedge \neg q = F \vee (\neg p \wedge \neg q) =$$

$$\neg p \wedge \neg q \equiv \neg(p \vee q)$$

$$p \vee q = T \vee T = T$$

$$\neg p \wedge \neg q = F \vee (F \vee T \vee T) = F \vee T = T$$

H/W

1.1.

13) a) $\neg p$

b) $p \wedge \neg q$

c) $q \rightarrow p$

d) $\neg p \rightarrow \neg q$

e) $p \rightarrow q$ (suf. condition)

f) $q \rightarrow \neg p$

g) $q \rightarrow p$ (Whenever = if \Rightarrow)

33) $(p \vee q) \rightarrow (p \oplus q)$

p	q	$p \vee q$	$p \oplus q$	$(p \vee q) \rightarrow p \oplus q$
T	T	T	F	F
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	F	F	T

b) $(p \oplus q) \rightarrow (p \wedge q)$

$p \oplus q$	$p \wedge q$	$(p \oplus q) \rightarrow p \wedge q$
F	T	T
T	F	F
T	F	F
F	F	T

c) $(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$

$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$
T	T	F
T	F	T
T	F	T
F	F	F

d) $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p \leftrightarrow \neg q)$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg q)$
T	T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T

H/W

1.1.

13) a) $\neg p$

b) $p \wedge \neg q$

c) $q \rightarrow p$

d) $\neg p \rightarrow \neg q$

e) $p \rightarrow q$ (suf. condition)

f) $q \rightarrow \neg p$

g) $q \rightarrow p$ (Whenever = if \Rightarrow)

33) $(p \vee q) \rightarrow (p \oplus q)$

p	q	$p \vee q$	$p \oplus q$	$(p \vee q) \rightarrow p \oplus q$
T	T	T	F	F
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	F	F	T

b) $(p \oplus q) \rightarrow (p \wedge q)$

$p \oplus q$	$p \wedge q$	$(p \oplus q) \rightarrow p \wedge q$
F	T	T
T	F	F
T	T	F
F	F	T

c) $(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$

$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \oplus (p \wedge q)$
T	T	F
T	F	T
T	F	T
F	F	F

d) $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow q)$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	T

e) $(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg r)$

r	$p \leftrightarrow q$	$\neg p$	$\neg r$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	F	T	T
F	T	T	T

p	q	r	$\neg r$	$\neg p$	$p \leftrightarrow q$	$\neg p \leftrightarrow \neg r$	$(p \leftrightarrow q) \oplus (\neg p \leftrightarrow \neg r)$
T	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	T	T	T	T	F
T	T	F	T	F	T	F	T
T	F	T	F	F	F	T	T
F	T	T	F	T	F	F	F
F	F	T	F	T	T	F	T
F	T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	F	F

f) $(p \oplus q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

p	q	$p \oplus q$	$\neg q$	$p \oplus \neg q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
T	T	F	F	T	T
F	F	F	T	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	F	F	T

35) $p \rightarrow \neg q$

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

b) $\neg p \leftrightarrow q$

$\neg p$	$\neg p \leftrightarrow q$
F	F
F	T
T	T
T	F

c) $(p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q)$

$p \rightarrow q$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow q)$
T	F	T
F	T	T
F	T	T
T	F	T

d) $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$

$p \rightarrow q$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow q)$
T	F	F
F	T	F
F	T	F
T	F	F

e) $(p \leftrightarrow q) \vee (\neg p \leftrightarrow q)$

$p \leftrightarrow q$	$\neg p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q) \vee (\neg p \leftrightarrow q)$
T	F	T
T	T	T
F	T	T
T	F	T

f) $(\neg p \leftrightarrow \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

$\neg p \leftrightarrow \neg q$	$p \leftrightarrow q$	
T	T	T
F	T	F
T	F	T
T	T	T

41. why $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ is T when one of p, q, r is T and one is False but false when $p=q=r$

$$\begin{aligned} & (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \\ & (p \vee q \vee r) \wedge ((\neg(p \wedge q)) \vee \neg r) \\ & (p \vee q \vee r) \wedge (p \wedge q \wedge r) \end{aligned}$$

1.3) 15) $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$

$$(\neg q \wedge (\neg p \vee q)) \rightarrow \neg p$$

$$\neg(\neg q \wedge (\neg p \vee q)) \vee \neg p = (q \vee p \wedge \neg q) \vee \neg p = (q \vee \neg q) \vee$$

$$(p \wedge \neg p) = T \vee T$$

42)

45) NAND $\begin{matrix} \# & F & T \\ F & T & F \end{matrix}$ $p \downarrow q$

$p \downarrow q$ $\begin{matrix} \# & F & T \\ F & T & F \end{matrix}$ $p \downarrow q$

51) $p \rightarrow q$

$$\neg p \vee q = ((p \vee p) \vee q) = ((p \vee p) \vee q) \vee (p \vee p) \vee q$$

1.4)

37) $\exists x P((x > 25000) \vee S(x, 25) \rightarrow E(x))$

$$\forall(x) \forall y ((y > 25000 \vee y > 25 \rightarrow x)$$

b) $\forall(x) (x > 3 \rightarrow \neg \exists(x))$

$$\forall(x) (((M(x) \wedge T(x, 3)) \vee (\neg M(x) \wedge T(x, 3.5))) \rightarrow Q(x))$$

c) $\forall(x) \forall y (x > 60 \vee x > 45 \vee y \wedge$

$$M \rightarrow ((H(60) \vee (H(45) \wedge T)) \wedge \forall y G(B, y))$$

d) $\exists(x) (x > 21 \wedge \neg \star)$

$$\exists(x) (T(x, 21) \wedge G(x, 4.0))$$

53) a) T

b) F

c) $\neq T$

59) a) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow \neg(P(x)) \vee \forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

b) $\forall x(Q(x)) \rightarrow \forall x(R(x)) \vee \forall x(Q(x) \rightarrow R(x))$

c) $\forall x(\neg P(x) \rightarrow R(x))$

d) $\forall x \neg$

61) a) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$

b) $\forall x(R(x) \rightarrow \neg S(x))$

c) $\forall x(Q(x) \rightarrow S(x))$

d) $\forall x(P(x) \rightarrow \neg R(x))$

1.5) a) $\forall x \forall y (x > 0 \vee y > 0 \rightarrow (x+y > 0))$

b) $\forall x \exists y (x > 0 \rightarrow y > 0)$

c) $\exists x \exists y ((x > 0 \vee y > 0) \wedge (x+y \leq 0))$

d) $\forall x \forall y (x^2 + y^2 \geq (x+y)^2)$

e) $\forall x \forall y (|xy| = |x||y|)$

21) a) $\forall x \exists y (x^2 + y^2 = z^2 + d^2)$

b) $\forall x \exists a \exists b \exists c \exists d (x > 0 \rightarrow x = a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$

31) a) $\forall x \exists y \forall z T(x, y, z) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q) = P \wedge \neg Q$

b) $\exists x \neg \exists y \forall z T(x, y, z) =$

c) $\exists x \forall y \neg \forall z T(x, y, z) = \exists x \forall y \exists z \neg T(x, y, z)$

d) $\neg \forall x \exists y (P(x, y) \vee \exists z R(x, y, z)) =$

e) $\exists x \forall y \neg (P(x, y) \vee \exists z R(x, y, z)) = \exists x \forall y (\neg P(x, y) \wedge \forall z \neg R(x, y, z))$

f) $\forall x \exists y (P(x, y) \vee \forall x \exists y Q(x, y)) = \exists x \forall y \neg (P(x, y) \wedge \forall x \exists y \neg Q(x, y))$

g) $\neg \forall x \exists y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)) = \exists x \forall y \neg (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)) = \exists x \forall y (P(x, y) \wedge \neg Q(x, y))$