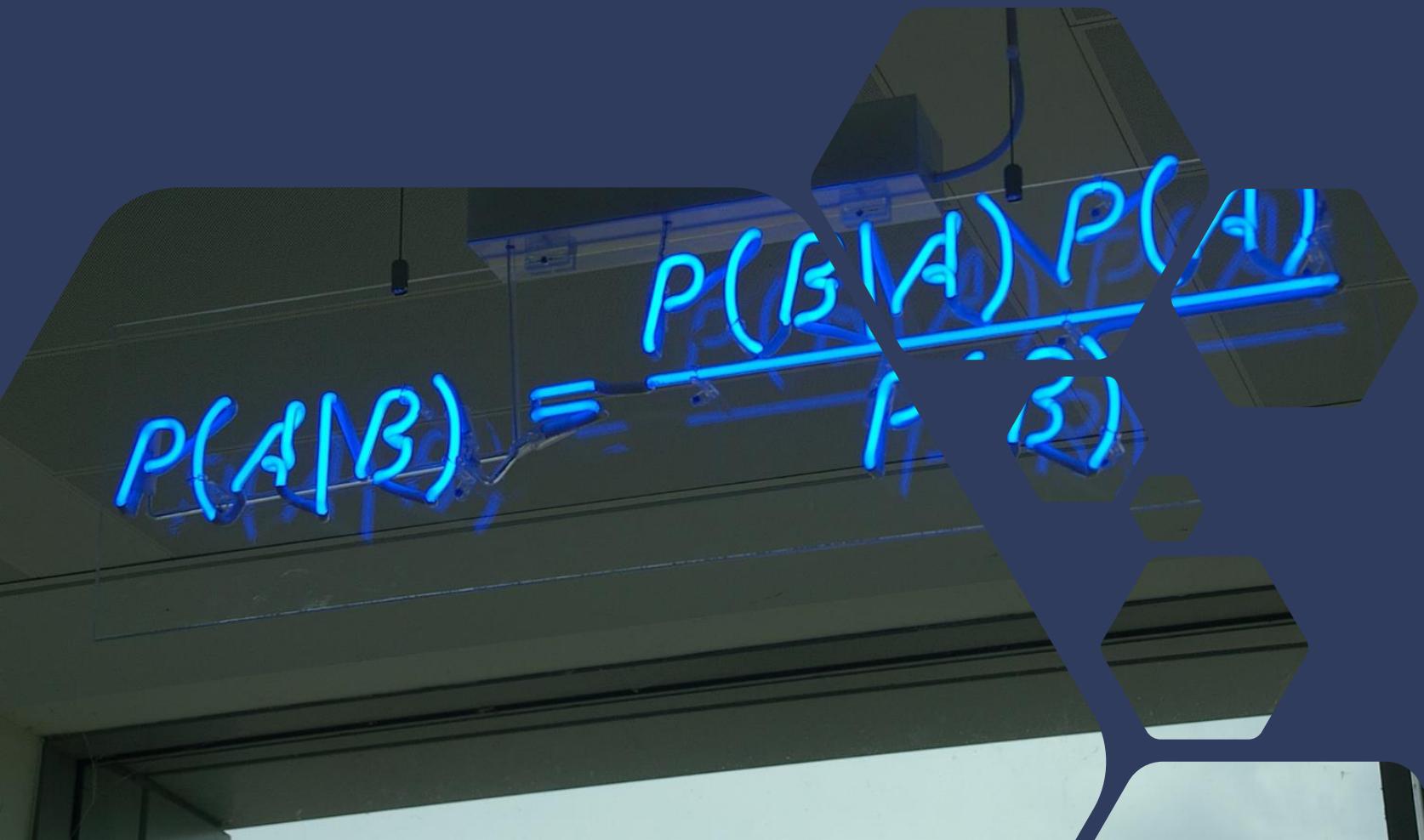


UMA INTRODUÇÃO RELÂMPAGO À ECONOMETRIA BAYESIANA

Mini curso da XIII SAECO



Ministrante: Aishameriane Schmidt.
Florianópolis, outubro de 2018.

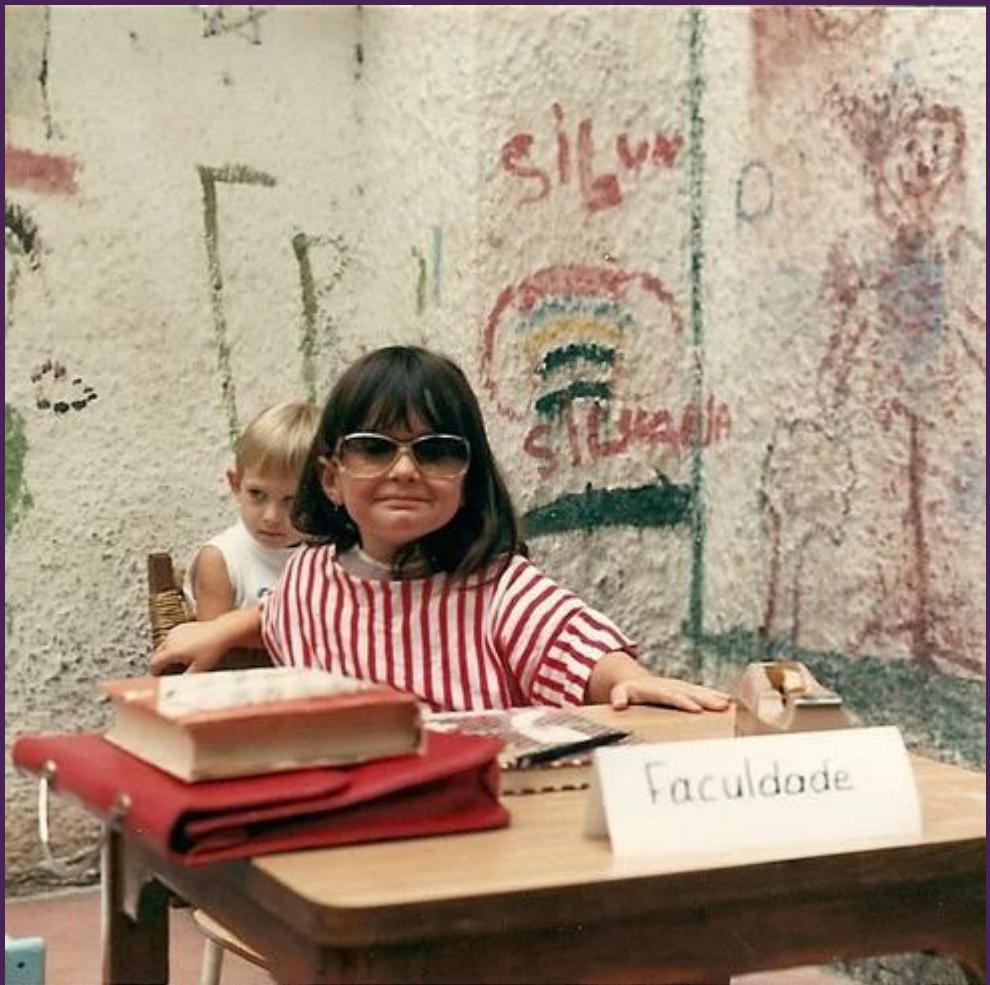
O material está disponível em:

<https://tinyurl.com/saeco-bayes>

Para falar com a Aisha, utilize o aishamail:

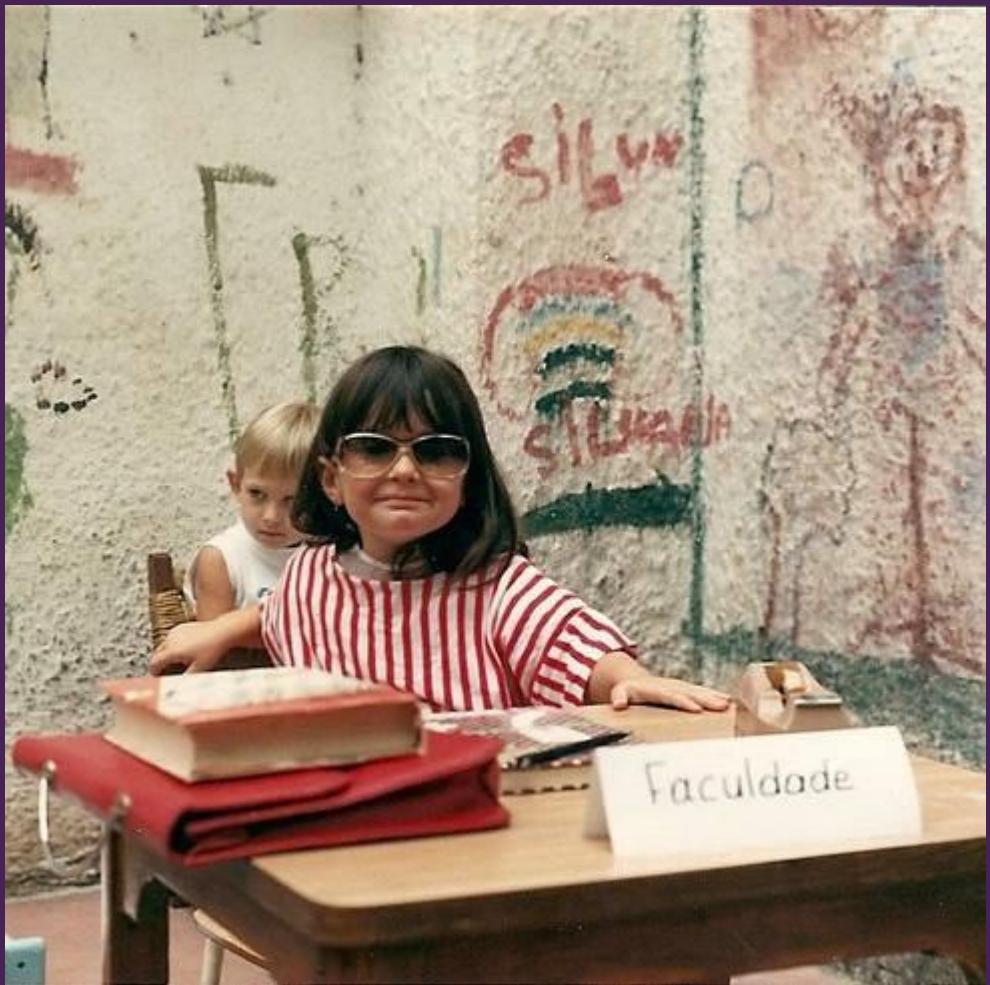
aishameriane@gmail.com

Quem é a Aisha?



Bacharel em Estatística (UFRGS, 2010)
Graduanda em Economia (UDESC, ?)
Mestranda em Economia (UFSC, ?)

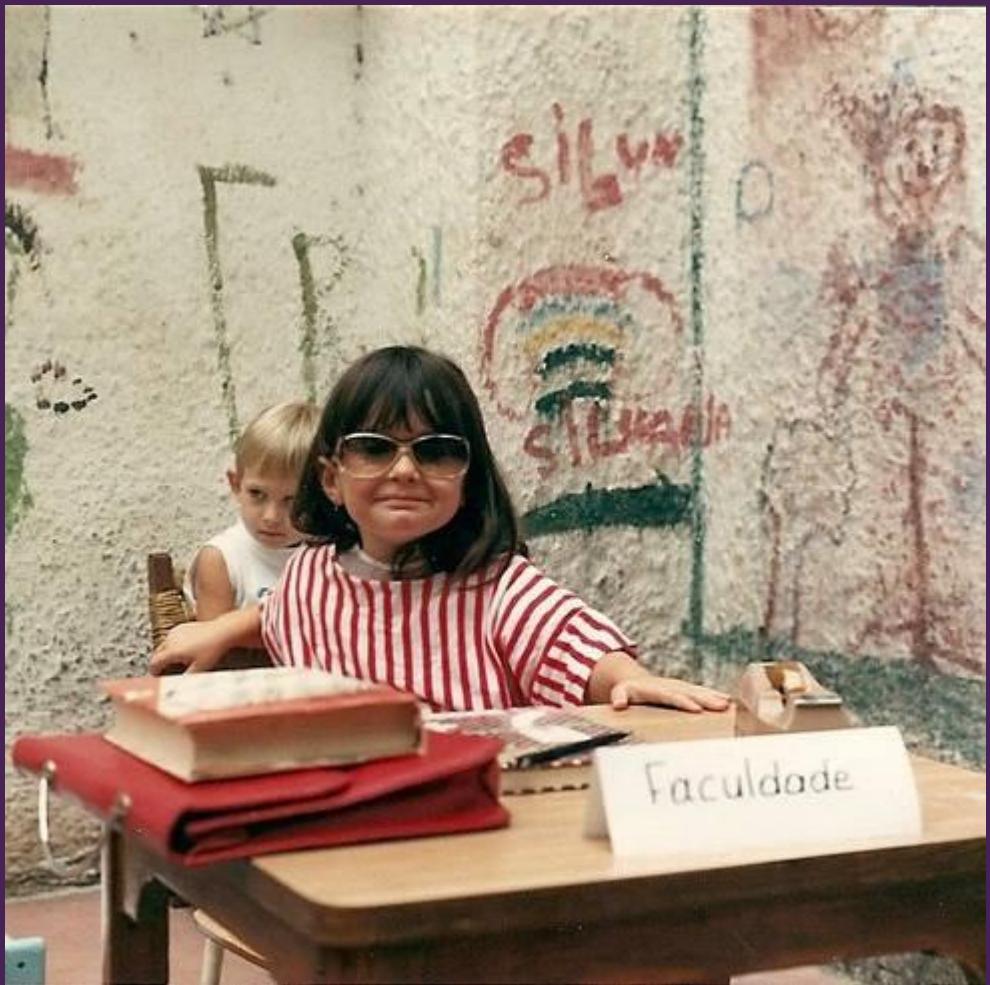
Quem é a Aisha?



Bacharel em Estatística (UFRGS, 2010)
Graduanda em Economia (UDESC, ?)
Mestranda em Economia (UFSC, ?)

Monitora da Disciplina de Econometria
Bayesiana (PPGECO/UFSC 2018/01)

Quem é a Aisha?



Bacharel em Estatística (UFRGS, 2010)
Graduanda em Economia (UDESC, ?)
Mestranda em Economia (UFSC, ?)

Monitora da Disciplina de Econometria
Bayesiana (PPGECO/UFSC 2018/01)

Trabalhou em uma penca de coisas, incluindo iniciativa privada, órgãos públicos e hoje em dia está fazendo a quest para ser professora/pesquisadora.

Um tour do que vamos ver hoje

- Breve histórico da *estatística* e *econometria bayesiana*.
- Definições básicas: verossimilhança, priori e posteriori.
- **Exemplos**: estimando uma proporção e estimação do modelo normal de regressão linear.
- Um rápido comentário sobre MCMC.
- Aplicações contemporâneas.



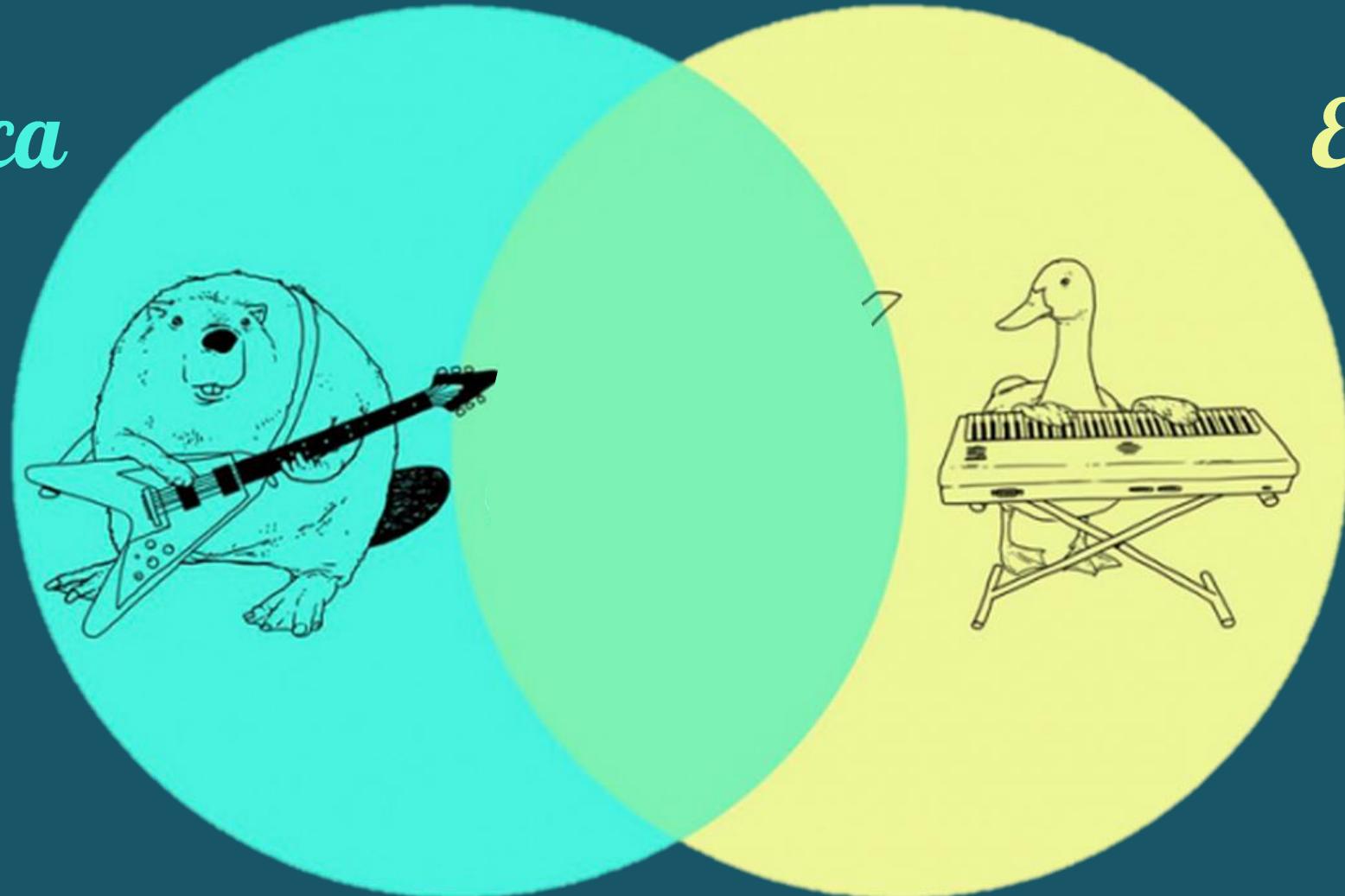


Um pouco de história...

Econometria

Estatística

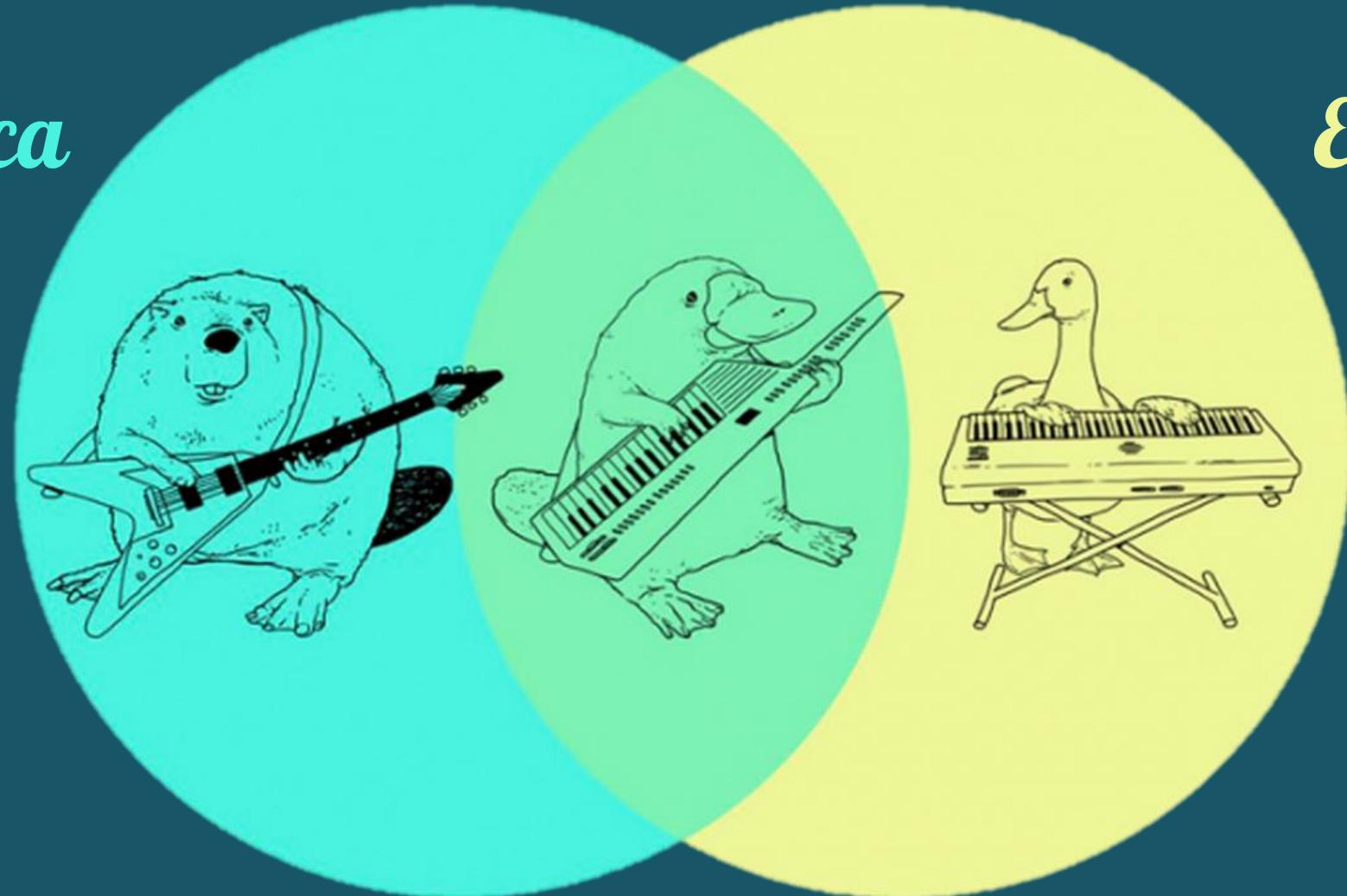
Economia



Econometria

Estatística

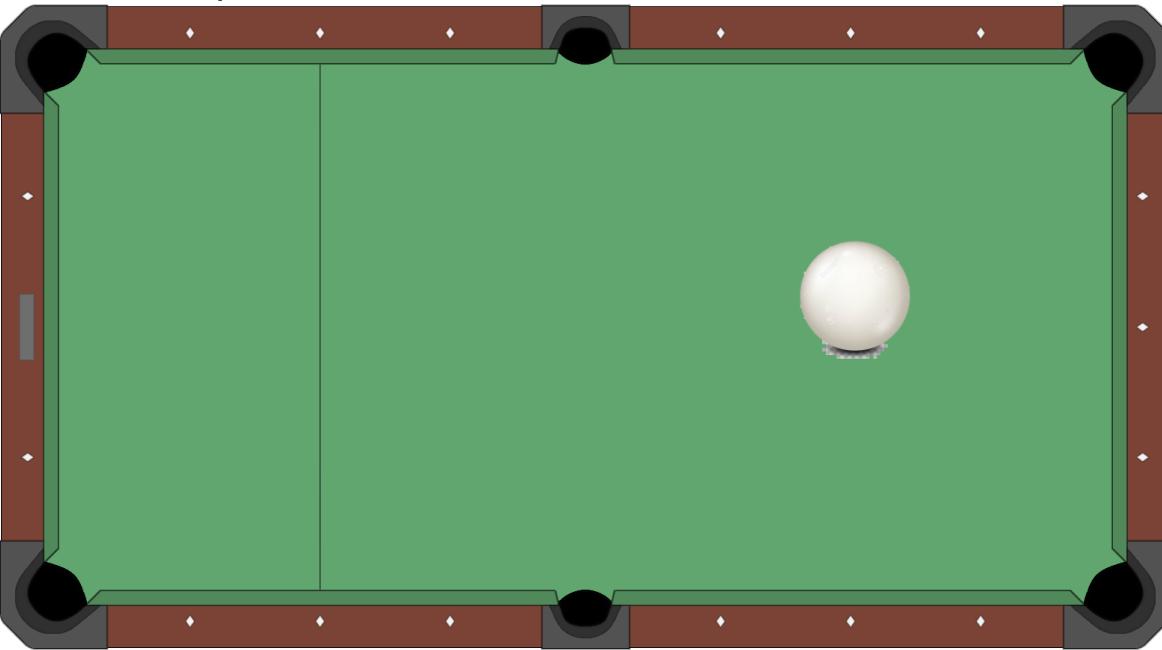
Economia

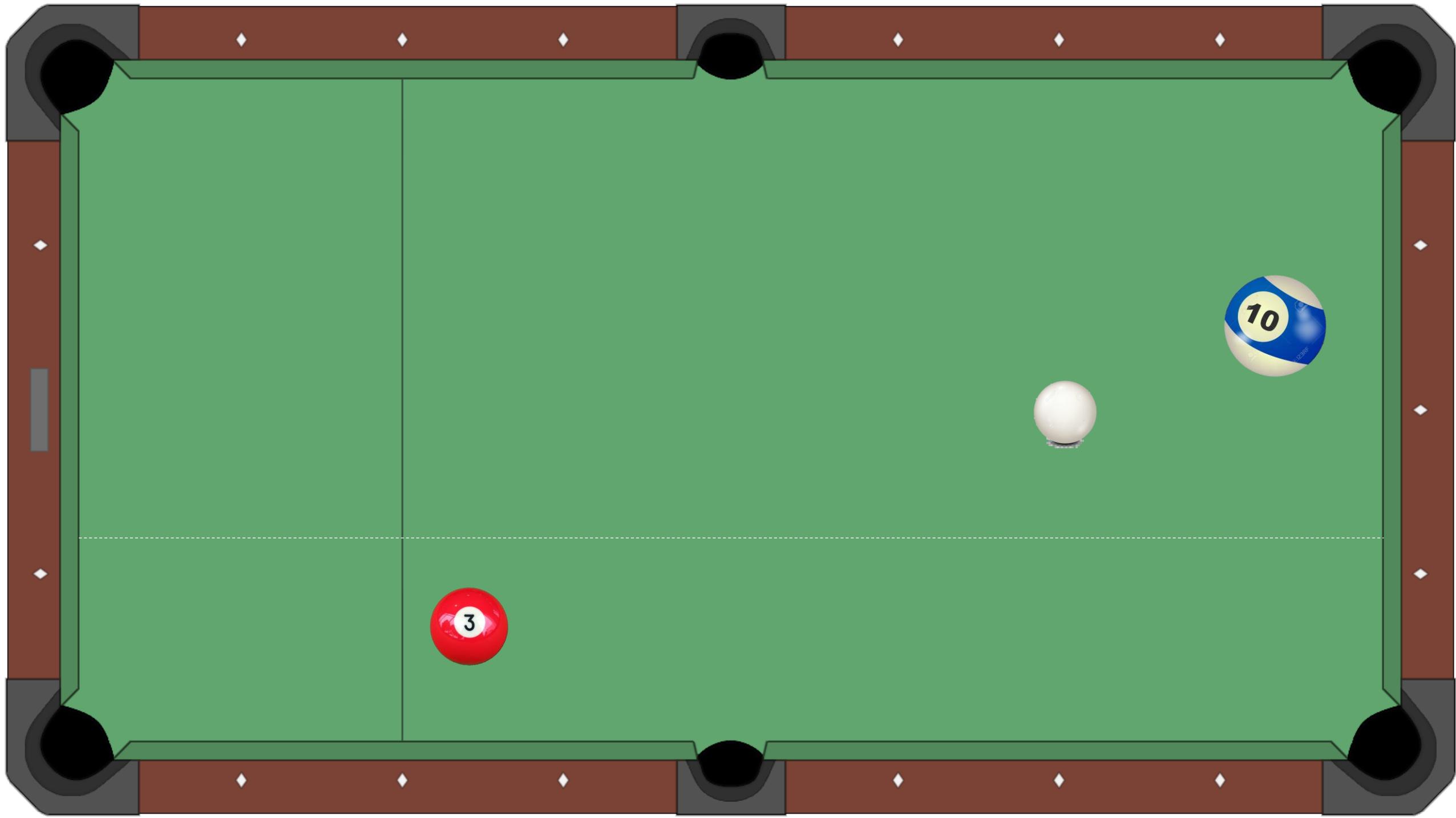


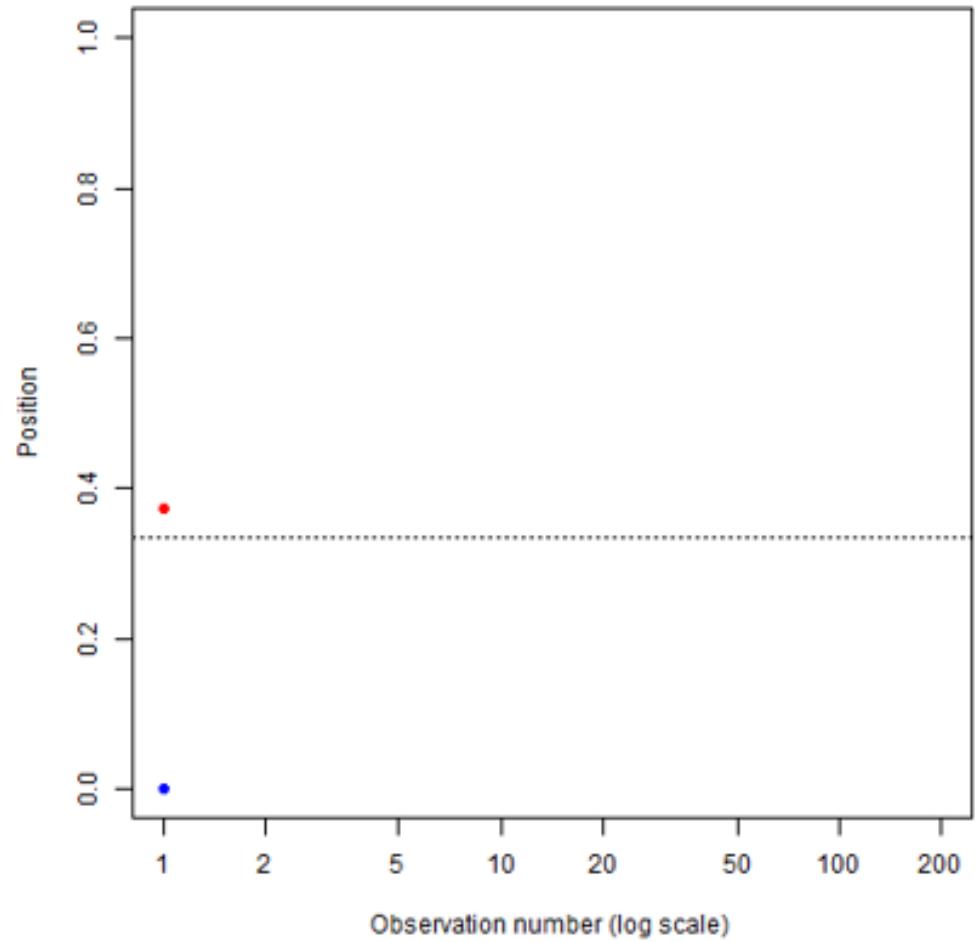
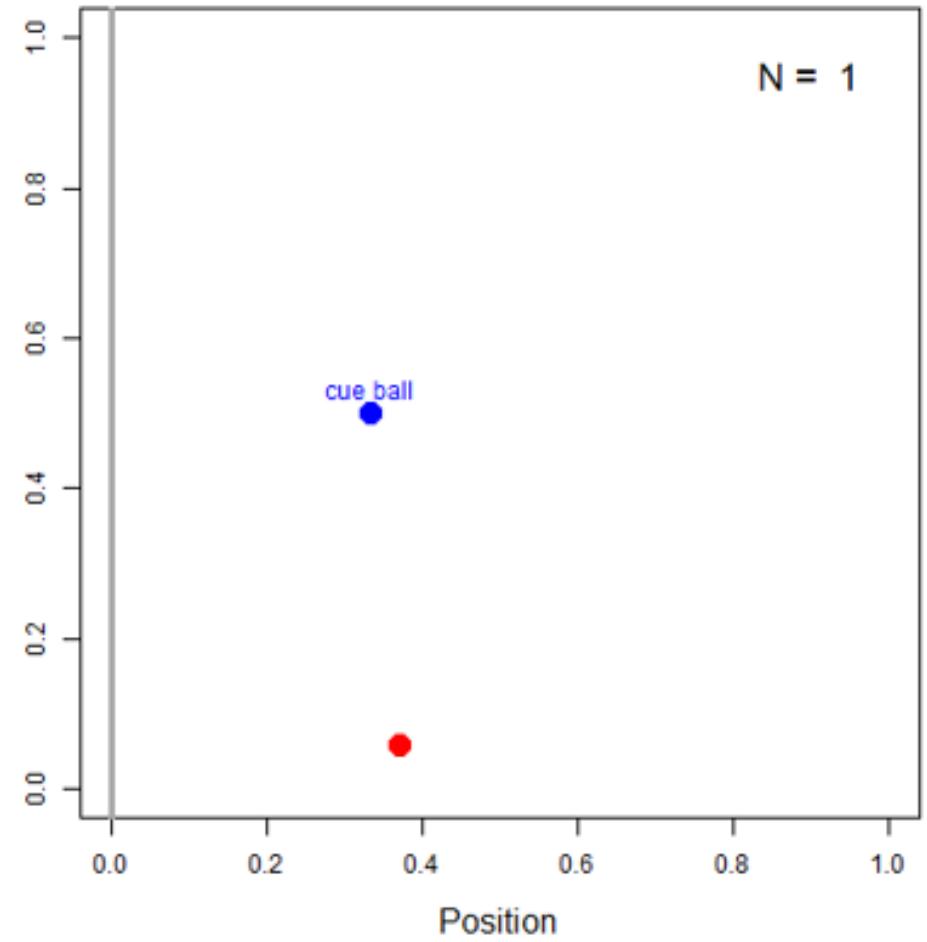
Reverendo Thomas Bayes (1702-1761)

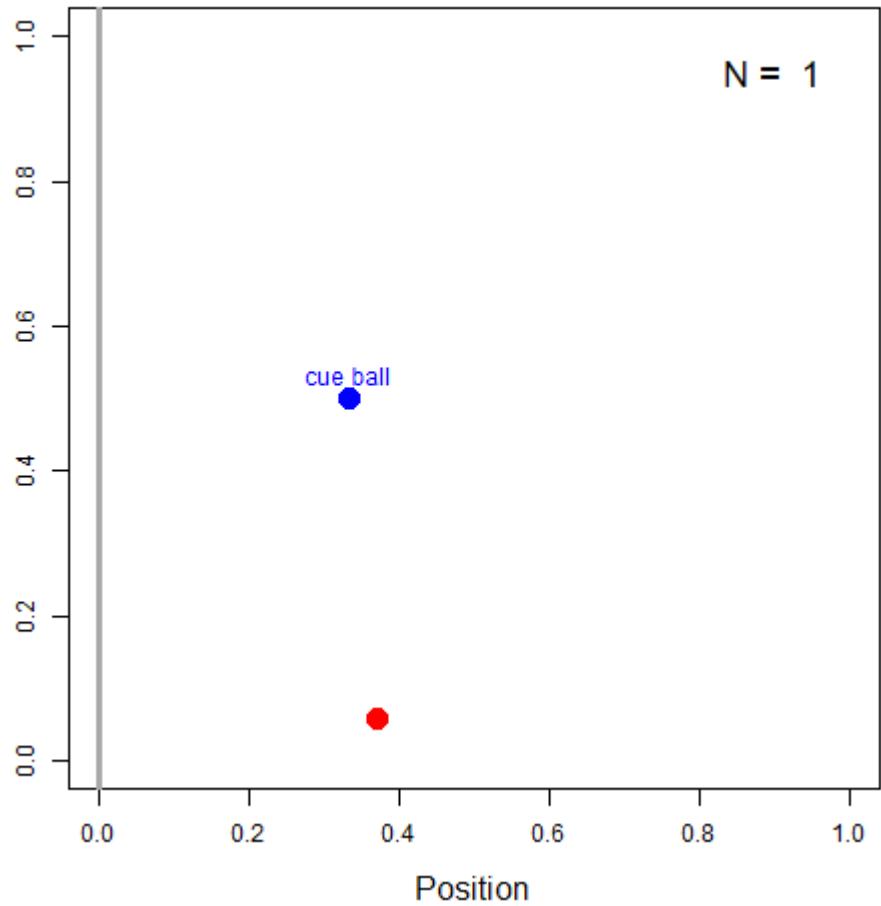
Túmulo e retrato de Thomas Bayes.
Imagens: Wikipedia Commons e Findagrave.com





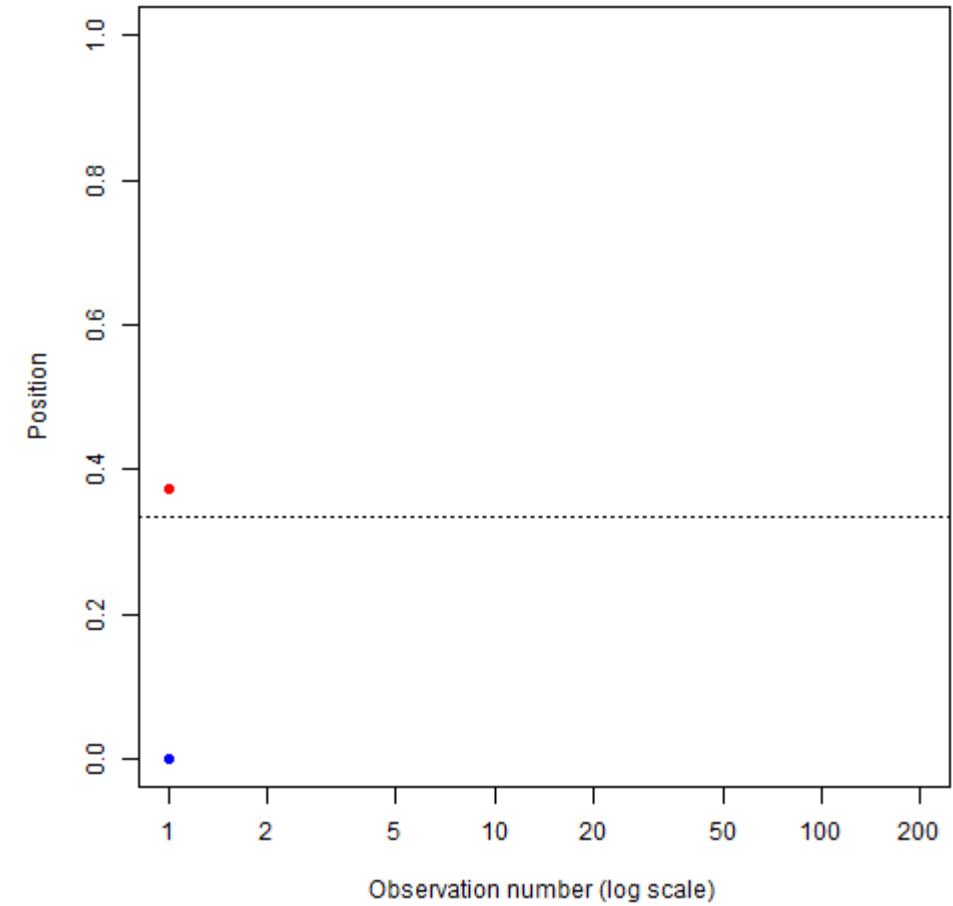






À medida que mais bolas **vermelhas** são arremessadas

$$P(V|A)$$



Atualizamos nossa crença sobre a posição da bolinha **azul**

$$P(A|V)$$

sharonbertschmcgrayne

a teoria que não morreria

como aleide bayes
decifrou o código
enigma perseguir
submarinos russos e emergiu
triunfante de
dois séculos de
controvérsias



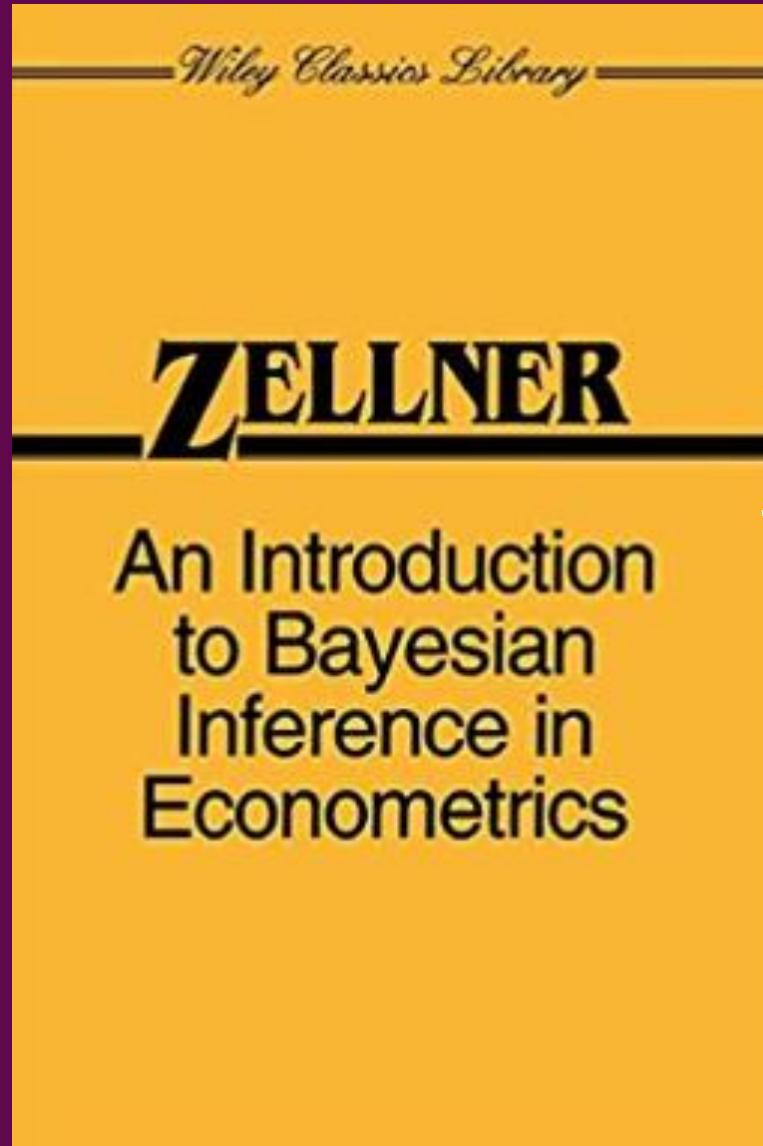
Dica de livro

Imagen: amazon.com.br

- Bayes morreu sem publicar seu trabalho;
- Depois dele, Laplace de maneira independente propôs a versão do teorema como conhecemos hoje;
- A estatística bayesiana por muito tempo permaneceu fora do "mainstream".



E a econometria?



1971 – Um dos primeiros livros de econometria Bayesiana

Zellner (1983) – Applications of bayesian analysis in econometrics.
Journal of the Royal Statistical Society.

Zellner (1985) – Bayesian Econometrics. *Econometrica.*

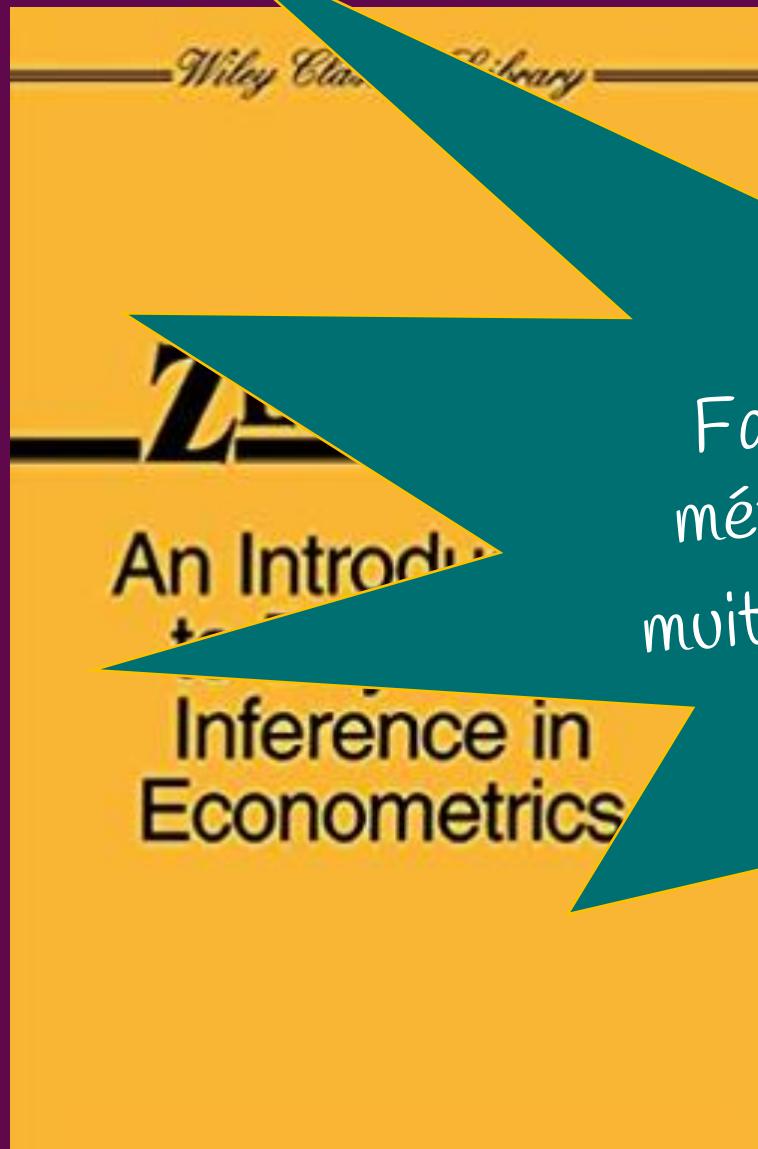
Poirier (1989) – A report from the battlefield. *Journal of Business & Economic Statistics.* – continuação em 2006.

*Por que não vemos mais
econometria bayesiana nos
cursos?*



A close-up photograph of a man with dark hair and a mustache, wearing a dark suit jacket, a light blue shirt, and a patterned tie. He is holding a pair of dark sunglasses up to his eyes with his right hand. He has a thoughtful expression, with his left hand resting against his chin. The background is dark and out of focus, showing some vertical blinds on a window.

THAT IS AN EXCELLENT QUESTION



Faltam livros **introdutórios** para que os métodos se disseminem. A metodologia é muito **complexa** e envolve conhecimentos avançados de cálculo, probabilidade, estatística e computação.

1971 – Um dos primeiros livros de econometria Bayesiana

– Applications of Bayesian Methods in Econometrics.

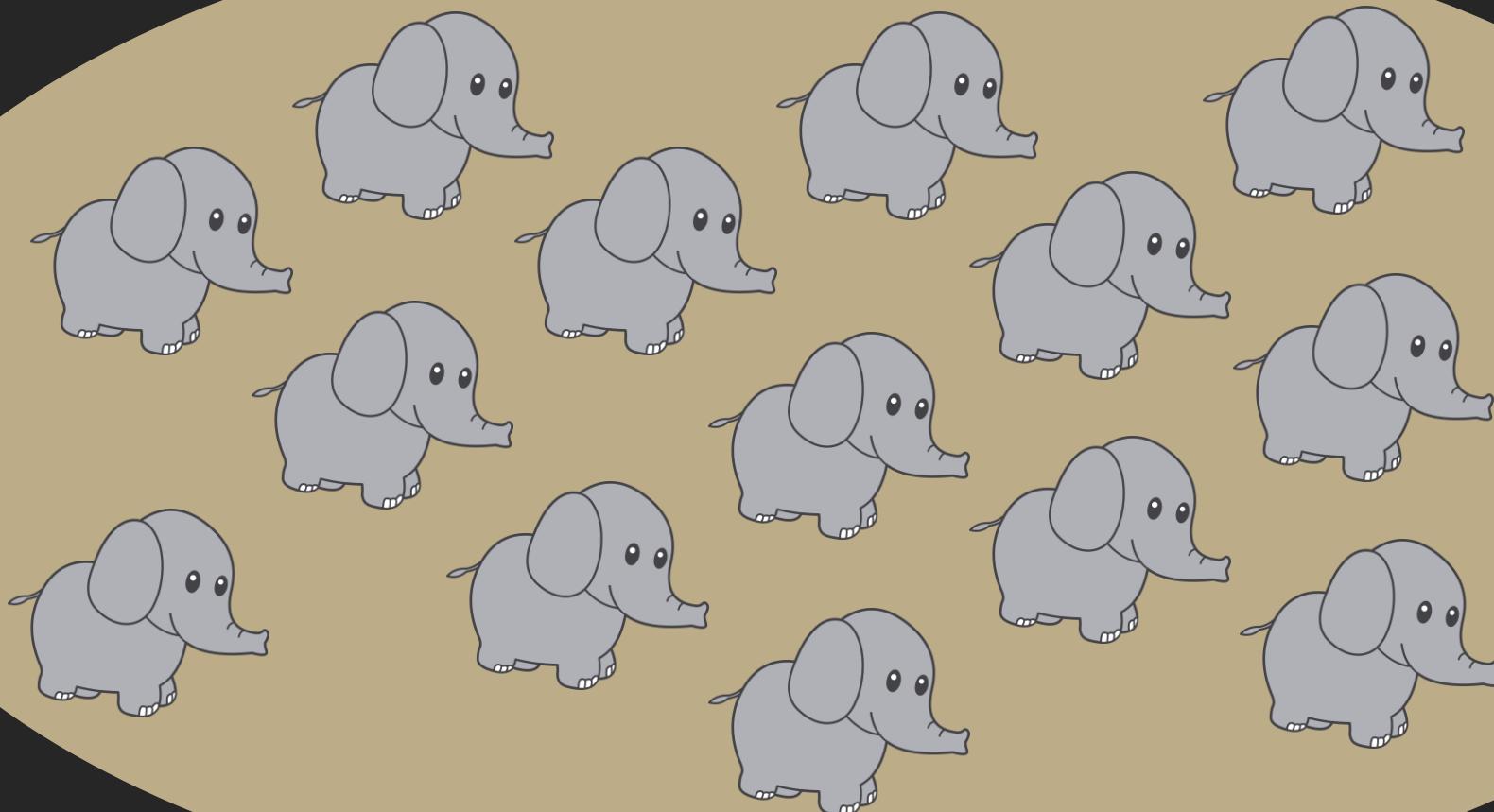
Obs: esta é a opinião da Aisha.

1989) – Artigo no J. Am. Statist. Assoc., J. of Business & Economic Statistics. – Continuação em 2006.

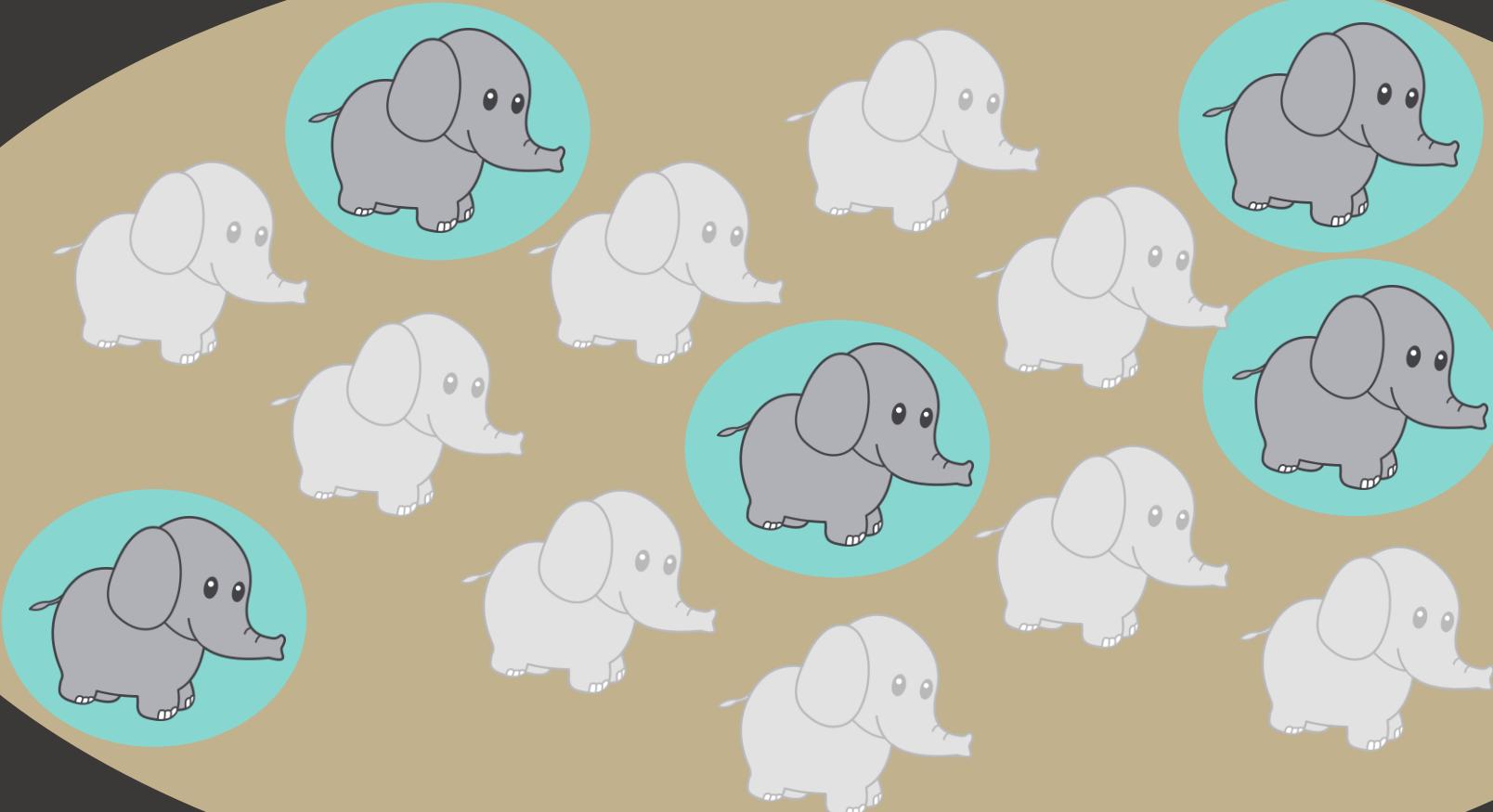
Problema fundamental da estatística



População



Amostra!



~~População~~
Amostra

Usamos os dados da amostra



Em conjunto com estimadores



Para obter estimativas



Dos parâmetros populacionais

Bayesiana

Frequentista

Inferência Clássica (ou frequentista)

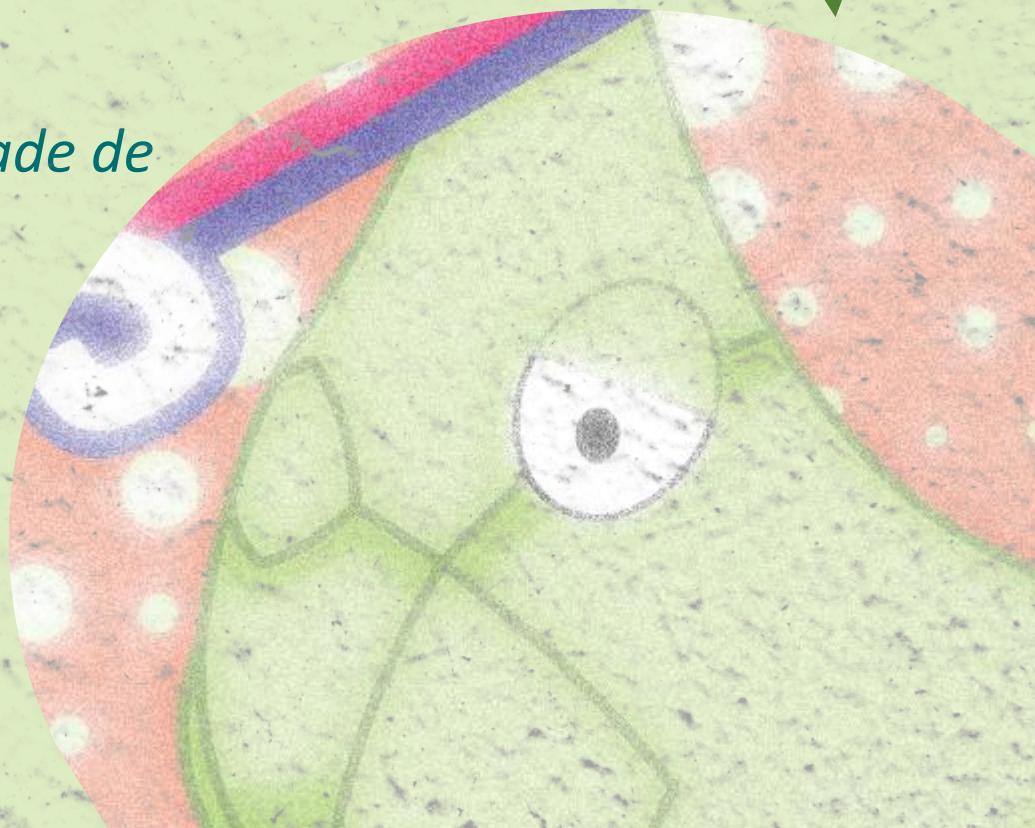
Os parâmetros são quantidades fixas (e desconhecidas)

Usamos amostras em combinação com estimadores para obter estimativas para estas quantidades

A inferência se baseia em p-valores: *a probabilidade de encontrar um valor igual ou mais extremo assumindo que a hipótese nula é verdadeira*

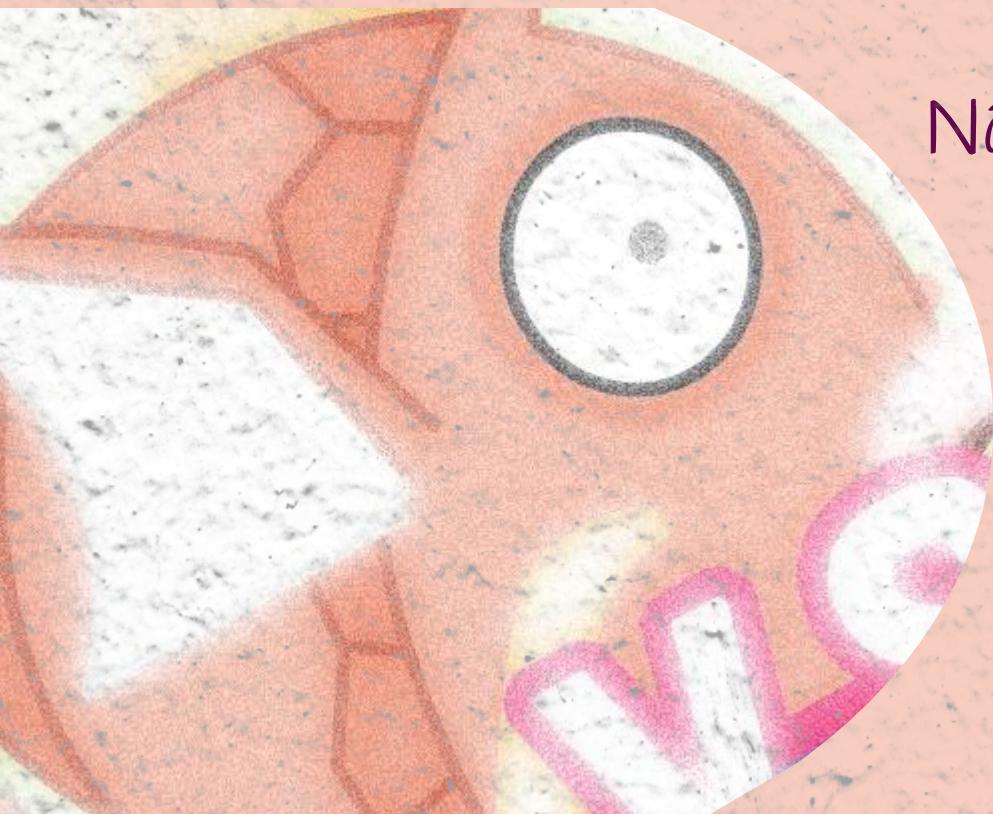
Usamos intervalos com $1 - \alpha\%$ de confiança:
Se fossem coletadas 100 amostras, esperaríamos que $1 - \alpha\%$ dos intervalos construídos contivessem o verdadeiro valor do parâmetro.

Parâmetros estáticos,
como o Metapod



Inferência Bayesiana

Os parâmetros seguem densidade de probabilidade e seus valores podem mudar de posição (mas não muito), como o Magikarp.



Os parâmetros são variáveis aleatórias
Usamos informações dos dados (verossimilhança) com informações a priori para obter a densidade a posteriori

Não existem p-valores aqui! As probabilidades para os parâmetros podem ser calculadas diretamente

Usamos intervalos de credibilidade:
A probabilidade do parâmetro estar no intervalo $[a;b]$ é igual a 0.95.



Definições Básicas

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Informação de B dado A

Informação de A sem saber de B

Informação de A dado B

Teorema de Bayes

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

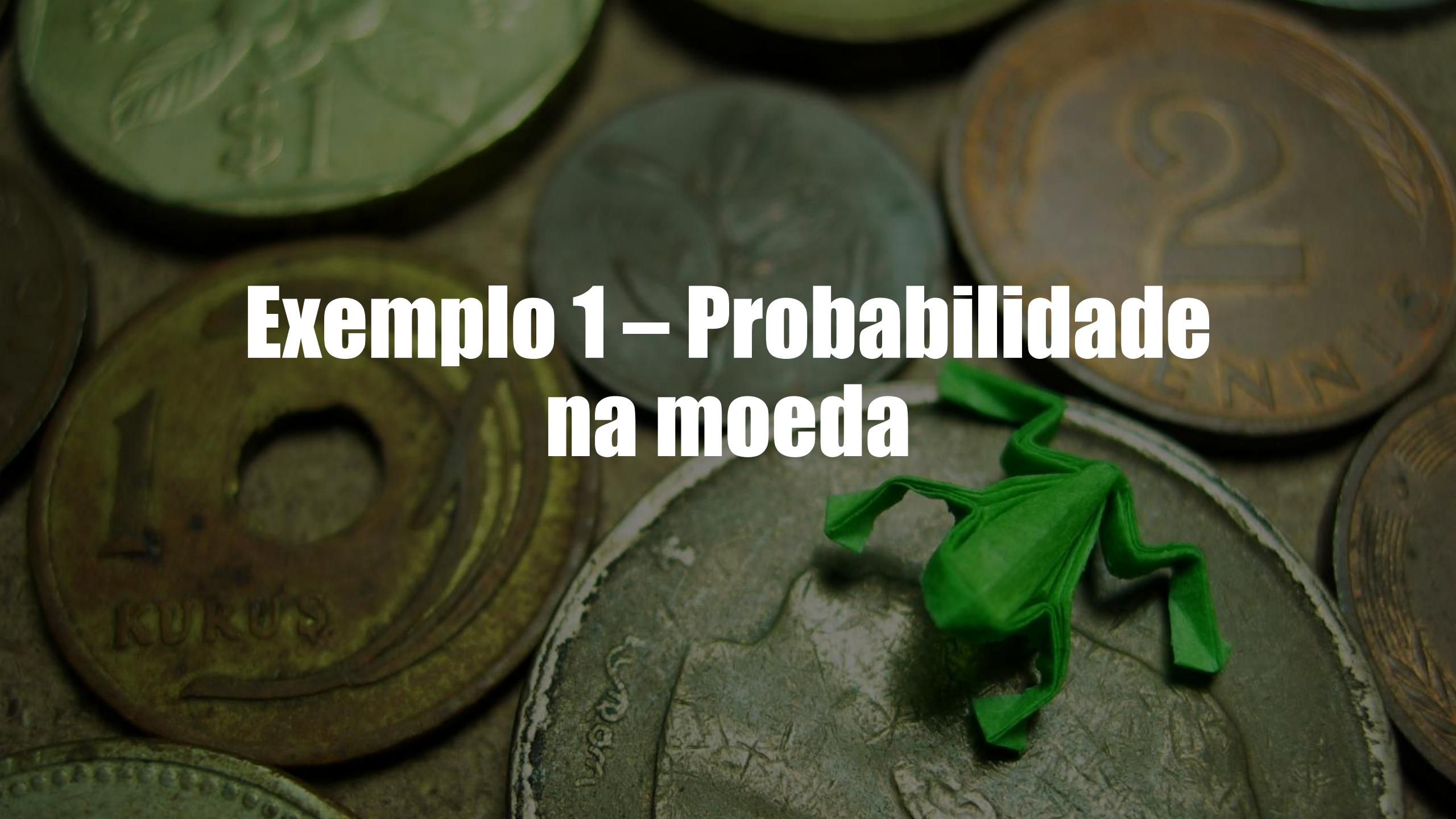
Informação dos dados
(verossimilhança)

Informação prévia sobre A
Priori para A

Posteriori para A



Exemplos



Exemplo 1 – Probabilidade na moeda



Queremos saber se a moeda é honesta, ou seja,

$$\mathbb{P}(Panda) = \mathbb{P}(Não\,panda) = \frac{1}{2}$$



Vamos definir
 $\mathbb{P}(Panda) \stackrel{\text{def}}{=} \theta$

**Suponha que a moeda foi lançada 3 vezes e foram observados 3 pandas.
Qual seria sua estimativa para θ ?**



Queremos saber se a moeda é honesta, ou seja,

$$\mathbb{P}(\theta) = \mathbb{P}(1 - \theta) = \frac{1}{2}$$

Sabemos que o estimador de máxima verossimilhança neste caso é dado pelo estimador da proporção amostral, ou seja:

$$\hat{\theta}_{MV} = \frac{\sum_{i=1}^3 y_i}{3}$$

y_i será 1 se saiu panda no i-ésimo lançamento da moeda



Se tivemos 3 pandas em 3 lançamentos:

$$\hat{\theta}_{MV} = \frac{\sum_{i=1}^3 1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

A probabilidade de sair
panda nessa moeda é
igual a 1!





Queremos saber se a moeda é honesta, ou seja,

$$\mathbb{P}(\theta) = \mathbb{P}(1 - \theta) = \frac{1}{2}$$

**Para a estimação bayesiana,
precisaremos de uma priori**



Queremos saber se a moeda é honesta, ou seja,

$$\mathbb{P}(\theta) = \mathbb{P}(1 - \theta) = \frac{1}{2}$$

O que sabemos sobre moedas?

Estimação bayesiana,
mos de uma priori



Podemos considerar que θ é uma quantia aleatória e escolher uma densidade a priori:

- ✓ Como θ é uma probabilidade, deve estar entre zero e um;
- ✓ Além disso, vamos supôr que θ assume qualquer valor neste intervalo;
- ✓ Vamos assumir a moeda é (possivelmente) honesta, isto é, acreditamos que θ tem uma maior "chance" de ser 50%.



Distribuição Beta(10,10)

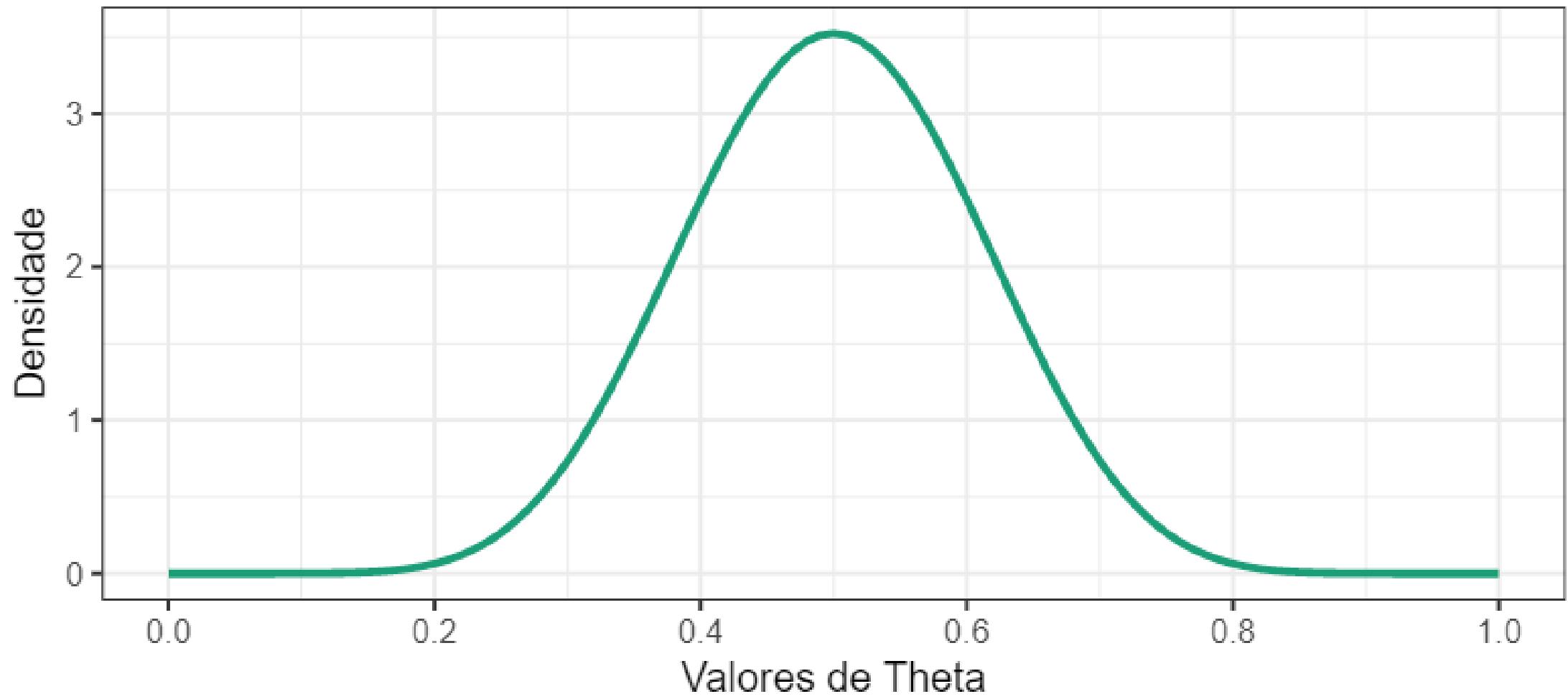
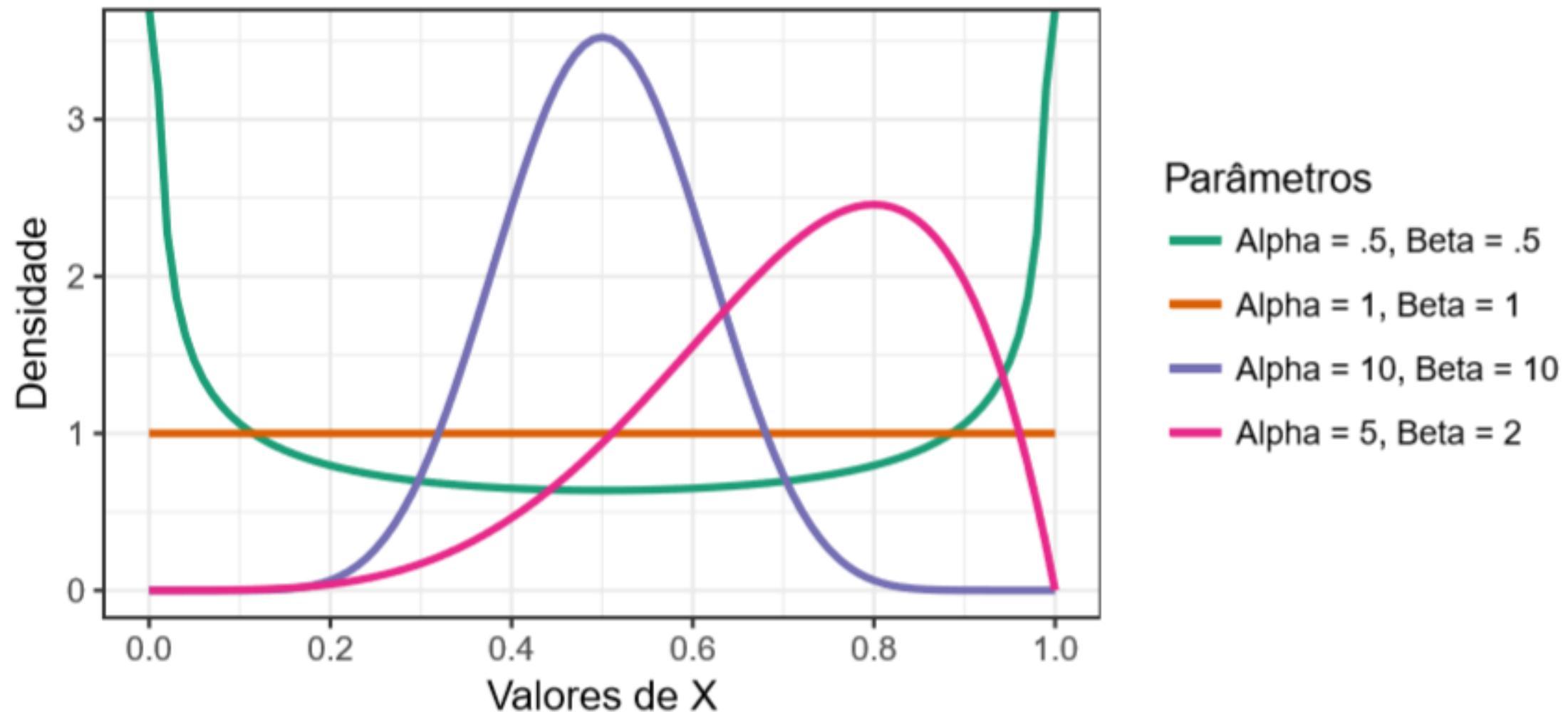


Figura 1 – Diferentes formas da distribuição $Beta(\alpha, \beta)$





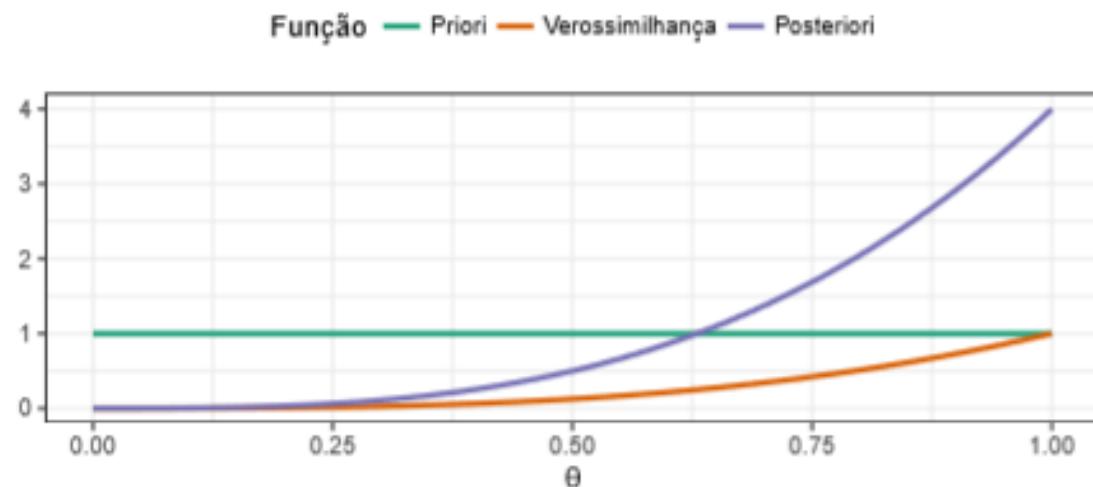
Se usarmos uma densidade a priori beta, a posteriori resultante neste caso também é beta

- ✓ Os parâmetros da posteriori são combinações dos hiperparâmetros da priori com os valores da verossimilhança.

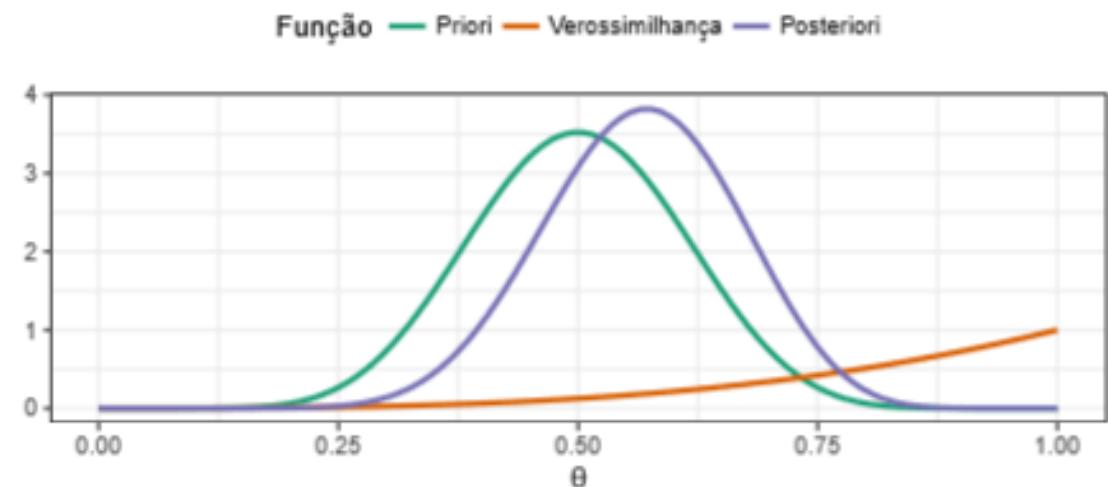
$$\bar{\alpha} = \underline{\alpha} + \sum y \quad \text{e} \quad \bar{\beta} = \underline{\beta} + n - \sum y$$

Para 3 pandas, temos que o valor esperado de θ a posteriori, se usarmos uma Beta(1,1) como priori será 0.8.

Figura 2 – Triplots para duas prioris diferentes no exemplo (2.3)



(a) Priori Beta(1,1) e posteriori Beta(4,1)



(b) Priori Beta(10,10) e posteriori Beta(23,10)

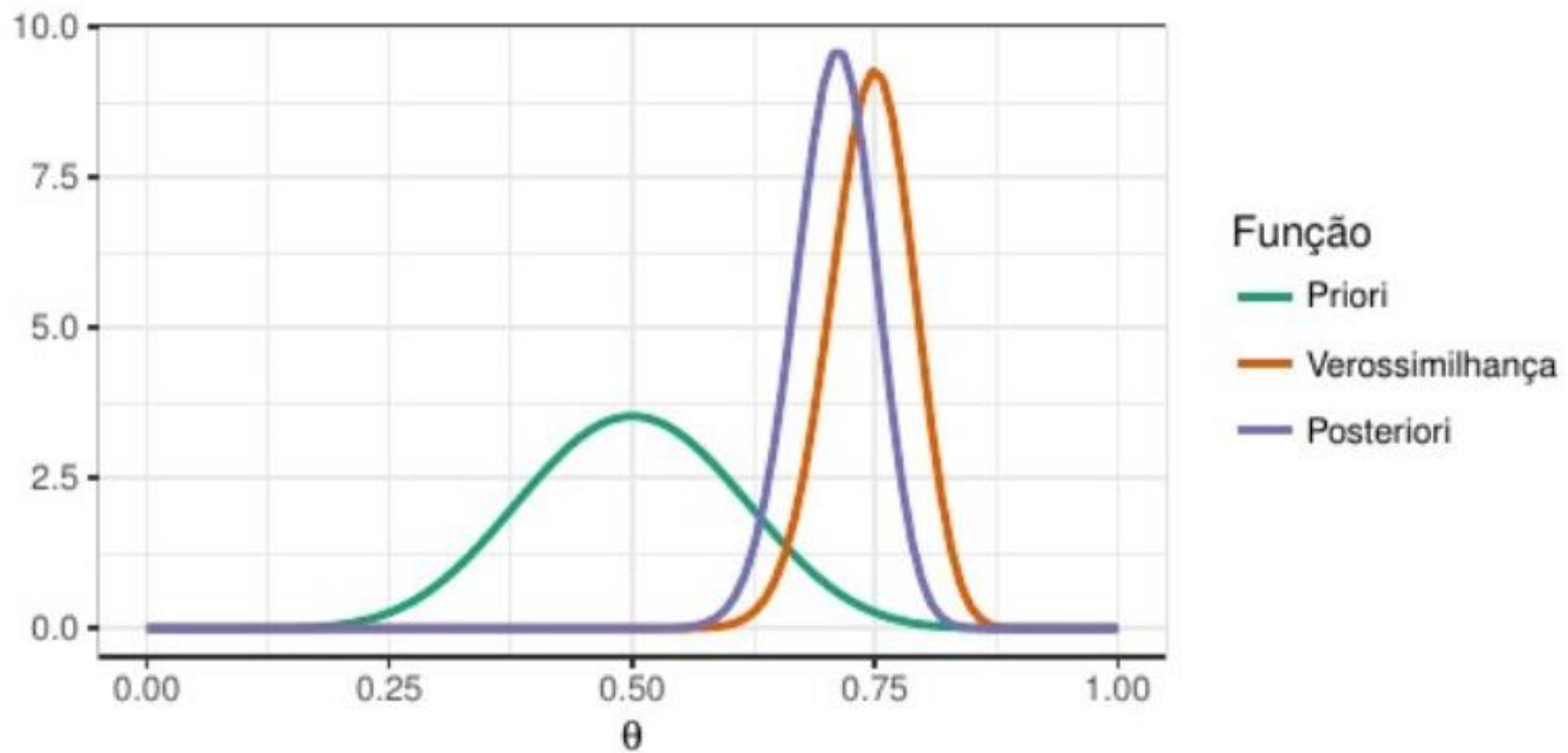
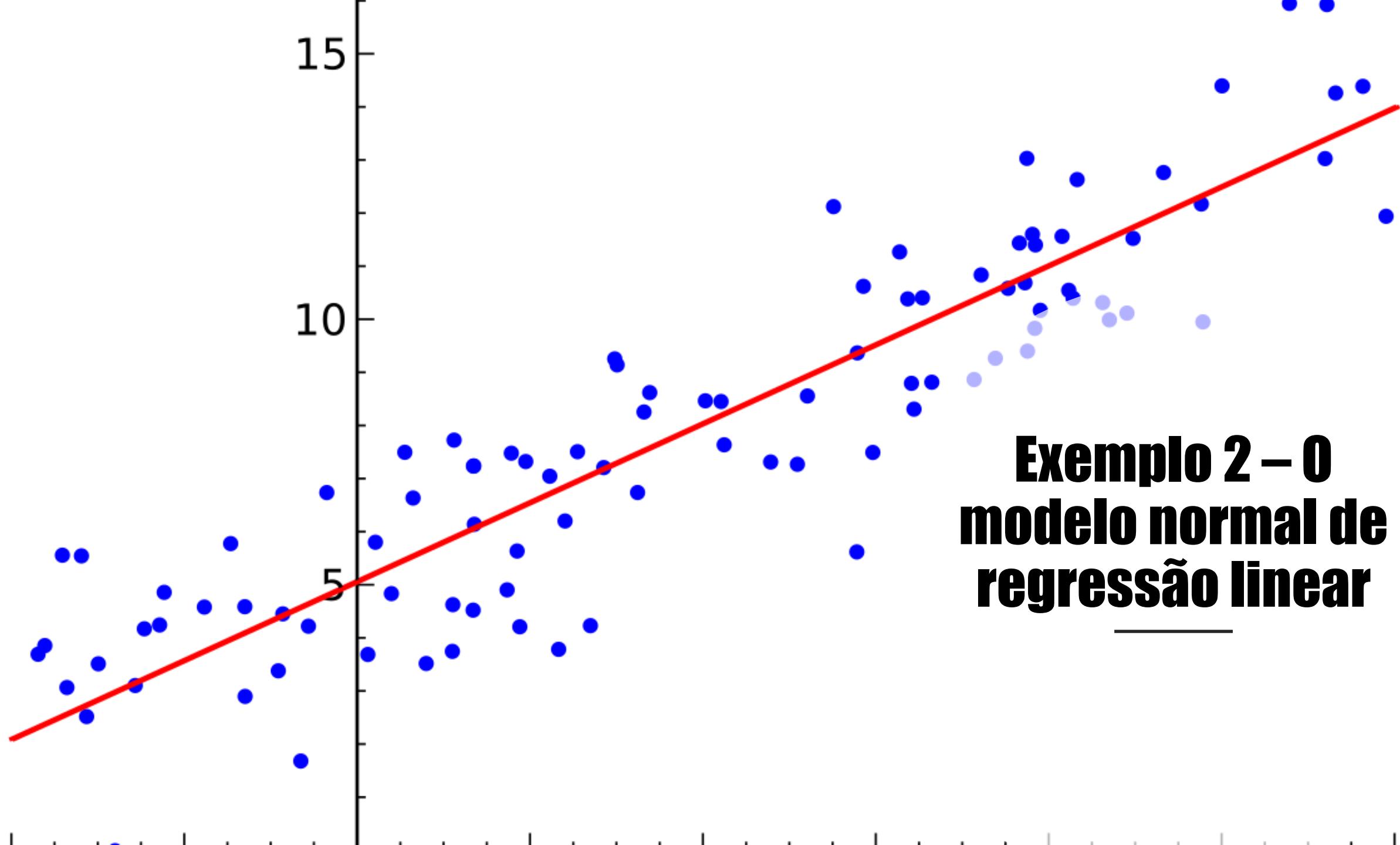
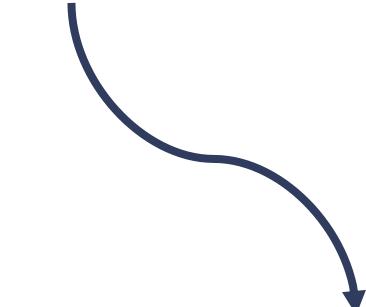


Figura 15: Triplot para priori Beta(10,10) e verossimilhança Binomial com $n = 100$ e $\sum y = 75$.

Exemplo 2 – 0
modelo normal de
regressão linear

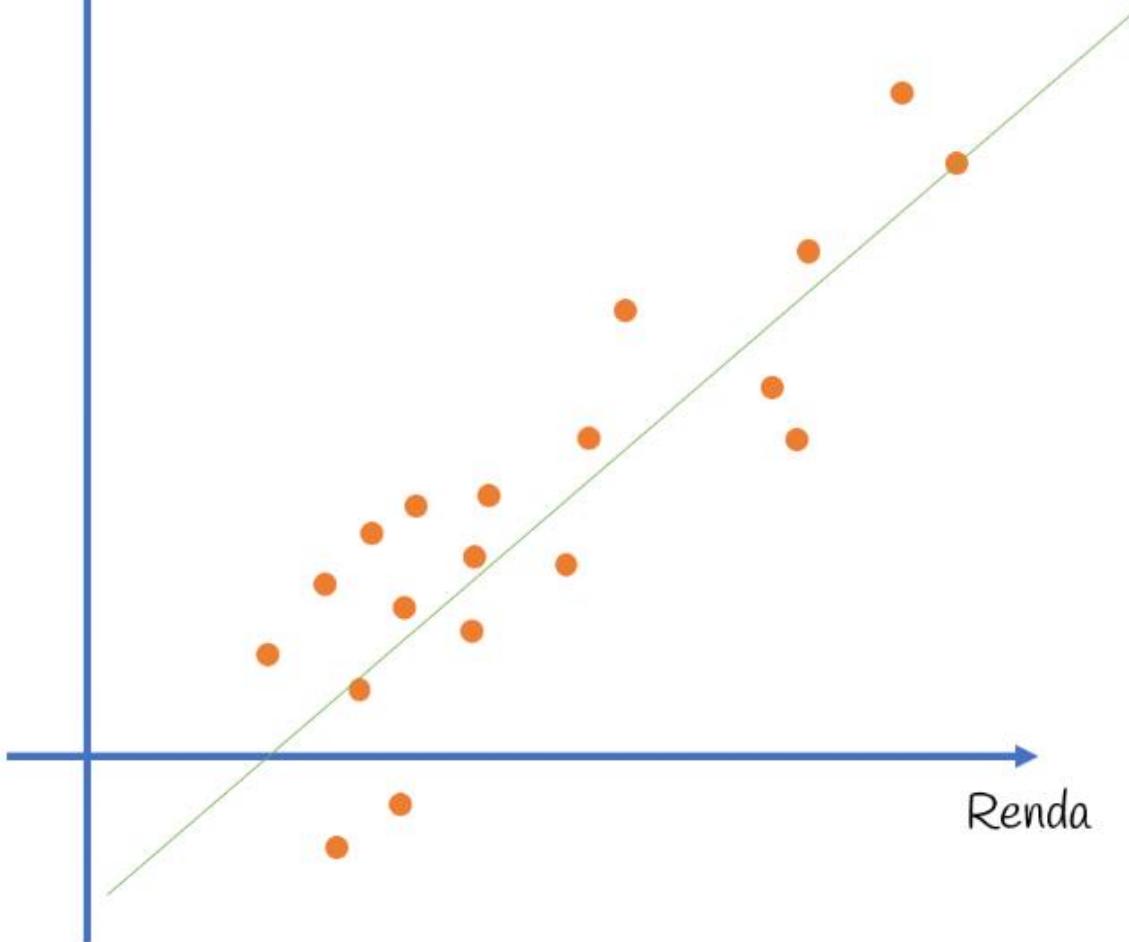


$$y = X\beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, h^{-1})$$

Poupança

$$Poupança = \alpha + \beta Renda + \varepsilon$$

Renda



No caso clássico, atendidas algumas suposições, sabemos que o estimador de MQO é BLUE:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$



No caso bayesiano, precisaremos de uma priori para β e uma priori para h

- ✓ Aqui é tipo Neston, existem 1001 formas de preparar, invente uma!
- ✓ Utilizando uma priori conjugada natural, teremos que

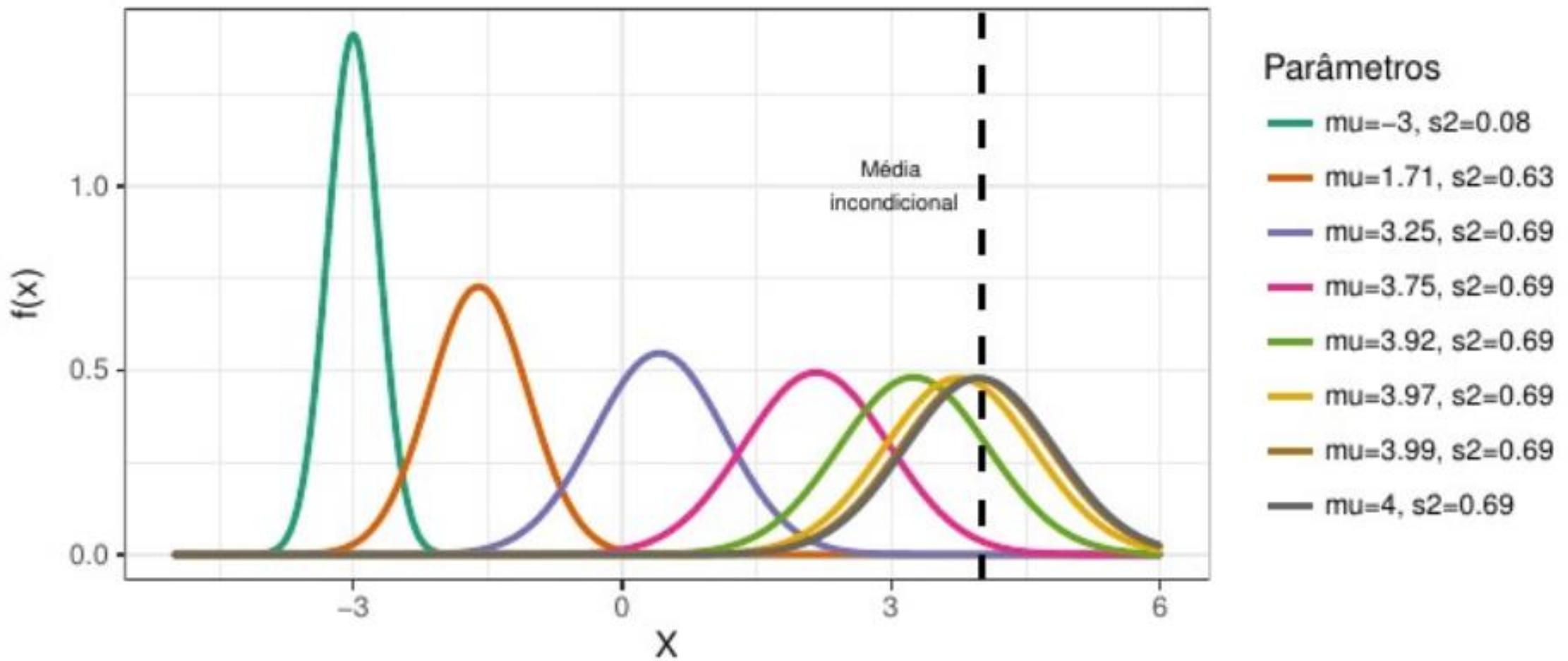
$$p(\beta, h) = \underbrace{\frac{h^{\frac{k}{2}}}{(2\pi)^{\frac{k}{2}}} |V|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{h}{2}(\beta - \underline{\beta})' V^{-1} (\beta - \underline{\beta})\right]}_{\text{Normal para } \beta|h} \underbrace{\left[\left(\frac{2s^{-2}}{v}\right)^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\right]^{-1} h^{\frac{v-2}{2}} \exp\left[-\frac{h}{2} \frac{v}{s^{-2}}\right]}_{\text{Gama para } h}$$



MCMC

MCME

- ✓ Do inglês Markov Chain Monte Carlo (*Cadeias de Markov Via Monte Carlo*)
- ✓ É um método de estimação (como EMV, MQO, etc)
- ✓ Computacionalmente intensivo
- ✓ Baseado em simulações
- ✓ Especialmente útil quando não conhecemos a posteriori ou é difícil amostrar dela



Convergência de um processo AR para sua distribuição estacionária.



Aplicações contemporâneas

Bayesiana na Prática

- ✓ Métodos bayesianos permitem incorporar prioris de maneira mais intuitiva aos modelos
- ✓ Modelos atuais, especialmente modelos macroeconômicos, são complexos e nem sempre métodos clássicos são possíveis de serem utilizados
- ✓ Bancos Centrais utilizam metodologia bayesiana para estimação de modelos VAR, DSGE, etc.

Bayesian Methods in Applied Econometrics, or, Why Econometrics Should Always and Everywhere Be Bayesian

Christopher A. Sims
Princeton University
sims@princeton.edu

August 6, 2007

Professor Christopher Sims,
prêmio Nobel em Economia (2011):
<http://www.princeton.edu/~sims/>

UNDERSTANDING NON-BAYESIANS

ABSTRACT.

I. INTRODUCTION

Once one becomes used to thinking about inference from a Bayesian perspective, it becomes difficult to understand why many econometricians are uncomfortable with that way of thinking. But some very good econometricians are either firmly non-Bayesian or (more commonly these days) think of Bayesian approaches as a “tool” which might sometimes be appropriate, sometimes not. This paper tries to articulate the counterarguments to a Bayesian perspective. There are some counterarguments that are frequently expressed, but are not hard to dismiss. Others, though, correspond to types of application where convenient, seemingly sensible, frequentist tools exist, while Bayesian approaches are either not yet developed or seem quite incon-

PROBABILITY MODELS FOR MONETARY POLICY DECISIONS

CHRISTOPHER A. SIMS



FEDERAL RESERVE BANK of ATLANTA

RESEARCH & DATA ECONOMY MATTERS BANKING & PAYMENTS NEWS & EVENTS EDUCATION COMMUNITY DEV

CONFERENCE & EVENTS PRESS RELEASES SPEECHES

CONFERENCES & EVENTS

ESOBE 2018 New Orleans - October 11-12, 2018



New Orleans Branch – Federal Reserve Bank of Atlanta
525 Saint Charles Avenue
New Orleans, LA 70130

Call for Papers

We invite papers applying Bayesian econometrics and statistical methods to financial time series analysis, risk management, economic growth analysis, measurement of policy effectiveness, individual decision making in marketing, labor market analysis, forecasting in monetary policy, just to name a few.

Authors should submit an extended abstract or completed paper by July 13, 2018. Acceptance notifications will be sent by August 17, 2018.

[Click here to submit papers](#)

All presenters must register by September 10, 2018, in order to guarantee a spot on the program. After this deadline date participants will be charged an additional \$100 fee.

Registration fees are:
Non-students: \$300
Students: \$150

Associação Brasileira de Estatística
XIV EBEB - Encontro Brasileiro de Estatística Bayesiana - Rio de Janeiro

Login

Taxas Fazer cadastro XIV EBEB Atividades / Resumos Comissões Submissões Mais ▾

XIV EBEB

De 5 a 8 de março de 2018, IMPA, Rio de Janeiro, Brasil





Thank You