

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П.КОРОЛЁВА»

ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ, МАТЕМАТИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ  
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАТИКИ  
КАФЕДРА ТЕХНИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ

**Отчет по лабораторной работе No1  
по курсу «Оптоинформационные технологии и системы»**

Выполнил студент:

Белоусов А. А.

Группа:

6409

Преподаватель:

Кириленко М.С.

## ЗАДАНИЕ

1. Требуется создать программу, выполняющую расчет пересечения луча с заданными поверхностями. Результатом работы программы должны быть координаты точки пересечения луча с поверхностью. В качестве поверхности выбрать плоскость, сферу и эллипсоид.
2. Дополнить программу, чтобы среди результатов были параметры луча, отраженного данной поверхностью.
3. Дополнить программу, чтобы среди результатов были параметры луча, преломленного данной поверхностью.
4. Создать механизм отображения хода лучей и поверхности в двумерном случае.

## 1 Описание луча

Луч задан параметрически в виде:

$$\vec{r} = \vec{p}_0 + \vec{e}t, \quad (1)$$

где  $\vec{p}_0$  – радиус-вектор точки начала луча,  $\vec{e}$  – вектор направления луча,  $t$  – длина луча.

## 2 Пересечение с плоскостью

Уравнение плоскости записывается в виде:

$$(\vec{n}, \vec{r} - \vec{r}_0) = 0, \quad (2)$$

где  $\vec{n}$  – вектор нормали плоскости,  $\vec{r}_0$  – радиус-вектор точки, через которую проходит плоскость.

Формулу для длины луча получим подстановкой (1) в (2):

$$t = \frac{(\vec{n}, \vec{r} - \vec{p}_0)}{(\vec{n}, \vec{e})}. \quad (3)$$

Используем для расчета следующие параметры луча и плоскости:

1. Параметры луча:  $\vec{p}_0 = (0, 0)$ ,  $\vec{e} = (1, 2)$ ;
2. Параметры плоскости:  $\vec{n} = (1, 0)$ ,  $\vec{r}_0 = (3, 2)$ .

Получим точку пересечения луча с плоскостью:  $(3, 6)$ .

На рисунках 1-3 представлены результаты пересечения луча и плоскости при различных значениях коэффициентов преломления  $n_1, n_2$ .

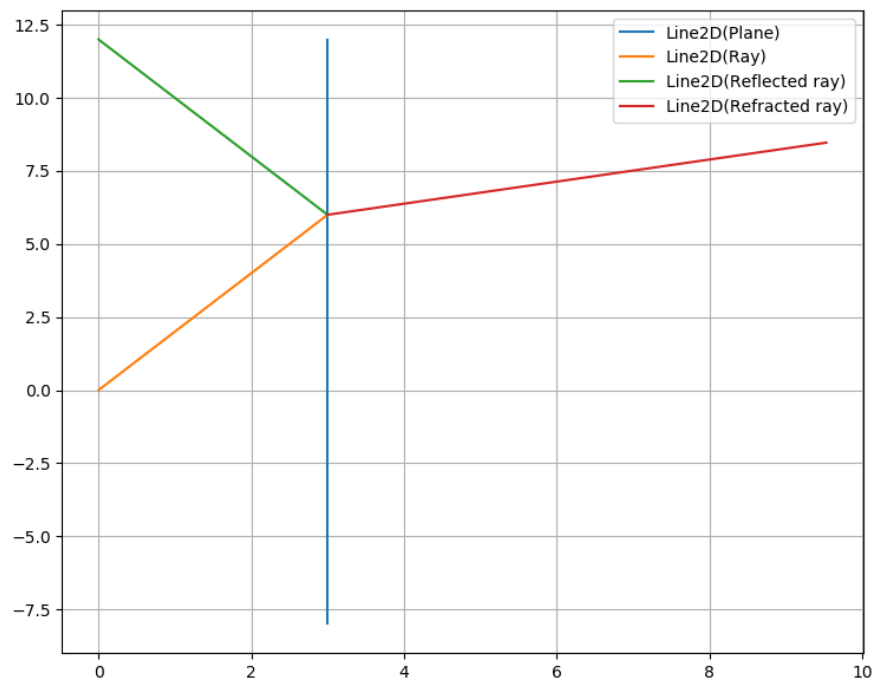


Рисунок 1 – Пересечение с плоскостью при  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$

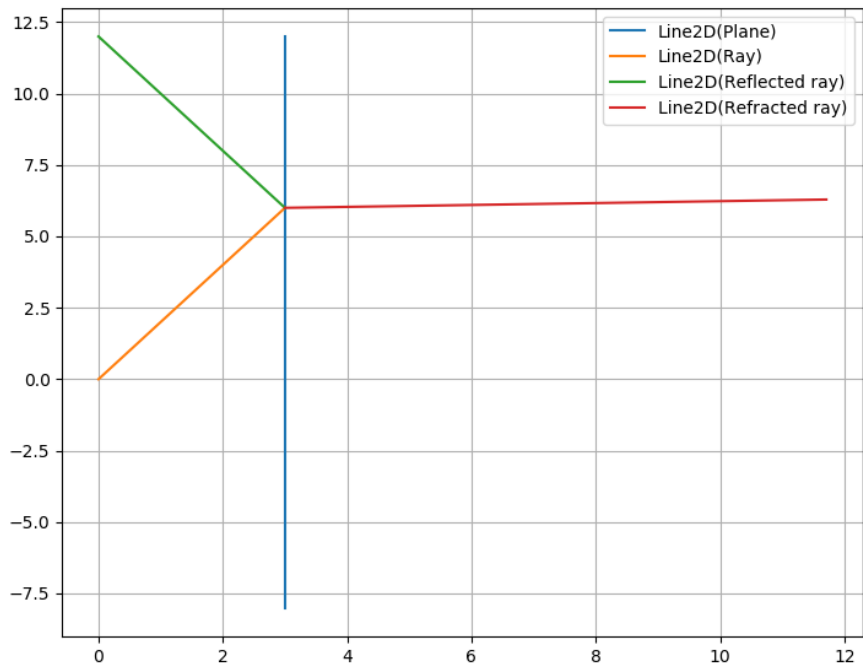


Рисунок 2 – Пересечение с плоскостью при  $n_1 = 0.1$ ,  $n_2 = 2$

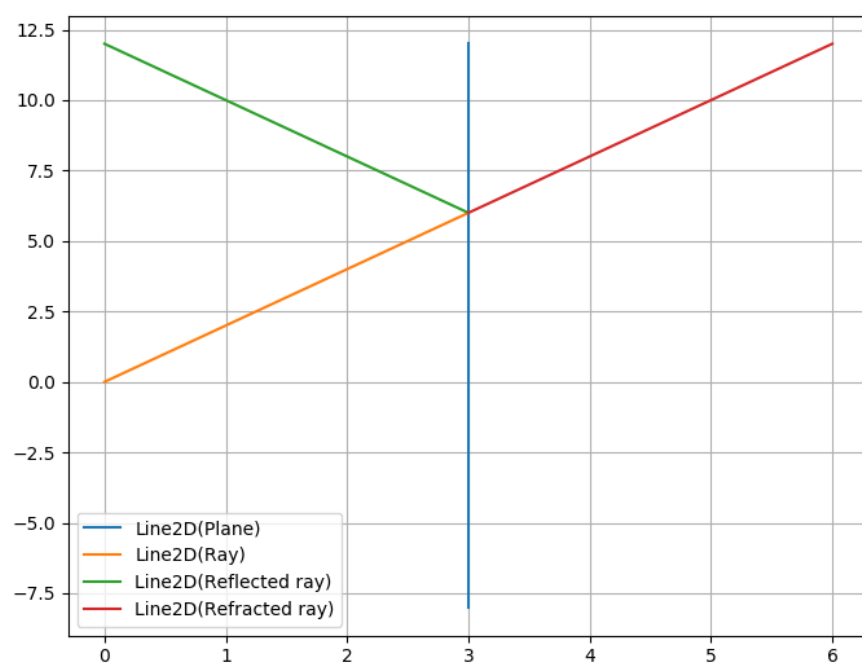


Рисунок 3 – Пересечение с плоскостью при  $n_1 = 0.5$ ,  $n_2 = 0.5$

### 3 Пересечение луча со сферой

Сфера задаётся следующим уравнением:

$$(\vec{p} - \vec{p}_0, \vec{p} - \vec{p}_0) = R^2, \quad (4)$$

где  $\vec{p}_0$  – радиус-вектор точки центра сферы,  $R$  – радиус сферы.

Формулу для длины луча получим подстановкой (1) в (4):

$$t_{1,2} = (\vec{r}_0 - \vec{p}_0, \vec{e}) \pm \sqrt{(\vec{r}_0 - \vec{p}_0, \vec{e})^2 - (\vec{r}_0 - \vec{p}_0, \vec{r}_0 - \vec{p}_0) - R^2}. \quad (5)$$

Луч пересекается со сферой только в следующем случае:

$$(\vec{r}_0 - \vec{p}_0, \vec{e})^2 - (\vec{r}_0 - \vec{p}_0, \vec{r}_0 - \vec{p}_0) - R^2 \geq 0. \quad (6)$$

Если луч пересекает сферу, то для нормали в точках пересечения имеем два варианта:

$$\vec{n} = \frac{r(\vec{t}_{1,2}) - \vec{p}_0}{\|r(\vec{t}_{1,2}) - \vec{p}_0\|} \quad (7)$$

Если поверхность выпуклая, то  $(\vec{n}, \vec{e}) > 0$ , если вогнутая, то  $(\vec{n}, \vec{e}) < 0$ .

Используем для расчета следующие параметры луча и сферы:

1. Параметры луча:  $\vec{p}_0 = (-1, -1)$ ,  $\vec{e} = (1, 2)$ ;

2. Параметры сферы:  $\vec{p}_0 = (1, 1)$ ,  $R = 2$ .

Получим точку пересечения луча со сферой:  $(-0.6, -0.2)$ .

На рисунках 4-5 представлены результаты пересечения луча и сферы при различных значениях коэффициентов преломления  $n_1, n_2$ .

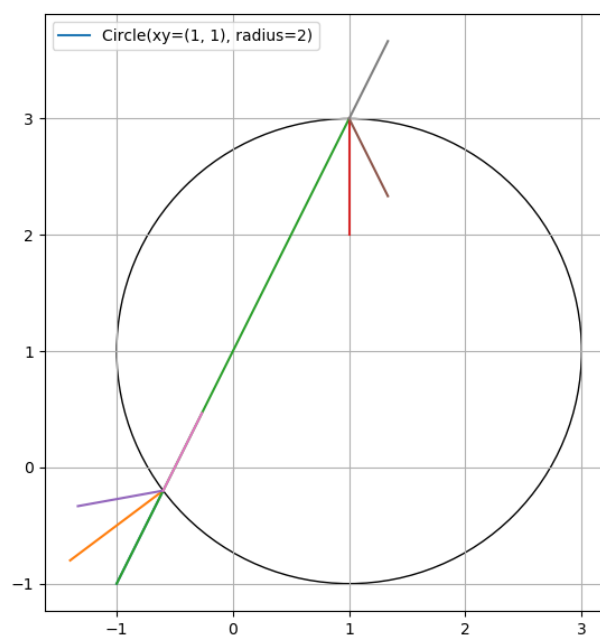


Рисунок 4 – Пересечение со сферой при  $n_1 = 0.1$ ,  $n_2 = 0.1$

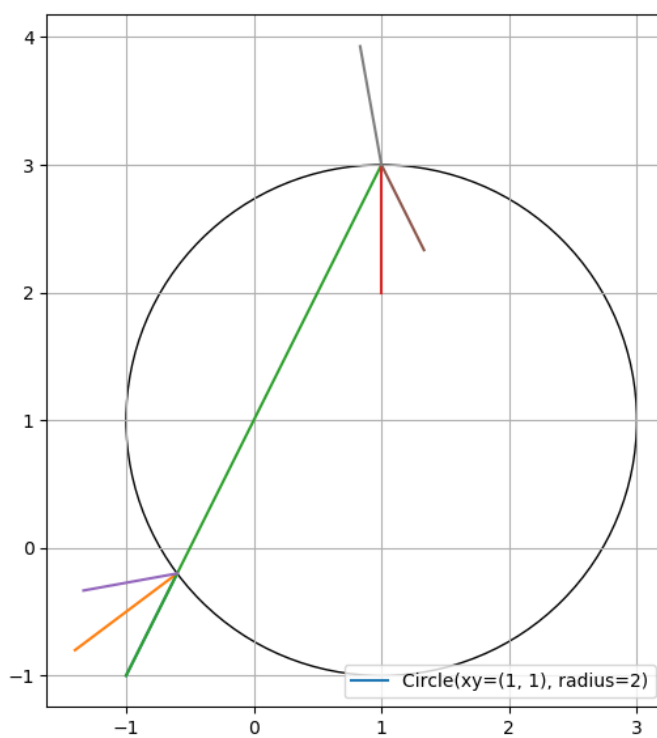


Рисунок 5 – Пересечение со сферой при  $n_1 = -0.9$ ,  $n_2 = 0.45$

## 4 Пересечение луча с эллипсоидом

Эллипс задаётся следующим уравнением:

$$\frac{(x - p_x)^2}{a^2} + \frac{(y - p_y)^2}{b^2} = 1. \quad (8)$$

где  $(p_x, p_y)$  – радиус-вектор точки центра эллипса;  $a, b$  – полуоси эллипса.

Подставив (1) в (8), получаем квадратное уравнение относительно длины луча.

Решение данного уравнения представлено в приложении А в функции *intersect* соответствующей структуре *Ellipse*.

Для эксперимента возьмём следующие значения:

1. Параметры луча:  $\vec{p}_0 = (-1, 3)$ ,  $\vec{e} = (1, -0.5)$ ;
2. Параметры эллипса:  $\vec{p}_0 = (3, 2)$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ .

Координаты точки пересечения луча со сферой:  $(2.03, 1.48)$ .

Длина луча:  $t = 3.34$ .

Результаты представлены на рисунках 6-7.

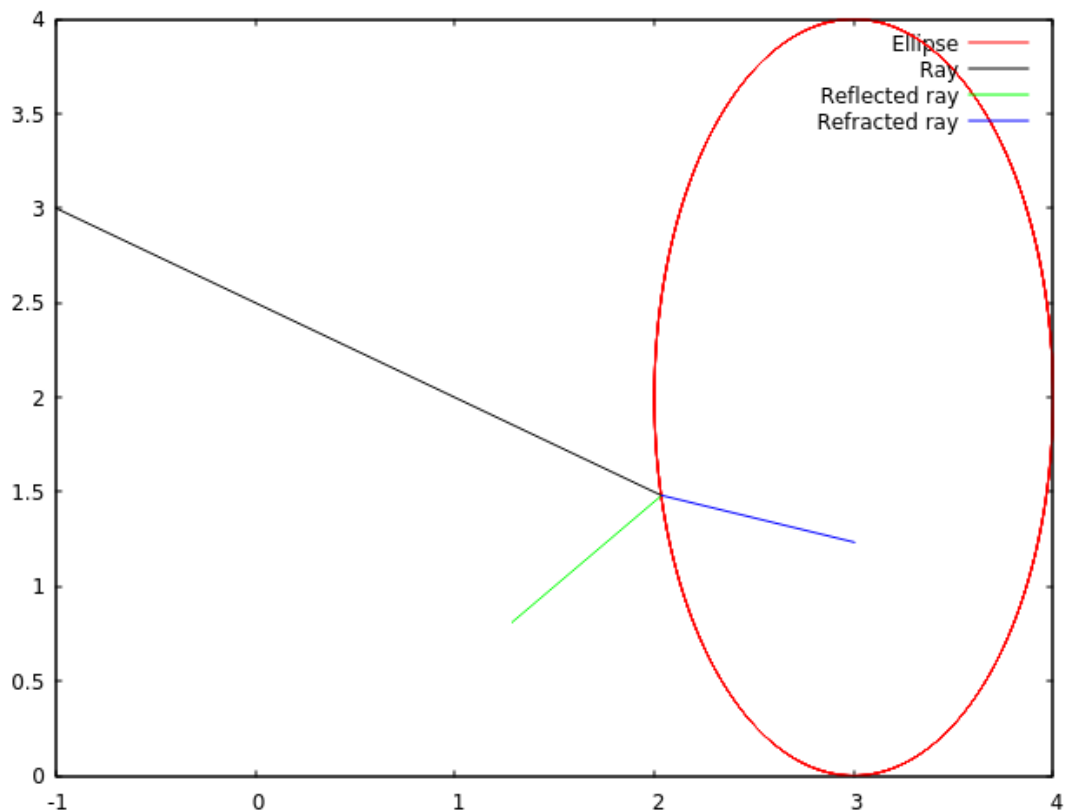


Рисунок 6 – Ход лучей, при  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1.5$



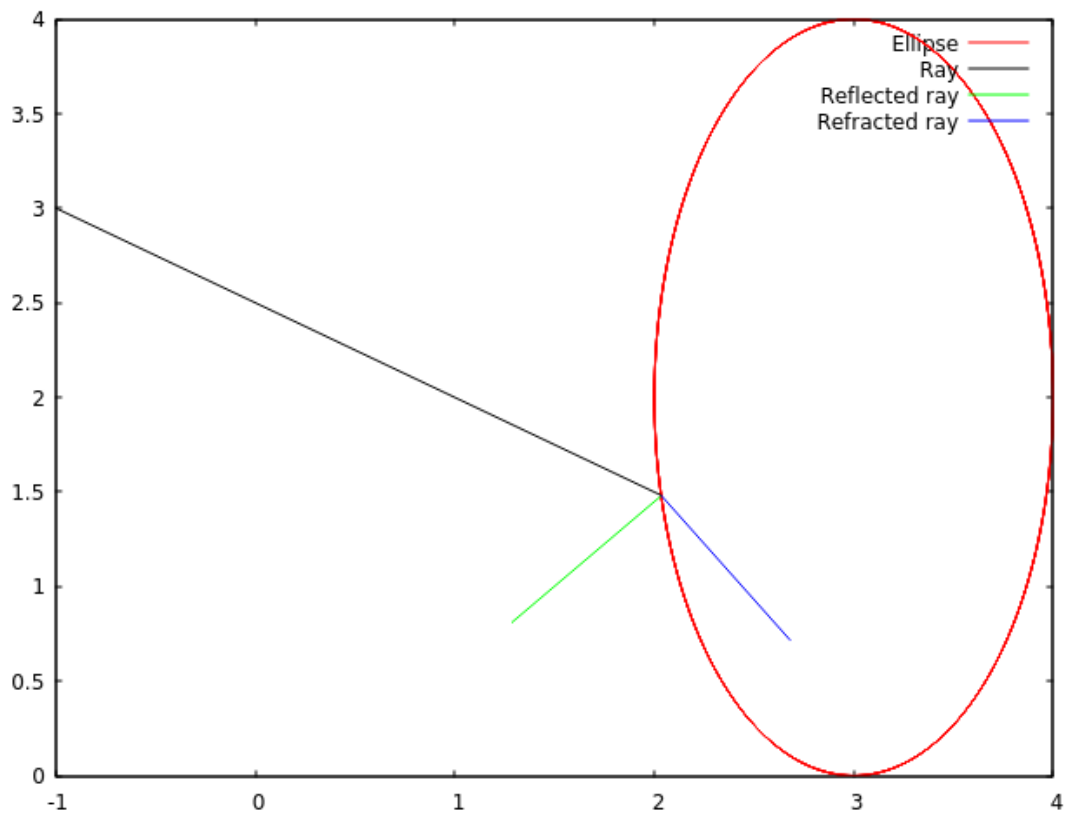


Рисунок 7 – Ход лучей, при  $n_1 = 1.5$ ,  $n_2 = 1$

Для эксперимента возьмём следующие значения:

1. Параметры луча:  $\vec{p}_0 = (3.3, 1.2)$ ,  $\vec{e} = (1, -0.2)$ ;
2. Параметры эллипса:  $\vec{p}_0 = (3, 2)$ ,  $a = 1$ ,  $b = 1.5$ .

Координаты точки пересечения луча со сферой:  $(3.8, 1.1)$ .

Длина луча:  $t = 0.51$ .

Результаты представлены на рисунках 8-9.

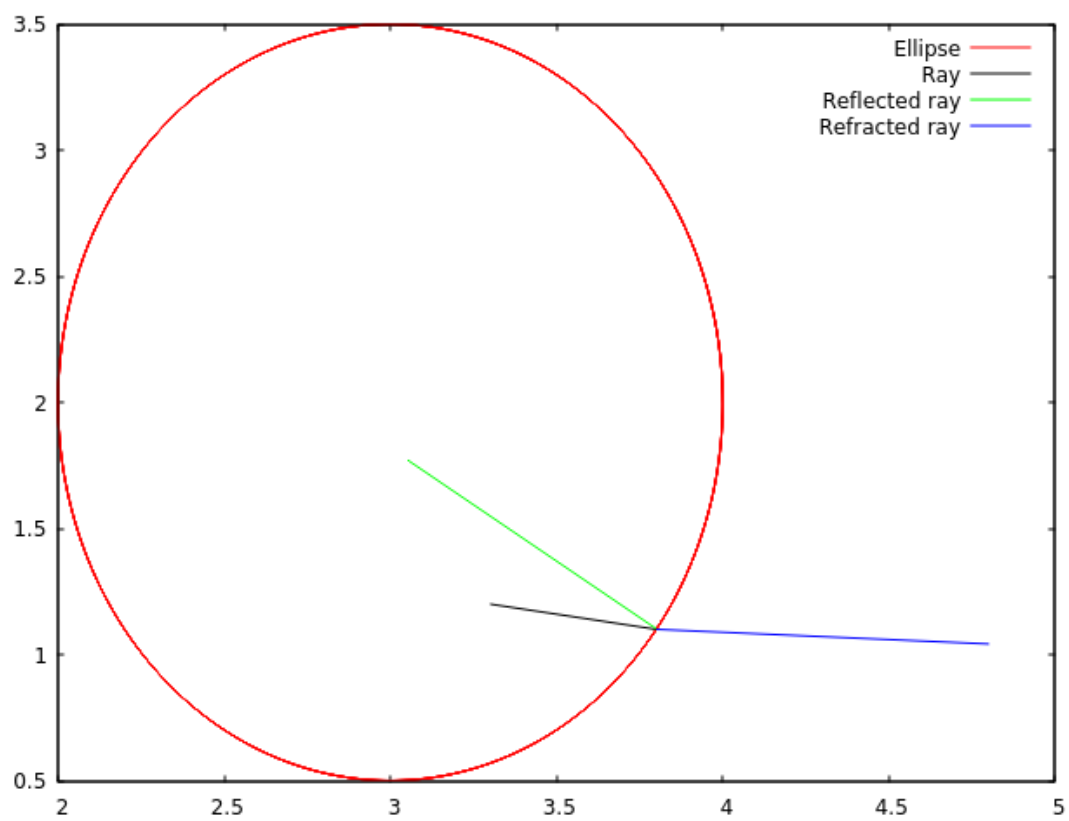


Рисунок 8 – Ход лучей, при  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1.5$

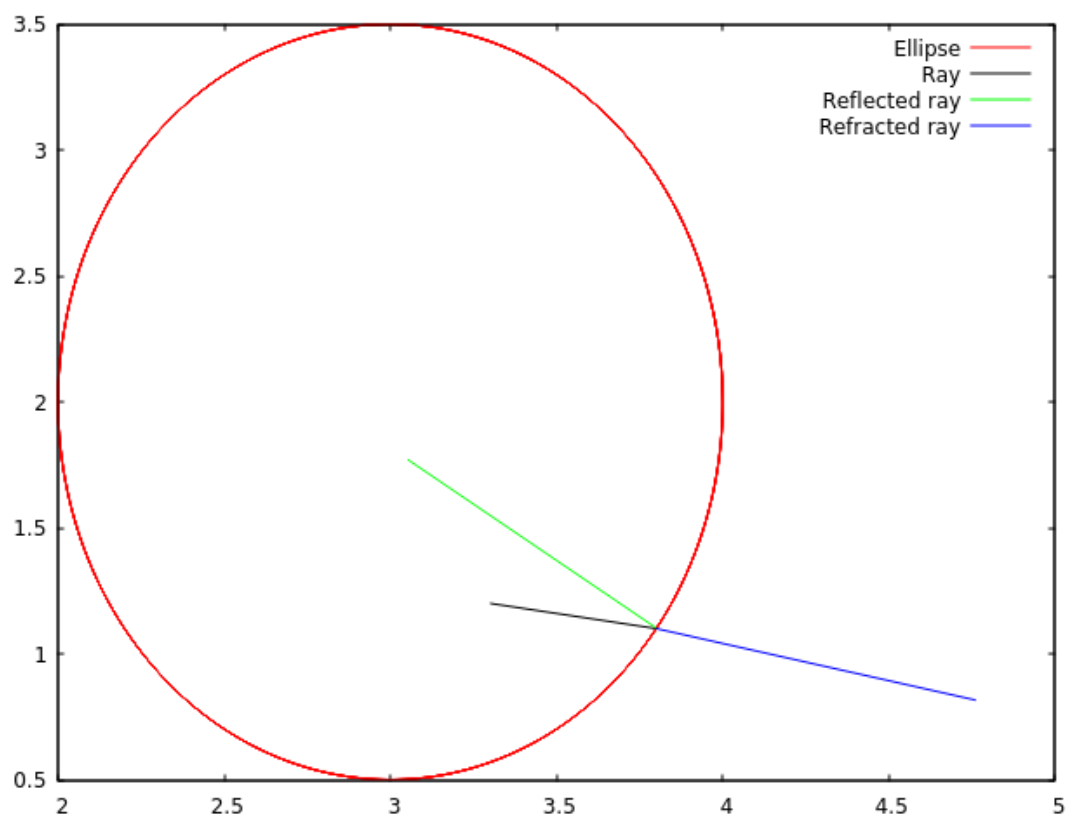


Рисунок 9 – Ход лучей, при  $n_1 = 1.5$ ,  $n_2 = 1$

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В данной лабораторной работе была создана программа, которая запрашивает параметры луча и параметры поверхности. Результатом работы программы являлись координаты точки пересечения луча с поверхностью. В качестве поверхности были выбраны плоскость, сфера и эллипсоид. Также был реализован механизм отображения хода лучей и поверхности в двумерном случае. Программа может отображать падающий, отраженный и преломленный лучи. Были построены соответствующие графики хода лучей из сред с разными коэффициентами преломления. С помощью данной программы легко увидеть, как луч проходит через разные поверхности, что угол падения меньше угла преломления при переходе луча из оптически более плотной среды в оптически менее плотную. Также можно увидеть, что в зависимости от поверхности луч отражается по разному.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Код программы

```
import matplotlib.pyplot as plt

from ray import Ray
from traceObjects.circle import Circle
from traceObjects.ellipse import Ellipse
from traceObjects.plane import Plane

def plane_example(ray, n1, n2):
    plane = Plane(
        normal=[1.0, 0.0, 0.0],
        radius_vec=[5.0, 3.0, 0.0],
    )
    plane_lgnd = plane.draw("plane")
    ray_lgnd, reflection_lgnd, refraction_lgnd = plane.draw_intersection(ray, n1, n2, "plane")
    plt.legend([plane_lgnd, ray_lgnd, reflection_lgnd, refraction_lgnd])
    plt.grid(True)

def circle_example(ray, n1, n2):
    circle = Circle(
        origin=[1, 1, 0],
        radius=2
    )
    circle_lgnd = circle.draw("circle")
    ray_res, norm_1, norm_2 = circle.draw_intersection(ray, n1, n2, "circle")
    plt.legend([circle_lgnd])
    plt.grid(True)

def ellipse_example(ray, n1, n2):
    ellipse = Ellipse(
        origin=[1, 2],
        a=3,
        b=2
    )
    ray.origin = [ray.origin[0], ray.origin[1]]
```

```

ray.direction = [ray.direction[0], ray.direction[1]]
ellipse_lgnd = ellipse.draw("ellipse")
pussy = ellipse.draw_intersection(ray, n1, n2, "ellipse")
# plt.legend([ellipse_lgnd, pussy, destroyer, xXX1337XXx])
plt.grid(True)

if __name__ == "__main__":
    ray = Ray(
        origin=[-1, 0, 0],
        direction=[1, 2, 0]
    )
    # plane_example(ray, 2.5, 4)
    circle_example(ray, 2, 1.5)
    # ellipse_example(ray, 1.2, 1)
    plt.show()

```