第 3 章 演習 3. 水流

01ca0125 鈴木 藍
2002 年 6 月 18 日

目 次

概要 **3**

レポートの目的 **3**

1 前回のまとめ **3**
1.1 定数 k は何か 3
1.2 データの観測方法 3
1.3 モデルの使い方 3

2 演習問題 **3**
2.1 問題 3
2.2 方針 4

3 問題を解く **4**
3.1 問題の意図 4
3.2 式を解く 4
3.3 α に $\frac{1}{3}$ をあてはめる 5
3.4 定数をどうするか 5
3.5 ソース 6
3.6 実行結果 6

まとめ・結論 **7**

感想 **7**

参考文献 **8**

概 要

演習問題 を 方針を問題の意図を考え、 式を解き、$\alpha = \frac{1}{3}$ を当てはめ、定数を定めたあとに実験データとならべてプロット するという方向で解く。

レポートの目的

式変形になれる。また、変数の意味や、式の意味にも注目する。

1 前回のまとめ

前回発表したところで ある程度結論付いたところをまとめておく。

1.1 定数 k は何か

これについて、自分の意見である ” 「k の値が大きいほど 血中アルコール濃度が低いうちに事故率が大きくなる、というモデルであるから、k は、アルコールを吸収したときに、人体が受ける影響の大きさなのではないか」 というに対して
* 「これは、国によって変わる値ではないか？なぜなら国によって道の幅も違うし、車の量も違うから。」
* 「それなら、時代によって違う値でもあるのではないか？」
* 「これはただの定数で、特に意味はない変数である。」
* 「総合的にいろいろな意味合いを含んだ変数なのではないか？」
などが出た。結論としては、
「総合的にいろいろな意味合いを含んだ変数」
となった。私の意見の不安な点の裏付けは b が 0 の時にも 事故危険率は 0 ではなく 1 であるから必ずしも 事故危険率は 血中アルコール濃度と 関係しているとは限らないという所にある。

1.2 データの観測方法

広範なデータを観測した結果とあるが、どのように観測したかどうかはいろいろな憶測がついてしまうので不明のままである。

1.3 モデルの使い方

いつ、このモデルを使うのかについては 警察や裁判などで 証拠や資料として使えるのではないかという結論になった。

2 演習問題

2.1 問題

3.4 節の記号で

$$\frac{dh}{dt} = -\lambda h^{\alpha}, 0 < \alpha < 1$$

と仮定する。h の予測される形を導け。どんな量をとれば、予測直線グラフが得られるか。$\alpha = \frac{1}{3}$ のとき 3.4 節の実験データに対してモデルをテストせよ。

2.2 方針

まず、問題の意図を考える。 そして 式を解き、$\alpha = \frac{1}{3}$ を当てはめ、定数を定めたあとに 実験データとならべてプロットしてみる。

3 問題を解く

3.1 問題の意図

教科書 59 ページで 孔から流出する水の体積速度 v の式を考えている。ここでは 実験結果から、v が 瓶の流出孔から上の水の高さ h に依存している事が分かっている。そこで、h が減少するにつれて 流水の体積速度も減少するという v のもっとも簡単な式を

$$v = ah$$

と仮定している。ここで a は 正の定数である。これは 仮定の式であり、他にも

$$v = ah^n$$

なども考えられる。この問題は、この仮定の式を $\frac{dh}{dt} = -\lambda h^{\alpha}, 0 < \alpha < 1$ としたときのモデルをテストする事を意図していると考える。

3.2 式を解く

与えられた式は

$$\frac{dh}{dt} = -\lambda h^{\alpha}, 0 < \alpha < 1$$

である。両辺を積分して (ここで変数分離形を使う)

$$\begin{aligned}
\frac{dh}{dt} &= -\lambda h^{\alpha} \\
\frac{dh}{dt}\frac{1}{h^{\alpha}} &= -\lambda h^{\alpha}\frac{1}{h^{\alpha}} \\
\frac{dh}{dt}dt\frac{1}{h^{\alpha}} &= -\lambda dt \\
\frac{1}{h^{\alpha}}dh &= -\lambda dt
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\int \frac{1}{h^{\alpha}} dh &= -\int \lambda dt \\
\int h^{-\alpha} dh &= -\lambda t + c \\
\frac{1}{-\alpha+1} h^{-\alpha+1} &= -\lambda t + c \\
h^{-\alpha+1} &= -(-\alpha+1)\lambda t + (-\alpha+1)c
\end{aligned}
$$

ここで、$(-\alpha+1)c$ は 全て定数なので c_1 とまとめる。よって、この式は

$$
h^{-\alpha+1} = -(-\alpha+1)\lambda t + c_1
$$

となる。

3.3 α に $\frac{1}{3}$ をあてはめる

以上の式に $\frac{1}{3}$ をあてはめると

$$
\begin{aligned}
h^{-\alpha+1} &= -(-\alpha+1)\lambda t + c_1 \\
h^{-\frac{1}{3}+1} &= -(-\frac{1}{3}+1)\lambda t + c_1 \\
h^{\frac{2}{3}} &= -\frac{2}{3}\lambda t + c_1
\end{aligned}
$$

となる。

3.4 定数をどうするか

この式ででて来る λ と c は定数である。λ は正の定数を 断面積で割ったもの $\lambda = \frac{a}{A}$ である。また c は 時間が 0 の時の h の初期位置である。どちらの定数も 教科書では値を与えられていない。未定の定数が二つある方程式を導くことが出来なかったので、ここでは 適当な値をいれてみて、実験結果とてらし合わせてみた。

3.5 ソース

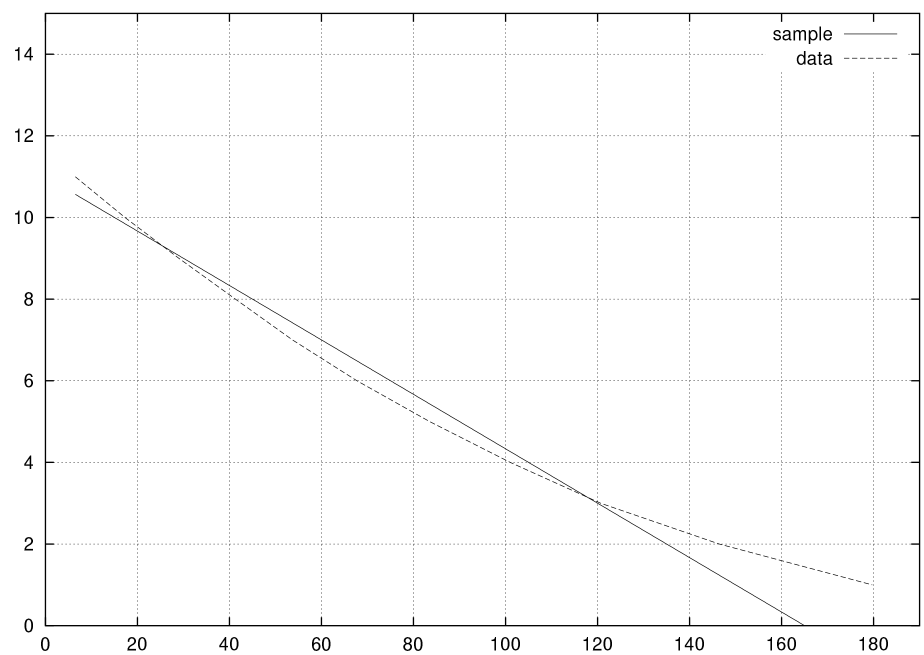
定数 c は、時間 t を 実験データがある 6.5 から始めるとして 11 とした。h は 完全に あたりを付けて プロットした値と一致するまで 値を変えてみた。

```
#include <stdio.h>
main()
{
  double  h, t, ti, c;
  c = 11;

  for (t=6.5; t<170; t+=0.1) {
    h = -(2.0/3.0)*(0.7/7.0)*t+c;
    printf("%lf %lf \n", t, h);
  }
}
```

大体ではあるが、断面積 は 7.0, a は 0.7 とした。断面積が 7.0 であるので、円筒だとするならば半径が 1.5 位の 瓶であると考えられる。

3.6 実行結果



大体、想定されているような結果になったが、これではもともとあった式 $\frac{dh}{dt} = -\lambda h$ と 区別がつかない。また、なぜ 教科書のグラフの縦軸が log や 指数の形でプロットされているのかがわからなかったので ここではそのままプロットした。指数に $\frac{2}{3}$ があると 三乗根になるが その計算方

法も分からなかった。(ニュートン法や アルゴリズムの時間に教わった 二乗根の計算を拡張すれば出来る?)

まとめ・結論

問題の意図を理解する事が大切であった。また、仮定をいろいろ試す事も重要である。

感想

本題を理解するのに時間がかかった。また、変数や定数の意味も理解に時間がかかった。しかし、考えた分だけ 進歩していればいいと思う。わからないが。

参考文献

[1] 変数分離形
http://www4.justnet.ne.jp/ masema/separation.html
2002 年 6 月 18 日 参照