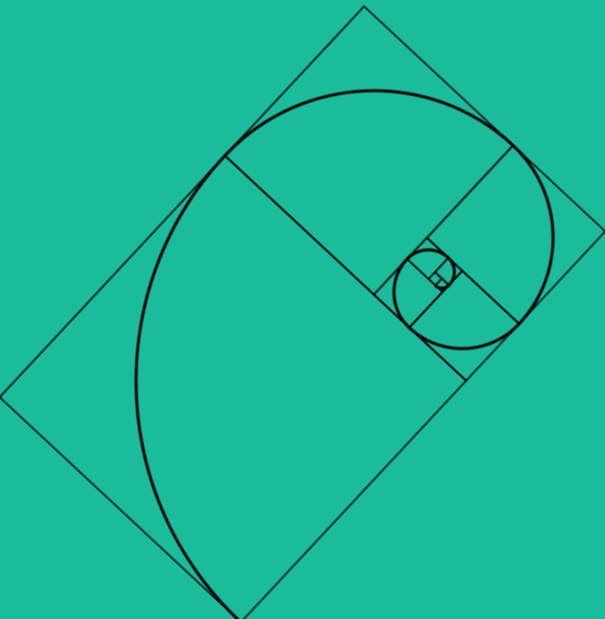
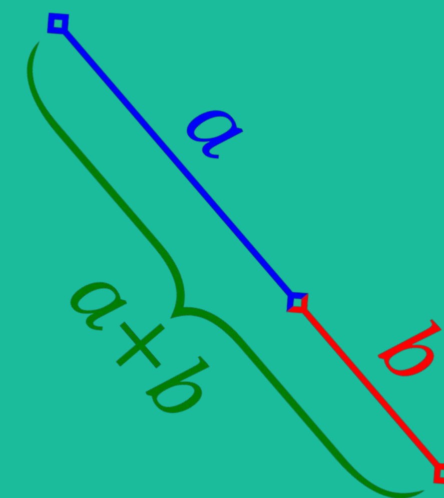
UNIVERSITÉ DE LORRAINE | IUT Saint-Dié-des-Vosges

-LE NOMBRE D'OR-





COMMENT APPROCHER LE NOMBRE D'OR ?

AISSI Ayoub

DELANDHUY Mattéo

DUT INFO2

2018/2019

Modélisations Mathématiques

Sommaire

Sommaire

Qu’est ce que c’est ?

- Nombre d’or = Phi = φ
- $\varphi = 1,61803...$
- φ est l’unique solution de $x^2 = x + 1$
- $\varphi - 1 = 1/\varphi$
- $\varphi + 1 = \varphi^2$
- Nombreuses présences dans la nature

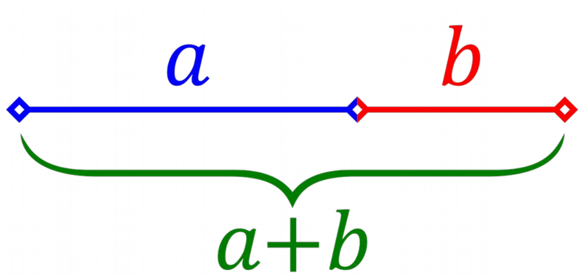
Sommaire

Depuis quand cela existe ?

- **Il y a 10 000 ans** : Première manifestation humaine de la connaissance du nombre d'or (temple d'Andros découvert sous la mer des Bahamas).

- **Vè siècle avant J-C :** Théodore de Cyr montre l'irrationalité du nombre d’or.

- **IIIè siècle avant J-C. :** Euclide évoque le partage d'un segment en "extrême et moyenne raison" dans le livre VI des *Eléments*. A/b = nombre d’or



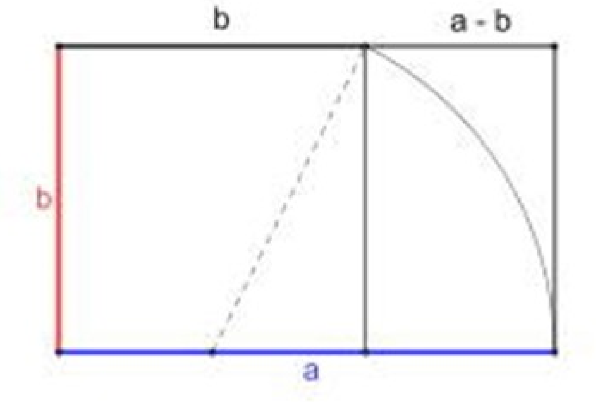
Sommaire

Rectangle d'or et Spirale d'or

- **Rectangle d'or :**

  Longueur/largeur = φ

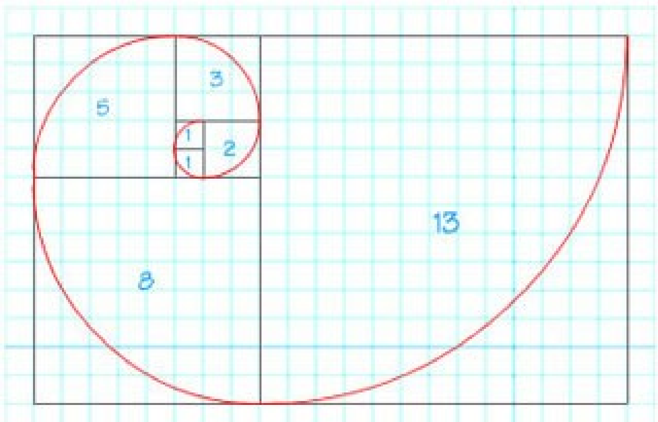
  B/(a+b) = φ



- **Spirale d'or :**

Aire des carrés en suite de Fibonacci → méthode plus simple

Suite de Fibonacci : 1;1;2;3;5;8;13;...



Sommaire

Chaîne dorée

_ Chaîne infinie non répétitive de 1 et 0.
_ Comporte une auto-similarité

- **Construction :**

  Départ: S0 = 0; S1 = 1

  Sn = concaténation de Sn-1 et de Sn-2

Valeurs de la chaîne dorée :
Le ratio entre la quantité de 1 et celle de 0 est le nombre d'or.

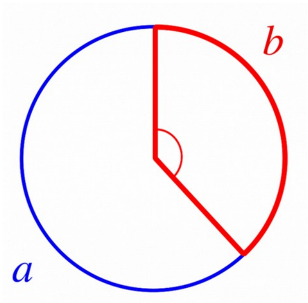
Ici :
0 : 21 fois
1 : 34 fois
→ suite Fibonacci
34/21 = 1,619
→ 1 millième de différence de Phi

0
1
10
101
10110
10110101
1011010110110
101101011011010110101

Sommaire

Trigonométrie

- Angle d'or
- b+a / a = Phi
- A / b = Phi
- A = 222,5 degrés
- B = 137,5degrès environ



sin 18° = 1/(2Φ)

cos 72° = 1/(2Φ)

sin 54° = Φ/2

cos 36° = Φ/2

Il existe deux valeurs qui sont la base de construction des triangles d'or :

Φ = 2 sin 3/10 = 2 cos /5 = 2 cos 36°

= 2 x 0,809 ... = 1, 618...

****

1/Φ = 2 sin /10 = 2 cos 2/5 = 2 sin 18°

= 2 x 0,309 ... = 0, 618 ...

Approcher Pi avec Phi :

$$\pi = 4\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}\left(\varphi^{-2k-1}+\varphi^{-6k-3}\right) = 4\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{2k+1}\left((\varphi-1)^{2k+1}+(2\varphi-3)^{2k+1}\right)$$

Sommaire

Le quotient de F(n+1)/F(n)

- Trouver le nombre d'or avec la suite de Fibonacci

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \Phi$$

- Premiers nombres de la suite : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,34,55,89
- Généré avec Python 32 bits avec processeur IntelCore i7 2,60HZ
- Rang 6 : 8/5 = 1,6 → 2 chiffres exact
- Rang: 10 : 1.618181818 → 4 chiffes exact
- Rang 100(50 000 décimales) : → 41 caractères exact
- Rang 1000 : → 418
- Rang 1001() → 419
- Rang 10 000() : → 4181 caractères exact
- Rang 250 000() : → >100 000 caractères exact en 19 secondes (250 000 décimales)
- Rang 2 500 000() → théoriquement 42 % environ soit > 1 000 000 car. Exact(1 050 000 décimales) (n'a toujours pas fonctionné au bout de 20 minutes)

Sommaire

Fractions continues

- Suite de fraction et racine carrée de 1 infini

$$\varphi = \sqrt{1+\varphi} = \sqrt{1+\sqrt{1+\varphi}} \quad \text{et} \quad \varphi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots}}}}.$$

- Par récurrence on a alors la répétition du terme : 1/(1+ pour les fractions

$$\Phi' = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\text{etc...}}}}}}}}}}$$

- Sqrt(1+ pour les racine carré
- Algo :
  - Il faut concaténer : 1/(1+ en boucle
  - retirer le +
  - ajouter des ') ' le nombre de fois que la boucle a été utilisée

Fractions continues

Résultat du déroulement de l’algorithme

- Rang 92 : seulement les 16 premiers chiffres correct
- Rang 10 : 3 premiers chiffres correct
- → point négatif : il y a des limites de calculs maximum

Sommaire

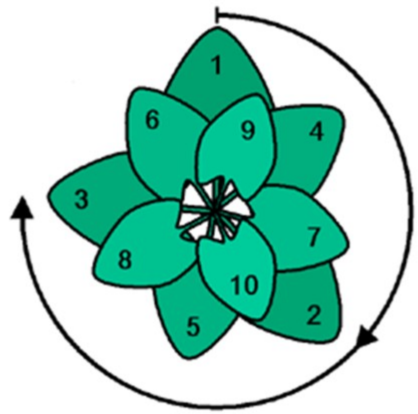
En approchant la racine de 5

- Trouver le nombre d’or en approchant la racine carré de 5
- Nombre d’or = $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180339887$
- → Si on calcule la racine de 5 on peut calculer φ
- Pour calculer sqrt(5), on a deux possibilités :
  - Méthode de Heron
  - Fraction infini

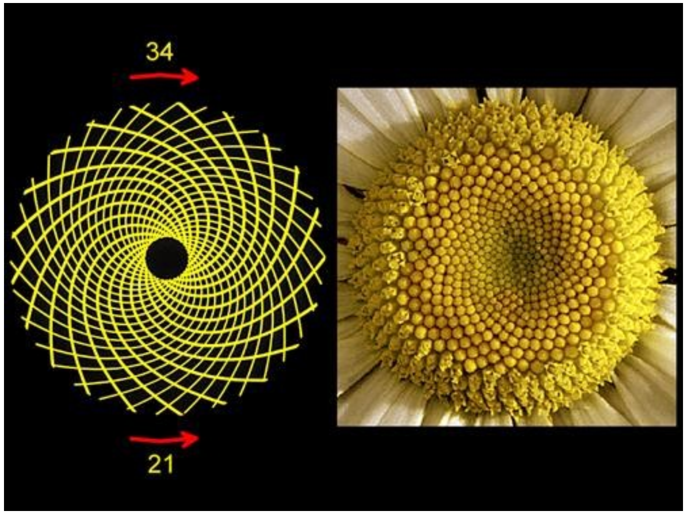
$$\sqrt{5} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + 1 \ldots}}}$$

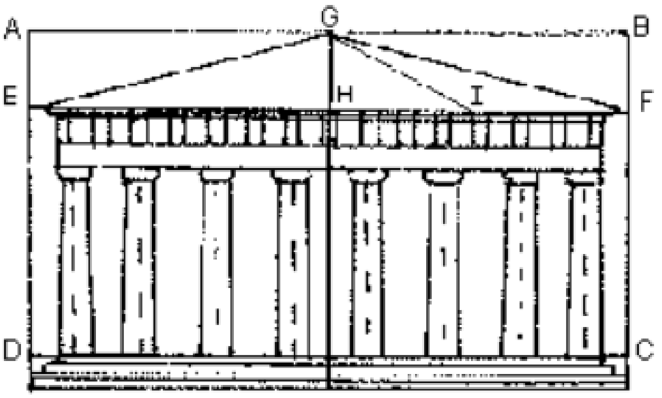
Présence du nombre d’or

- Une feuille pousse tous les 137 degrés
- Pâquerette et rapport des nombres de spirale



34/21 = 1,61905 soit le nombre d’or au millième près





Bilan

Avis sur le projet :

- Projet intéressant
- Calculs et formules
- Présence du nombre d’or dans la nature
- Travail collaboratif
- Esprit d’équipe
- Partage des tâches

Travail réalisé :

- Mémoire
- Interface graphique
- Algorithmes d’approche du nombre d’or
- Poster format web et papier
- Support multimédia
- Site en ligne

Conclusion

- Φ = nombre d'or
- Nombre essentiel dans les mathématiques
- Calculs intéressants
- Lié à la suite de Fibonacci
- Lié à Pi
- Lié à la racine de 5
- Se trouve au naturel autour de nous
- Base des monuments et œuvres historiques

Sources

- Le nombre d’or, Claude_jacques Willard
- Le nombre d’or, rites et rythmes pythagoriciens dans le développement de la civilisation occidentale
- http://goldennumber.net
- http:// martouf.ch
- http://trucsmaths.free.fr
- http://villemin.gerard.free.fr
- http://www.gecif.net/
- http://debart.pagesperso-orange.fr/
- http://tecfaetu.unige.ch/
- https://fr.wikipedia.org/
- https://www.podcastscience.fm

Merci de votre attention