Modelos VAR

tópicos adicionais

Aishameriane Schmidt

Apresentação para a disciplina de Econometria II
ESAG/UDESC

Professor Fernando Pozzobon

Florianópolis, novembro de 2018.

O material está disponível em:

https://tinyurl.com/econometria-udesc

Para falar com a Aisha, utilize o aishamail:

aishameriane@gmail.com

O que vamos ver hoje?

Relembrando modelos VAR

Estabelecendo a notação
(relembrar é viver!)

O que vamos ver hoje?

Relembrando modelos VAR

Introduzindo variação no tempo (TVP VAR c/ MSV)

- ✓ Características principais
- ✓ Apresentação de alguns modelos
- ✓ Uma proposta de especificação diferente

O que vamos ver hoje?

Relembrando modelos VAR

Introduzindo variação no tempo (TVP VAR c/ MSV)

Um breve comentário sobre como estimar esse bicho

- ✓ Um pouco sobre metodologia Bayesiana
- ✓ Métodos de MCMC
- ✓ O algoritmo para a dissertação da Aisha

O que vamos ver hoje?

Relembrando modelos VAR

Introduzindo variação no tempo (TVP VAR c/ MSV)

Um breve comentário sobre como estimar esse bicho

Uma aplicação econômica

- ✓ Analisando o impacto de choques monetários em distribuição funcional de renda no Brasil

Modelo de Regressão

Em economia, muitas vezes queremos entender o comportamento de uma variável a partir de dados disponíveis de outra variável.

Por exemplo, se tivermos uma lista de países com os respectivos valores de inflação e taxas de juros, podemos investigar como que a taxa de juros e a inflação estão relacionadas.

$$juros_j = \beta_0 + \beta_1 \cdot inflação_j + \varepsilon_j$$

Queremos uma estimativa para estes coeficientes

Modelo de Regressão

Em economia, muitas vezes queremos entender o comportamento de uma variável a partir de dados disponíveis de outra variável.

Por exemplo, se tivermos uma lista de **países** com os respectivos valores de **inflação** e **taxas de juros**, podemos investigar como que a taxa de juros e a inflação estão relacionadas.

$$juros_j = \beta_0 + \beta_1 \cdot inflação_j + \varepsilon_j$$

$$\Downarrow$$

$$i_j = \beta_0 + \beta_1 \cdot \pi_j + \varepsilon_j$$

Modelo de Regressão

Em economia, muitas vezes queremos entender o comportamento de uma variável a partir de dados disponíveis de outra variável.

No modelo de regressão linear, temos a variável endógena (ou dependente) $\boldsymbol{y}$ e a variável exógena (ou independente) $\boldsymbol{x}$.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i$$

Equação para uma "linha"

Modelo de Regressão

Em economia, muitas vezes queremos entender o comportamento de uma variável a partir de dados disponíveis de outra variável.

No modelo de regressão linear, temos a variável endógena (ou dependente) y e a variável exógena (ou independente) x.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_i + \varepsilon_i, \qquad i \in \{1, \dots, N\}$$

Forma matricial

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Modelo de Regressão "no tempo"

No modelo de regressão linear, temos a variável endógena (ou dependente) $\boldsymbol{y}$ e a variável exógena (ou independente) $\boldsymbol{x}$.

Algumas vezes, nós temos uma coleção de dados de $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ que se referem ao mesmo indivíduo (ou país, etc) observado diversas vezes ao longo do tempo.

Modelo de Regressão "no tempo"

No modelo de regressão linear, temos a variável endógena (ou dependente) $\boldsymbol{y}$ e a variável exógena (ou independente) $\boldsymbol{x}$.

Algumas vezes, nós temos uma coleção de dados de $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ que se referem ao mesmo indivíduo (ou país, etc) observado diversas vezes ao longo do tempo.

Neste caso, vamos trocar o subscrito $\boldsymbol{i}$ por $\boldsymbol{t}$ no nosso modelo.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_t + \varepsilon_t, \quad \mathrm{t} \in \{1, \dots, T\}$$

Modelo Autoregressivo

Expandindo o nosso conhecimento que "relembrar é viver", é razoável pensar que uma variável econômica dependa dos seus valores passados.

Modelo Autoregressivo

Expandindo o nosso conhecimento que "relembrar é viver", é razoável pensar que uma variável econômica dependa dos seus valores passados.

➡ Se o IPCA do mês de setembro de 2018 foi de 4,52% a.a., não seria razoável esperarmos uma inflação de 12,8% a.a. para o mês de outubro.

Modelo Autoregressivo

Expandindo o nosso conhecimento que "relembrar é viver", é razoável pensar que uma variável econômica dependa dos seus valores passados.

Se o IPCA do mês de setembro de 2018 foi de 4,52% a.a., não seria razoável esperarmos uma inflação de 12,8% a.a. para o mês de outubro.

Mas isso não significa que vamos esperar uma inflação de 4,64% a.a. para o mês de maio de 2022.

Modelo Autoregressivo

Expandindo o nosso conhecimento que "relembrar é viver", é razoável pensar que uma variável econômica dependa dos seus valores passados.

→ Se o IPCA do mês de setembro de 2018 foi de **4,52%** a.a., não seria razoável esperarmos uma inflação de **12,8%** a.a. para o mês de outubro.

→ Mas isso não significa que vamos esperar uma inflação de **4,64%** a.a. para o mês de maio de 2022.

O fato da inflação estar baixa em setembro nos dá uma informação sobre o que esperar para outubro. Ao mesmo tempo, não nos diz o que esperar daqui 4 anos.

Modelo Autoregressivo

Uma hipótese razoável, então, é que

a inflação deste mês depende da inflação do mês anterior.

Usando nosso conhecimento de que na **natureza nada se cria e tudo se transforma**, vamos usar nosso amigo modelo de regressão novamente.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t \in \{2, \dots, T\}$$

Modelo Autoregressivo

Uma hipótese razoável, então, é que

a inflação deste mês depende da inflação do mês anterior.

Usando nosso conhecimento de que na **natureza nada se cria e tudo se transforma**, vamos usar nosso amigo modelo de regressão novamente.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t \in \{2, \ldots, T\}$$

Inflação do mês passado. Como já ocorreu, é considerada exógena.

"Perde-se" um valor da amostra.

Modelo Autoregressivo

Uma hipótese razoável, então, é que

a inflação deste mês depende da inflação do mês anterior.

Usando nosso conhecimento de que na **natureza nada se cria e tudo se transforma**, vamos usar nosso amigo modelo de regressão novamente.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \mathrm{t} \in \{2, \ldots, T\}$$

Que pode ser generalizado para a inflação depender de $\boldsymbol{p}$ valores passados

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot y_{t-1} + \beta_2 \cdot y_{t-2} + \cdots + \beta_p \cdot y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad \mathrm{t} \in \{p, \ldots, T\}$$

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i} + \gamma_1 \cdot x_{t-1} + \delta_1 \cdot z_{t-1} + \phi_1 \cdot r_{t-1} + \varepsilon_t, \ \mathrm{t} \in \{p, \dots, T\}$$

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin
from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

$$y_t = \beta_0 + \underbrace{\sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i}}_{\text{O que já tínhamos antes}} + \gamma_1 \cdot x_{t-1} + \delta_1 \cdot z_{t-1} + \phi_1 \cdot r_{t-1} + \varepsilon_t, \ \text{t} \in \{p, \ldots, T\}$$

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i} + \underbrace{\gamma_1 \cdot x_{t-1}}_{\text{Tx. Cresc. do PIB}} + \underbrace{\delta_1 \cdot z_{t-1}}_{\text{Tx. SELIC}} + \underbrace{\phi_1 \cdot r_{t-1}}_{\text{Tx. Câmbio}} + \varepsilon_t, \ \mathrm{t} \in \{p, \ldots, T\}$$

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin
from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

$$y_t = \beta_0 + \underbrace{\sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i}}_{\text{O que já tínhamos antes}} + \underbrace{\gamma_1 \cdot x_{t-1}}_{\text{Tx. Cresc. do PIB}} + \underbrace{\delta_1 \cdot z_{t-1}}_{\text{Tx. SELIC}} + \underbrace{\phi_1 \cdot r_{t-1}}_{\text{Tx. Câmbio}} + \varepsilon_t, \ \text{t} \in \{p, \dots, T\}$$

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i} + \gamma_1 \cdot x_{t-1} + \delta_1 \cdot z_{t-1} + \phi_1 \cdot r_{t-1} + \varepsilon_t, \ \mathrm{t} \in \{p, \dots, T\}$$

Que também pode ser generalizado para depender de mais defasagens

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_q \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_k \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_l \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t, \ \mathrm{t} \in \{p, \dots, T\}$$

Modelo Autoregressivo "apimentando as coisas"

Pepper by Danil Polshin from the Noun Project.

Podemos pensar que a inflação depende dos seus valores passados, mas também depende dos valores no mês passado da taxa de crescimento do PIB, da taxa de juros e da taxa de câmbio.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i} + \gamma_1 \cdot x_{t-1} + \delta_1 \cdot z_{t-1} + \phi_1 \cdot r_{t-1} + \varepsilon_t, \; t \in \{p, \dots, T\}$$

Que também pode ser generalizado para depender de mais defasagens

$$y_t = \beta_0 + \underbrace{\sum_{i=2}^{p} \beta_i \cdot y_{t-i}}_{\text{Inflação passada}} + \underbrace{\sum_{j=2}^{q} \gamma_q \cdot x_{t-q}}_{\text{Tx. Cresc. do PIB}} + \underbrace{\sum_{k=2}^{s} \delta_k \cdot z_{t-k}}_{\text{Tx. SELIC}} + \underbrace{\sum_{l=2}^{m} \phi_l \cdot r_{t-l}}_{\text{Tx. Câmbio}} + \varepsilon_t, \; t \in \{p, \dots, T\}$$

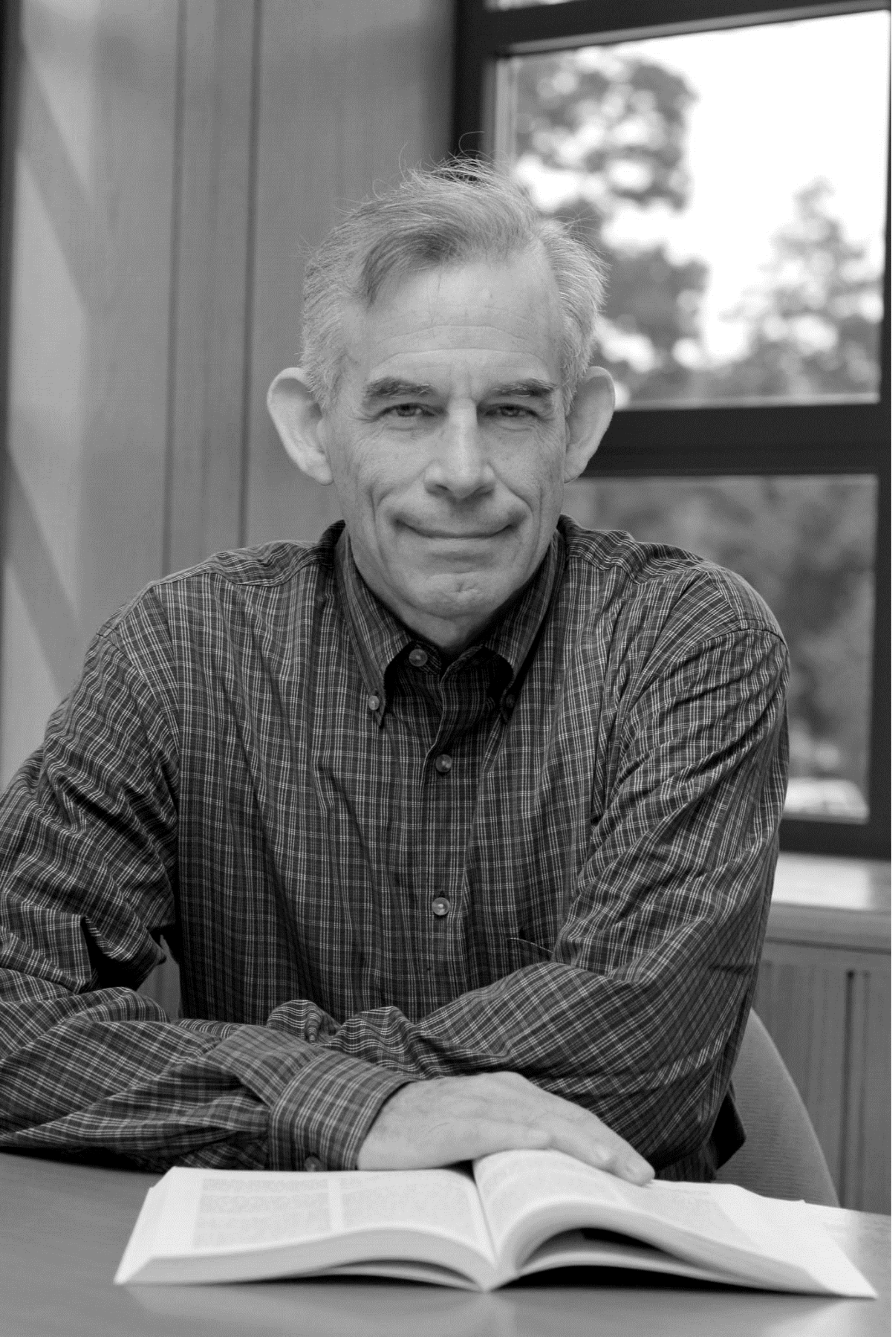
Quem vem primeiro: o ovo

Parece razoável pensar que inflação sofre influência do PIB, Câmbio, Selic e dos seus próprios valores passados.

Quem vem primeiro: o ovo ou a galinha?

Parece razoável pensar que inflação sofre influência do PIB, Câmbio, Selic e dos seus próprios valores passados.

Mas será que essas coisas não sofrem impacto da inflação também?



“Deveria ser factível estimar grandes modelos macroeconômicos na forma reduzida irrestrita, tratando todas as variáveis como endógenas”

Christopher Sims, Macroeconomics and Reality (1980)

Tradução livre de “It should be feasible to estimate large-scale macromodels as unrestricted reduced forms, treating all variables as endogenous”. Créditos da foto: *Princeton University, Office of Communications, Denise Applewhite (2006). Disponível em https://pr.princeton.edu/pictures/s-z/sims_christopher/ .*

Christopher A. Sims recebendo o Prêmio Nobel de Economia em 2011.

Prize motivation:
"for their empirical research on cause and effect in the macroeconomy."

Créditos da foto: *The Nobel Foundation 2011. Lina Göransson. Disponível em* https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2011/sims/photo-gallery/

Os modelos de vetores autoregressivos*

Tínhamos a seguinte equação para a inflação:

$$y_t = \beta_{10} + \underbrace{\sum_{i=2}^{p} \beta_{1i} \cdot y_{t-i}}_{\text{Inflação passada}} + \underbrace{\sum_{j=2}^{q} \gamma_{1q} \cdot x_{t-q}}_{\text{Tx. Cresc. do PIB}} + \underbrace{\sum_{k=2}^{s} \delta_{1k} \cdot z_{t-k}}_{\text{Tx. SELIC}} + \underbrace{\sum_{l=2}^{m} \phi_{1l} \cdot r_{t-l}}_{\text{Tx. Câmbio}} + \varepsilon_t, \quad t \in \{p, \ldots, T\}$$

Hoje só vou falar da forma reduzida e não da forma como o modelo foi originalmente pensado.

Os modelos de vetores autoregressivos

Tínhamos a seguinte equação para a inflação:

$$y_t = \beta_{10} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{1i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{1q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{1k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{1l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

Podemos usar a mesma estrutura, mudando y_t para x_t, z_t e r_t !

$$x_t = \beta_{20} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{2i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{2q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{2k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{2l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

$$z_t = \beta_{30} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{3i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{3q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{3k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{3l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

$$r_t = \beta_{40} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{4i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{4q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{4k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{4l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

Os modelos de vetores autoregressivos

Tínhamos a seguinte equação para a inflação:

$$y_t = \beta_{10} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{1i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{1q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{1k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{1l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

Podemos usar a mesma estrutura, mudando y_t para x_t, z_t e r_t !

$$x_t = \beta_{20} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{2i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{2q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{2k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{2l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

$$z_t = \beta_{30} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{3i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{3q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{3k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{3l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

$$r_t = \beta_{40} + \sum_{i=2}^{p} \beta_{4i} \cdot y_{t-i} + \sum_{j=2}^{q} \gamma_{4q} \cdot x_{t-q} + \sum_{k=2}^{s} \delta_{4k} \cdot z_{t-k} + \sum_{l=2}^{m} \phi_{4l} \cdot r_{t-l} + \varepsilon_t,$$

$t \in \{p, \dots, T\}$

Atenção: Não é o mesmo coeficiente em cada equação!

Os modelos de vetores autoregressivos

Sob algumas hipótese de regularidade, podemos estimar com MQO e ainda assim ter consistência e normalidade;

Os modelos de vetores autoregressivos

Sob algumas hipótese de regularidade, podemos estimar com MQO e ainda assim ter consistência e normalidade;

Para este nosso modelo com 4 variáveis, se usarmos 2 defasagens, teremos:

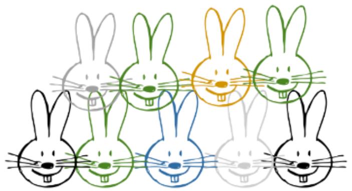
+ 4 interceptos

Os modelos de vetores autoregressivos

Sob algumas hipótese de regularidade, podemos estimar com MQO e ainda assim ter consistência e normalidade;

Para este nosso modelo com 4 variáveis, se usarmos 2 defasagens, teremos:

+ 4 interceptos
+ 4 coeficientes de primeira defasagem * 4 variáveis



Rabbit by Alex Muraev from the Noun Project.

Os modelos de vetores autoregressivos

Sob algumas hipótese de regularidade, podemos estimar com MQO e ainda assim ter consistência e normalidade;

Para este nosso modelo com 4 variáveis, se usarmos 2 defasagens, teremos:

+ 4 interceptos
+ 4 coeficientes de primeira defasagem * 4 variáveis
+ 4 coeficientes de segunda defasagem * 4 variáveis

= 36 coeficientes mais os elementos da matriz de variâncias e covariâncias

Coelhos se reproduzem mais devagar que os parâmetros do var

Rabbit by Alex Muraev from the Noun Project.

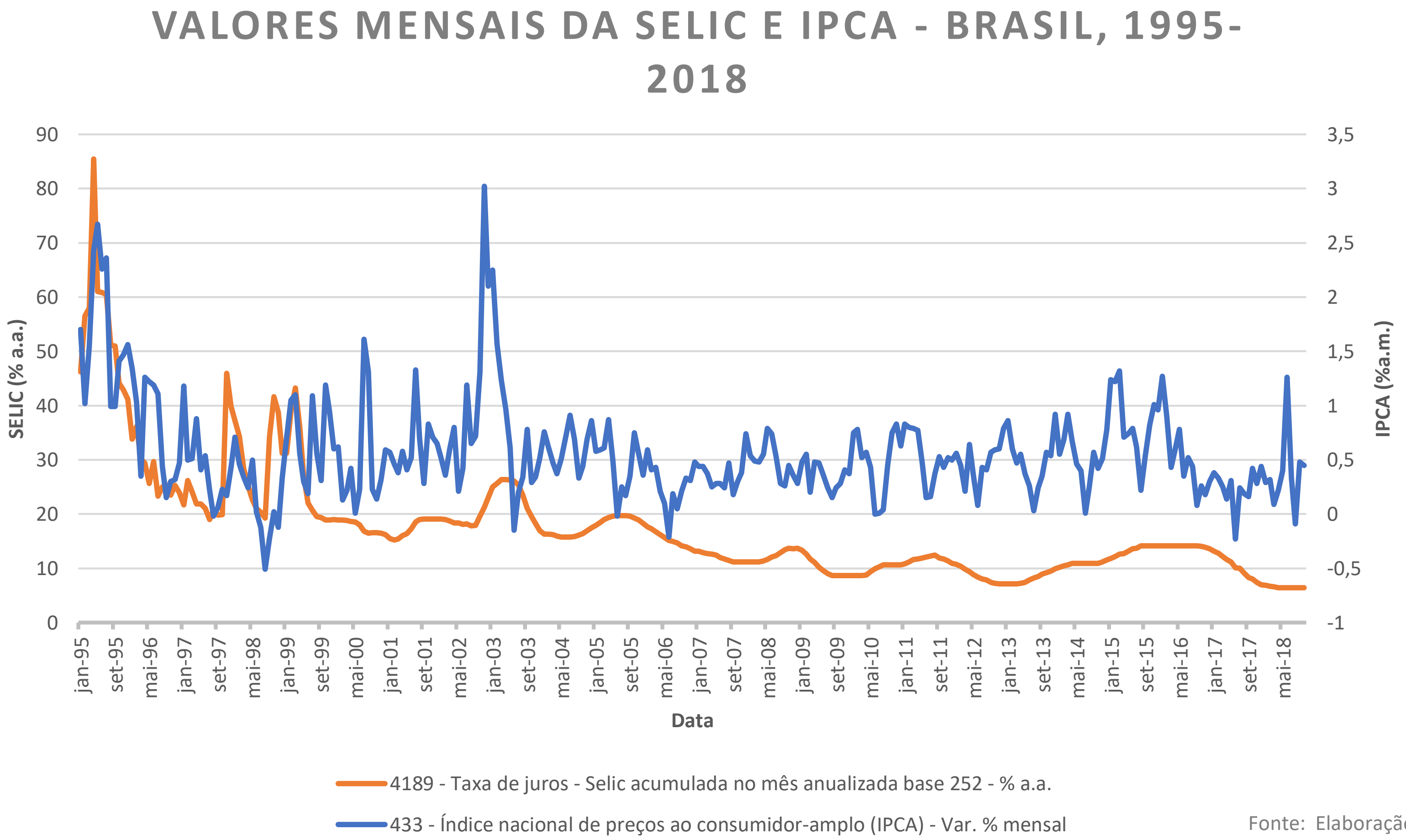
Estabilidade temporal em macroeconomia

Será que é razoável pensar que inflação e juros na época do Gustavo Loyola (6/95 a 8/97) tinham o mesmo comportamento que na época do Alexandre Tombini (01/11 a 06/16)?

Estabilidade temporal em macroeconomia

Será que é razoável pensar que inflação e juros na época do Gustavo Loyola (6/96 a 8/97) tinham o mesmo comportamento que na época do Alexandre Tombini (01/11 a 06/16)?

Created by Anniken & Andreas from Noun Project

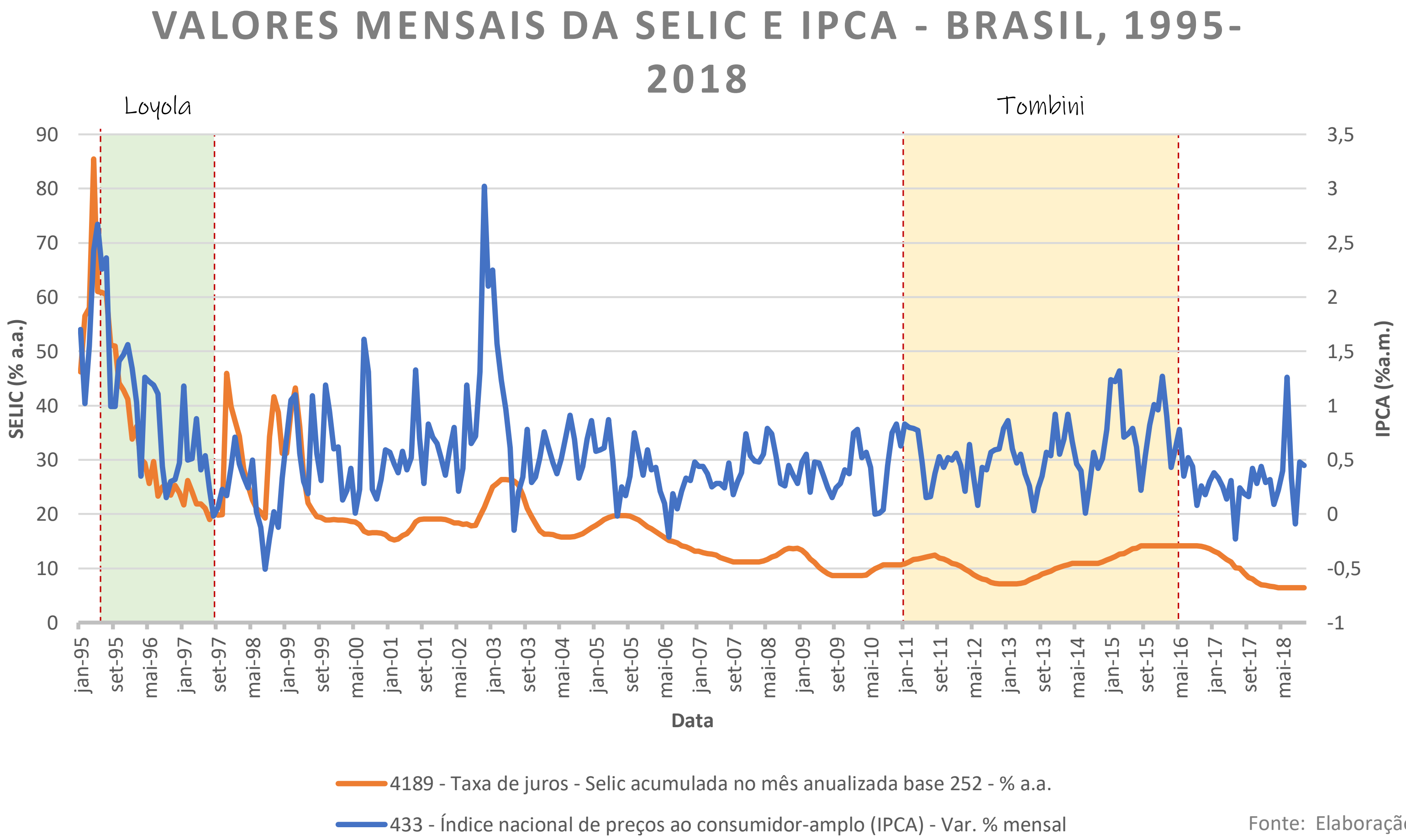


Fonte: Elaboração própria com dados do IBGE e BCB. Séries disponíveis no sistema gerenciador de séries do Banco Central do Brasiil.

Estabilidade temporal em macroeconomia

Será que é razoável pensar que inflação e juros na época do Gustavo Loyola (6/96 a 8/97) tinham o mesmo comportamento que na época do Alexandre Tombini (01/11 a 06/16)?

Created by Anniken & Andreas from Noun Project



Fonte: Elaboração própria com dados do IBGE e BCB. Séries disponíveis no sistema gerenciador de séries do Banco Central do Brasiil.

O que explica as flutuações na relação inflação-desemprego nos anos 70?

Bad Luck vs Bad Policy

Baseado em Cogley e Sargent, 2005.

O QUE EXPLICA AS FLUTUAÇÕES NA RELAÇÃO INFLAÇÃO-DESEMPREGO NOS ANOS 70?

Bad Luck vs Bad Policy

Mudanças na persistência da Inflação

Mudanças nas regras de política monetária

Mudanças estruturais na volatilidade

Má sorte:

Não foi a estratégia da autoridade monetária, mas sim um aumento da volatilidade dos choques que afetam a economia

Deslocamentos dos coeficientes

Má política:

A visão do FED nega a teoria da taxa natural enquanto acredita em um trade-off explorável entre inflação e desemprego.

Baseado em Cogley e Sargent, 2005.

O QUE EXPLICA AS FLUTUAÇÕES NA RELAÇÃO INFLAÇÃO-DESEMPREGO NOS ANOS 70?

Bad Luck vs Bad Policy

Mudanças na persistência da Inflação

Mudanças nas regras de política monetária

Mudanças estruturais na volatilidade

Má sorte:

Não foi a estratégia da autoridade monetária, mas sim um aumento da volatilidade dos choques que afetam a economia

Deslocamentos dos coeficientes

Má política:

A visão do FED nega a teoria da taxa natural enquanto acredita em um trade-off explorável entre inflação e desemprego.

Baseado em Cogley e Sargent, 2005.

O QUE EXPLICA AS FLUTUAÇÕES NA RELAÇÃO INFLAÇÃO-DESEMPREGO NOS ANOS 70?

Bad Luck vs Bad Policy

Mudanças na persistência da Inflação

Mudanças estruturais na volatilidade

Má sorte:

Não foi a estratégia da autoridade monetária, mas sim um aumento da volatilidade dos choques que afetam a economia

Mudanças nas regras de política monetária

Deslocamentos dos coeficientes

Má política:

A visão do FED nega a teoria da taxa natural enquanto acredita em um trade-off explorável entre inflação e desemprego.

Baseado em Cogley e Sargent, 2005.

TVP-VAR

Podemos pensar em um modelo dinâmico que permite os coeficientes mudarem ao longo do tempo:

$$z_t = \beta_0 + \beta_{1t} \cdot y_{t-1} + \delta_{1t} \cdot z_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \text{t} \in \{2, \ldots, T\}$$

TVP-VAR

Podemos pensar em um modelo dinâmico que permite os coeficientes mudarem ao longo do tempo:

$$z_t = \beta_0 + \beta_{1t}\, y_{t-1} + \delta_{1t} \cdot z_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad t \in \{2, \ldots, T\}$$

A SELIC pode responder de forma diferente à inflação do mês passado dependendo de onde estamos no tempo

TVP-VAR

Para aquele nosso modelo com 4 variáveis, se usarmos 2 defasagens, temos:

+ 4 interceptos
+ 4 coeficientes de primeira defasagem * 4 variáveis
+ 4 coeficientes de segunda defasagem * 4 variáveis

= 36 coeficientes mais os elementos da matriz de variâncias e covariâncias

Coelhos se reproduzem mais devagar
que os parâmetros do var

TVP-VAR

Para aquele nosso modelo com 4 variáveis, se usarmos 2 defasagens, temos:

+ 4 interceptos
+ 4 coeficientes de primeira defasagem * 4 variáveis
+ 4 coeficientes de segunda defasagem * 4 variáveis

= 36 coeficientes mais os elementos da matriz de variâncias e covariâncias

Vezes o número de períodos de tempo!

TVP-VAR

Para aquele nosso modelo com 4 variáveis, se usarmos 2 defasagens, temos:

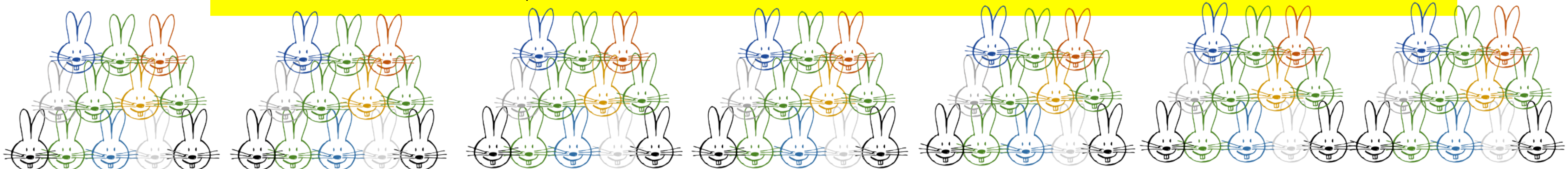
+ 4 interceptos
+ 4 coeficientes de primeira defasagem * 4 variáveis
+ 4 coeficientes de segunda defasagem * 4 variáveis

Created by Anniken & Andreas
from Noun Project

= 36 coeficientes mais os elementos da matriz de variâncias e covariâncias

Vezes o número de períodos de tempo!

Um TVP-VAR mensal para 20 anos teria 238 * 36 = 8560 coeficientes mais as matrizes de var-covar



Rabbit by Alex Muraev from the Noun Project.

TVP-VAR - especificações

Considere a seguinte representação na forma de espaço de estados de um TVP-VAR com MSV:

$$y_t = Z_t\alpha_t + \epsilon_t \qquad \epsilon_t \sim \mathcal{N}_k(0_k, \Omega_t^{-1}) \qquad \text{(eq. de medida)} \qquad (1)$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \upsilon_t \qquad \upsilon_t \sim \mathcal{N}_p(0_p, Q) \qquad \text{(eq. de transição de estados)} \qquad (2)$$

TVP-VAR - especificações

Considere a seguinte representação na forma de espaço de estados de um TVP-VAR com MSV:

$$y_t = Z_t \alpha_t + \epsilon_t \qquad \epsilon_t \sim N_k(0_k, \Omega_t^{-1}) \qquad \text{(eq. de medida)} \qquad (1)$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \upsilon_t \qquad \upsilon_t \sim N_p(0_p, Q) \qquad \text{(eq. de transição de estados)} \qquad (2)$$

Note que:

- Nós não observamos α_t diretamente (**variável latente**);
- Se Ω_t^{-1} fosse não estocástica, o filtro de Kalman poderia ser utilizado;

TVP-VAR - especificações

Considere a seguinte representação na forma de espaço de estados de um TVP-VAR com MSV:

$$y_t = Z_t\alpha_t + \epsilon_t \qquad \epsilon_t \sim \mathcal{N}_k(0_k, \Omega_t^{-1}) \qquad \text{(eq. de medida)} \qquad (1)$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + \upsilon_t \qquad \upsilon_t \sim \mathcal{N}_p(0_p, Q) \qquad \text{(eq. de transição de estados)} \qquad (2)$$

Note que:

- Nós não observamos α_t diretamente (**variável latente**);
- Se Ω_t^{-1} fosse não estocástica, o filtro de Kalman poderia ser utilizado;
  - Uma vez que isso não acontece, temos uma **integral de alta dimensão que não pode ser resolvida analiticamente**.

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

$$
\begin{aligned}
y_t &= Z_t \alpha_t + \epsilon_t \\
\alpha_t &= \alpha_{t-1} + u_t \quad u \sim \mathcal{N}_p(0_p, Q) \\
\epsilon_t &= \Omega_t^{-1/2} \xi_t \quad \xi \sim \mathcal{N}_k(0_k, \mathbb{I}_k) \\
\Omega_t^{-1} &= B^{-1} H_t B^{-1\prime}
\end{aligned}
$$

$$
B = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ \beta_{21} & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \beta_{k1} & \beta_{k2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}
\qquad
H_t = \begin{bmatrix} h_{1t} & & & 0 \\ & h_{2t} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & h_{kt} \end{bmatrix}
$$

$$
\ln(h_{it}) = \ln(h_{it-1}) + \sigma \eta_{it}
$$

$$
\eta_{it} \sim \mathcal{N}(0,1)
$$

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Primiceri (2005)

- As covariâncias seguem um passeio aleatório
- Multi move Gibbs
- Sem MSV nos estados

$$
\begin{aligned}
y_t &= Z_t\alpha_t + \epsilon_t \\
\alpha_t &= \alpha_{t-1} + u_t \quad u \sim \mathcal{N}_p(0_p, Q) \\
\epsilon_t &= \Omega_t^{-1/2}\xi_t \quad \xi \sim \mathcal{N}_k(0_k, \mathbb{I}_k) \\
\Omega_t^{-1} &= B_t^{-1}H_tB_t^{-1\prime}
\end{aligned}
$$

$$
B = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ \beta_{21,t} & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \beta_{k1,t} & \beta_{k2,t} & \cdots & 1 \end{bmatrix}
\qquad
H_t = \begin{bmatrix} h_{1t} & & & 0 \\ & h_{2t} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & h_{kt} \end{bmatrix}
$$

$$
\beta_t = \beta_{t-1} + v_t \qquad v_t \sim \mathcal{N}(0, W)
$$

$$
\ln(h_{it}) = \ln(h_{it-1}) + \sigma\eta_{it} \qquad \eta_{it} \sim \mathcal{N}(0,1)
$$

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Primiceri (2005)

- As covariâncias seguem um passeio aleatório
- Multi move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Problemas por causa da especificação da volatilidade

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Primiceri (2005)

- As covariâncias seguem um passeio aleatório
- Multi move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Phillipov e Glickman (2005)

- Volatilidade estocástica Wishart
- Mais flexibilidade
- Mais complexo
- Possível não estacionariedade
- Problemas na estimação

Modelo de MSV

$$y_t \quad = \epsilon_t$$

$$\epsilon_t \sim \mathcal{N}_k\left(0_p, \Omega_t^{-1}\right)$$

$$\Omega_t | \Omega_{t-1} \sim \mathcal{W}(\nu, S_{t-1})$$

$$S_t = \nu^{-1} A^{1/2} \Omega_t^d A^{1/2\prime}$$

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Primiceri (2005)

- As covariâncias seguem um passeio aleatório
- Multi move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Phillipov e Glickman (2005)

- Volatilidade estocástica Wishart
- Mais flexibilidade
- Mais complexo
- Possível não estacionariedade
- Problemas na estimação

Modelo de MSV

Uhlig (1997)

- MSV Wishart
- Menos parâmetros
- Conjugação da Beta e Wishart
- Apenas filtra a volatilidade

VAR c/ MSV

$$y_t = Z_t \alpha + \epsilon_t$$

$$\epsilon_t = \mathcal{U}(\Omega_t^{-1})' \xi_t$$

$$\xi_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbb{I}_m)$$

$$\Omega_{t+1} = \lambda^{-1} \mathcal{U}(\Omega_t)' \, \Theta \, \mathcal{U}(\Omega_t)$$

$$\Theta \sim \mathcal{B}_m(\nu + l/2 \,, 1/2)$$

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Primiceri (2005)

- As covariâncias seguem um passeio aleatório
- Multi move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Problemas por causa da especificação da volatilidade

Phillipov e Glickman (2005)

- Volatilidade estocástica Wishart
- Mais flexibilidade
- Mais complexo
- Problemas na estimação

Uhlig (1997)

- MSV Wishart
- Menos parâmetros
- Usa IS para estimar os estados
- Apenas filtra a volatilidade

Modelo de MSV

VAR c/ MSV

TVP-VAR c/ MSV

Cogley e Sargent (2005)

- Covariâncias como proporção fixa das variâncias
- Single move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Primiceri (2005)

- As covariâncias seguem um passeio aleatório
- Multi move Gibbs
- Sem MSV nos estados

Phillipov e Glickman (2005)

- Volatilidade estocástica Wishart
- Mais flexibilidade
- Mais complexo
- Possível não estacionariedade
- Problemas na estimação

Modelo de MSV

Uhlig (1997)

- MSV Wishart
- Menos parâmetros
- Conjugação da Beta e Wishart
- Apenas filtra a volatilidade

VAR c/ MSV

Dissertação da Aisha

$$y_t = Z_t \alpha_t + \epsilon_t$$

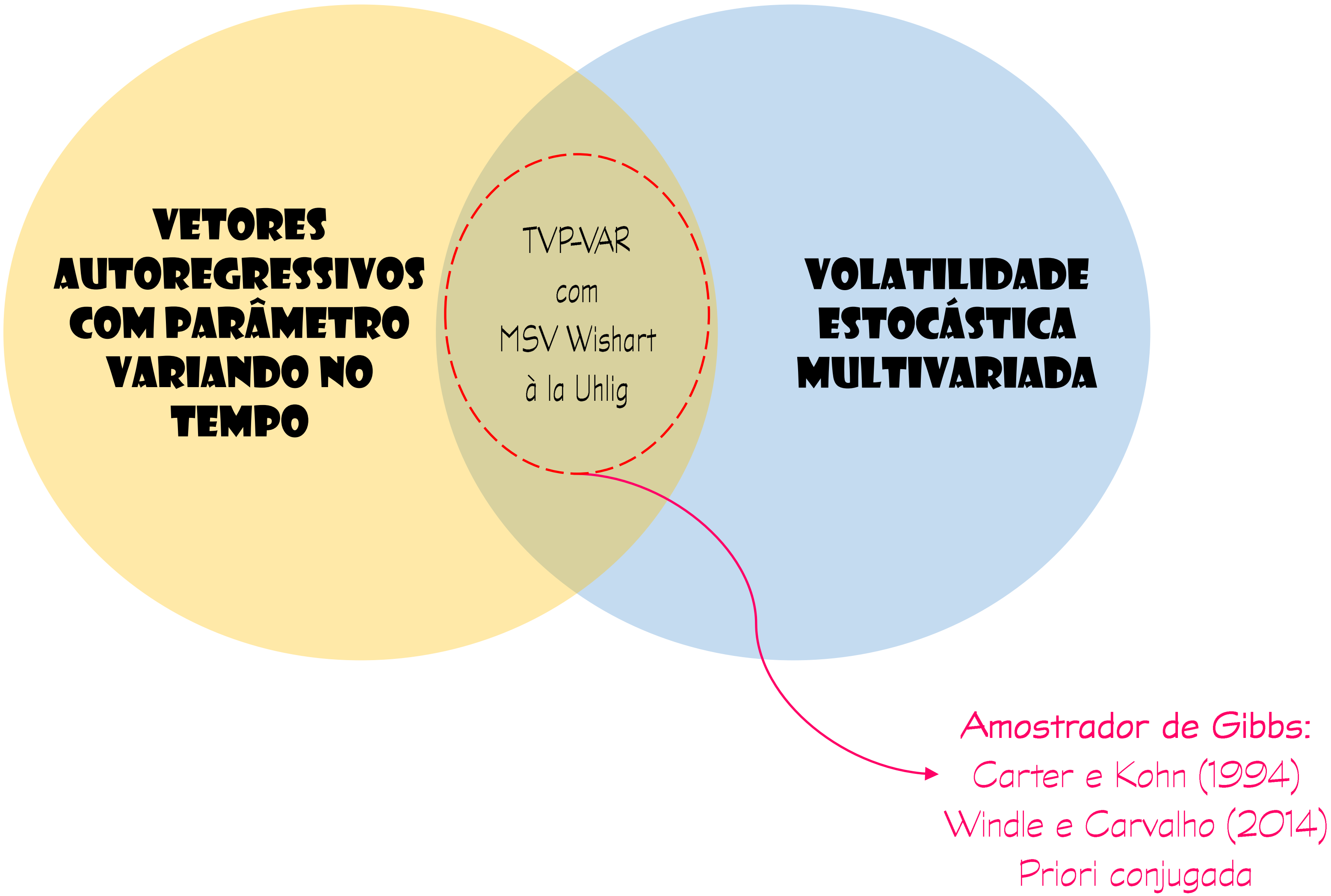
$$\epsilon_t = \mathcal{U}(\Omega_t^{-1})' \xi_t$$

$$\xi_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbb{I}_m)$$

$$\Omega_{t+1} = \lambda^{-1} \mathcal{U}(\Omega_t)' \, \Theta \, \mathcal{U}(\Omega_t)$$

$$\Theta \sim \mathcal{B}_m(\nu + l/2 \, , 1/2)$$

O que a Aisha está fazendo?



O que a Aisha está fazendo?

O modelo de [Uhlig, 1997] pode ser generalizado da seguinte forma:

$$y_t = Z_t \alpha_t + \epsilon_t, \text{ com } \epsilon = \mathscr{U}(\Omega_t^{-1})' \xi_t \text{ e } \xi_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbb{I}_m), \tag{3}$$

$$\Omega_{t+1} = \frac{1}{\lambda} \mathscr{U}(\Omega_t)' \Theta_t \mathscr{U}(\Omega_t), \text{ com } \Theta \sim \mathcal{B}_m\left(\frac{\nu + l}{2}, \frac{1}{2}\right), \tag{4}$$

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + u_t, \text{ com } u_t \sim \mathcal{N}(0, Q^{-1}). \tag{5}$$

- Tem as características do modelo original de Uhlig (parcimonioso, flexibilidade para a volatilidade);
- Assim como os modelos anteriores, é um sistema não linear com função de verossimilhança de alta dimensão;
- Para estimar α_t usando um amostrador de Gibbs, são necessárias as estimativas de Ω_t;
  - O algoritmo de Uhlig (1997) apenas fornece as estimativas filtradas.
  - Pode-se usar o método de Windle e Carvalho (2014).

Como estimar um TVP-VAR?

Na década de 80, Sims já propôs que VARs fossem estimados por
métodos bayesianos

Como estimar um TVP-VAR?

Na década de 80, Sims já propôs que VARs fossem estimados por métodos bayesianos

Não foi esse o artigo sobre VAR bayesiano, mas este contém muitas das ideias do Sims a respeito de econometria bayesiana

Bayesian Methods in Applied Econometrics, or, Why Econometrics Should Always and Everywhere Be Bayesian

Christopher A. Sims
Princeton University
sims@princeton.edu

August 6, 2007

Disponível em: http://sims.princeton.edu/yftp/EmetSoc607/AppliedBayes.pdf

Estimação Bayesiana em 30 segundos

O que é desconhecido pode ter uma probabilidade associada;

Estimação Bayesiana em 30 segundos

O que é desconhecido pode ter uma probabilidade associada;

Isso inclui parâmetros;

Parâmetros na abordagem bayesiana são considerados variáveis aleatórias;

Estimação Bayesiana em 30 segundos

O que é desconhecido pode ter uma probabilidade associada;

Isso inclui parâmetros;

Parâmetros na abordagem bayesiana são considerados variáveis aleatórias;

Nosso objetivo ao fazer inferência bayesiana é descobrir qual a densidade de probabilidade dos parâmetros, após observamos a amostra.

Estimação Bayesiana em 30 segundos

Nem sempre a densidade dos parâmetros é fácil de ser encontrada e por isso métodos de simulação são utilizados;

Estimação Bayesiana em 30 segundos

Nem sempre a densidade dos parâmetros é fácil de ser encontrada e por isso métodos de simulação são utilizados;

Métodos de MCMC (Markov Chain Monte Carlo) utilizam a teoria de processos estocásticos mais métodos de Monte Carlo para obter "retiradas" da densidade a posteriori dos parâmetros.

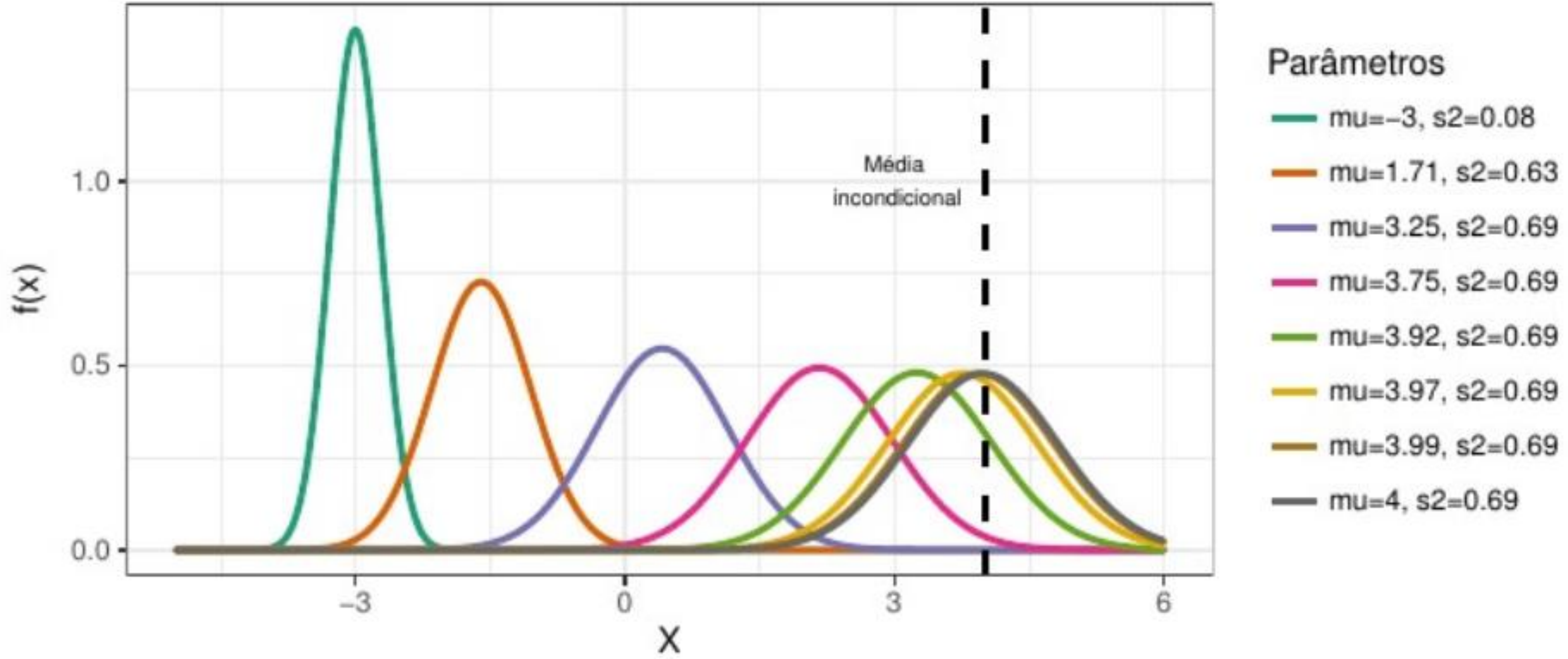
Estimação Bayesiana em 30 segundos

Nem sempre a densidade dos parâmetros é fácil de ser encontrada e por isso métodos de simulação são utilizados;

Métodos de MCMC (Markov Chain Monte Carlo) utilizam a teoria de processos estocásticos mais métodos de Monte Carlo para obter "retiradas" da densidade a posteriori dos parâmetros.

Depende de convergência de algoritmo e requer bastante poder computacional.

Estimação Bayesiana em 30 segundos



Convergência de um processo AR para sua distribuição estacionária.
Fonte: Elaboração própria com base em dados simulados.
Código em R disponível em: https://tinyurl.com/convergenciaAR

Estimando o modelinho da Aisha

$$y_t = Z_t\alpha_t + \epsilon_t, \text{ com } \epsilon = \mathscr{U}(\Omega_t^{-1})'\xi_t \text{ e } \xi_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbb{I}_m), \tag{3}$$

$$\Omega_{t+1} = \frac{1}{\lambda}\mathscr{U}(\Omega_t)'\Theta_t\mathscr{U}(\Omega_t), \text{ com } \Theta \sim \mathscr{B}_m\left(\frac{\nu+l}{2}, \frac{1}{2}\right), \tag{4}$$

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + u_t, \text{ com } u_t \sim \mathcal{N}(0, Q^{-1}). \tag{5}$$

Passo 1. α_t

"Finge" que conhece Ω_t e Q_t e usa o algoritmo de Carter e Kohn (1994) para estimar os coeficientes (estimativa filtrada e suavizada)

Estimando o modelinho da Aisha

$$y_t = Z_t\alpha_t + \epsilon_t, \text{ com } \epsilon = \mathscr{U}(\Omega_t^{-1})'\xi_t \text{ e } \xi_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbb{I}_m), \tag{3}$$

$$\Omega_{t+1} = \frac{1}{\lambda}\mathscr{U}(\Omega_t)'\Theta_t\mathscr{U}(\Omega_t), \text{ com } \Theta \sim \mathscr{B}_m\left(\frac{\nu+l}{2}, \frac{1}{2}\right), \tag{4}$$

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + u_t, \text{ com } u_t \sim \mathcal{N}(0, Q^{-1}). \tag{5}$$

Passo 1. α_t

"Finge" que conhece Ω_t e Q_t e usa o algoritmo de Carter e Kohn (1994) para estimar os coeficientes (estimativa filtrada e suavizada)

Passo 2. Q

Usa uma priori conjugada, fingindo que conhece Ω_t e utilizando os valores estimados de α_t

Estimando o modelinho da Aisha

$$y_t = Z_t\alpha_t + \epsilon_t, \text{ com } \epsilon = \mathscr{U}(\Omega_t^{-1})'\xi_t \text{ e } \xi_t \sim \mathcal{N}(0, \mathbb{I}_m), \tag{3}$$

$$\Omega_{t+1} = \frac{1}{\lambda}\mathscr{U}(\Omega_t)'\Theta_t\mathscr{U}(\Omega_t), \text{ com } \Theta \sim \mathcal{B}_m\left(\frac{\nu + l}{2}, \frac{1}{2}\right), \tag{4}$$

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + u_t, \text{ com } u_t \sim \mathcal{N}(0, Q^{-1}). \tag{5}$$

Passo 1. α_t

"Finge" que conhece Ω_t e Q_t e usa o algoritmo de Carter e Kohn (1994) para estimar os coeficientes (estimativa filtrada e suavizada)

Passo 2. Q

Usa uma priori conjugada, fingindo que conhece Ω_t e utilizando os valores estimados de α_t

Passo 3. Ω_t

Conhecendo Q e α_t, usa-se o algoritmo de Windle e Carvalho (2014) para estimar as matrizes Ω_t

Estimando o modelinho da Aisha

Repete-se um número suficientemente alto de vezes para ter convergência para a densidade que queremos amostrar (MC).

Passo 1. α_t

"Finge" que conhece Ω_t e Q_t e usa o algoritmo de Carter e Kohn (1994) para estimar os coeficientes (estimativa filtrada e suavizada)

Passo 2. Q

Usa uma priori conjugada, fingindo que conhece Ω_t e utilizando os valores estimados de α_t

Passo 3. Ω_t

Conhecendo Q e α_t, usa-se o algoritmo de Windle e Carvalho (2014) para estimar as matrizes Ω_t

Estimando o modelinho da Aisha

Repete-se um número suficientemente alto de vezes para ter convergência para a densidade que queremos amostrar (MC).

Uma vez que tivermos convergência, amostramos um número grande de valores para poder calcular médias, intervalos de credibilidade e outras medidas (MC).

Passo 1. α_t

"Finge" que conhece Ω_t e Q_t e usa o algoritmo de Carter e Kohn (1994) para estimar os coeficientes (estimativa filtrada e suavizada)

Passo 2. Q

Usa uma priori conjugada, fingindo que conhece Ω_t e utilizando os valores estimados de α_t

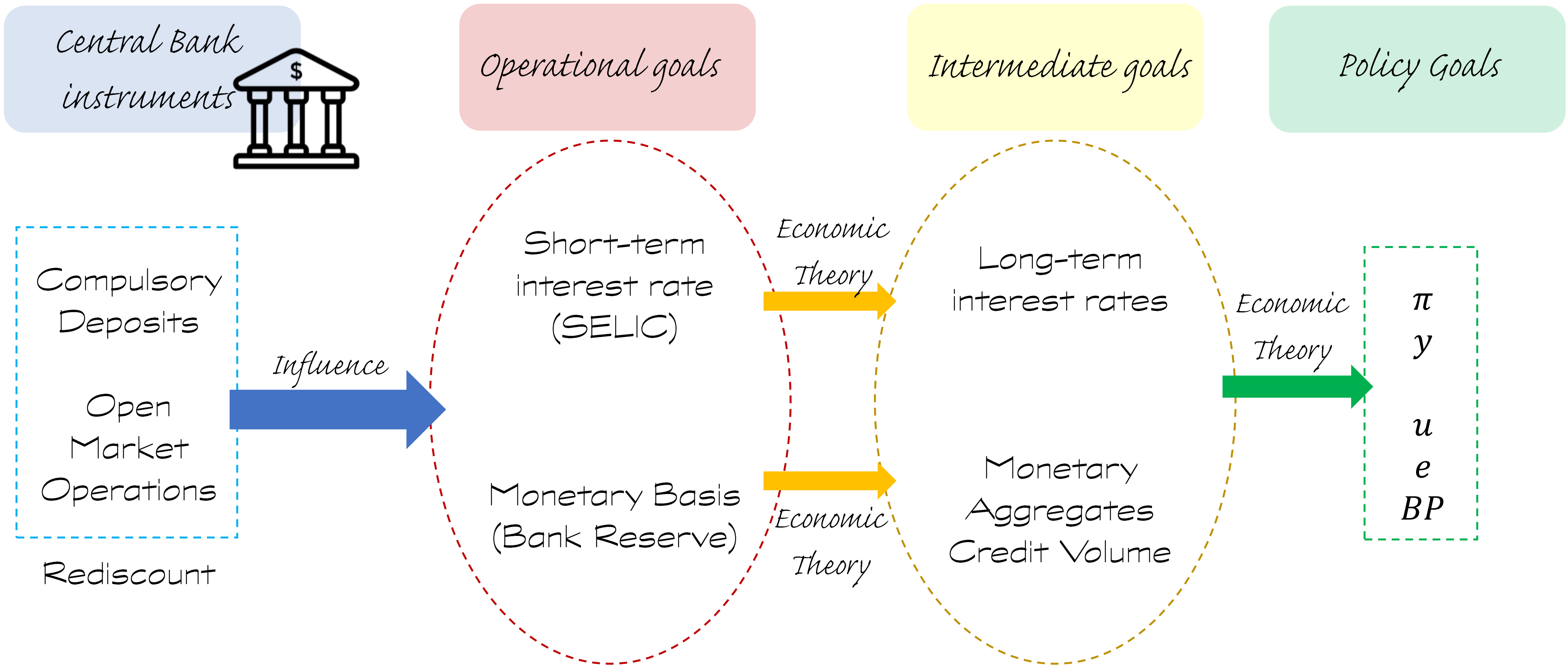
Passo 3. Ω_t

Conhecendo Q e α_t, usa-se o algoritmo de Windle e Carvalho (2014) para estimar as matrizes Ω_t

Uma aplicação para a economia brasileira

Quando o Banco Central define as taxas de juros visando estabilidade financeira, ele não afeta apenas a inflação e desemprego;

Uma aplicação para a economia brasileira



Icon from the Noun Project.

Quando o Banco Central define as taxas de juros visando estabilidade financeira, ele não afeta apenas a inflação e desemprego;

Uma aplicação para a economia brasileira

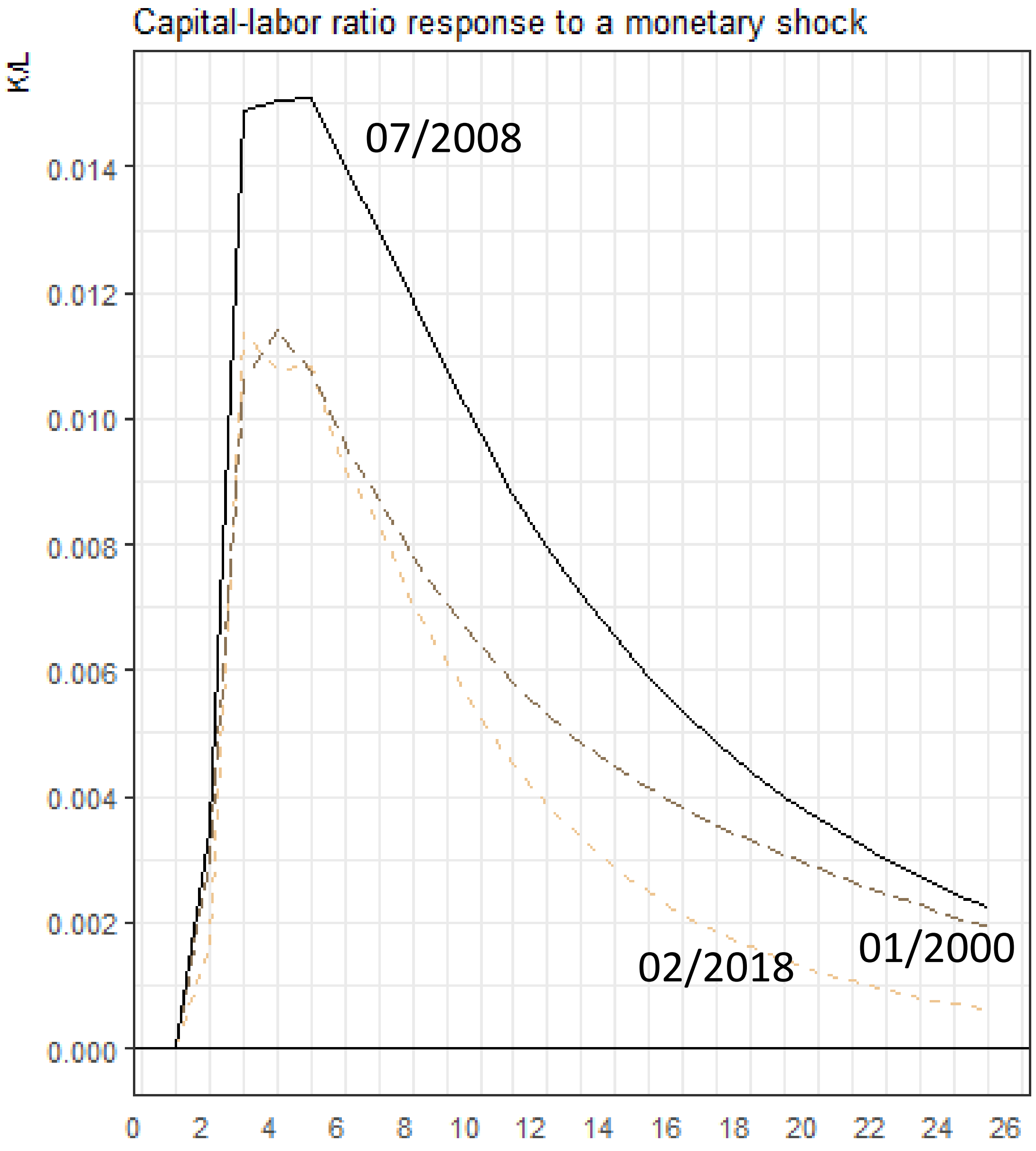
Quando o Banco Central define as taxas de juros visando estabilidade financeira, ele não afeta apenas a inflação e desemprego;

- Outros agregados são afetados;
- As pessoas não percebem o efeito da política monetária da mesma maneira;
- Existem efeitos redistributivos na política monetária.

Uma aplicação para a economia brasileira

Usando um TVP-VAR com volatilidade estocástica, foi investigado o impacto dos choques monetários sobre a razão-capital trabalho, K/L (uma medida de distribuição funcional da renda).

Uma aplicação para a economia brasileira



Como este modelo tem parâmetros que variam no tempo, a FIR pode ser calculada para cada período na amostra levando a resultados diferentes.

Uma aplicação para a economia brasileira

Usando um TVP-VAR com volatilidade estocástica, foi investigado o impacto dos choques monetários sobre a razão-capital trabalho, K/L (uma medida de distribuição funcional da renda);

Conclusão: Choques monetários aumentam K/L

Uma aplicação para a economia brasileira

Usando um TVP-VAR com volatilidade estocástica, foi investigado o impacto dos choques monetários sobre a razão-capital trabalho, K/L (uma medida de distribuição funcional da renda);

Conclusão: Choques monetários aumentam K/L

Se capital e trabalho são heterogeneamente distribuídos na população, existe um efeito redistributivo da PM.

Uma aplicação para a economia brasileira

Versões anteriores deste trabalho foram apresentados nos seguintes eventos:

- Institute for New Economic Thinking – Young Scholars Iniciative Latin America Convening (Buenos Aires, jul/18)
- 23° Simpósio Nacional de Estatística e Probabilidade – SINAPE (São Pedro, set/18)
- 2018 European Seminar of Bayesian Econometrics – ESOBE (New Orleans, 2018)

Referências Principais (econometria)

- PRIMICERI, Giorgio E. Time varying structural vector autoregressions and monetary policy. **The Review of Economic Studies**, v. 72, n. 3, p. 821-852, 2005.
- UHLIG, Harald. Bayesian vector autoregressions with stochastic volatility. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 59-73, 1997.
- COGLEY, Timothy; SARGENT, Thomas J. Drifts and volatilities: monetary policies and outcomes in the post WWII US. **Review of Economic dynamics**, v. 8, n. 2, p. 262-302, 2005.
- COGLEY, Timothy; SARGENT, Thomas J. Evolving post-world war II US inflation dynamics. **NBER macroeconomics annual**, v. 16, p. 331-373, 2001.
- WINDLE, Jesse; CARVALHO, Carlos. A tractable state-space model for symmetric positive-definite matrices. **Bayesian Analysis**, v. 9, n. 4, p. 759-792, 2014.