

# 第4章 4.3 節 美術品の贋作

2002年6月25日 01ca0125 鈴木 藍

はじめに 本節は美術品が贋作であるかどうかを線形一階微分方程式を使って検証する。式からグラフをプロットし、図形的な意味を考察した。

## 1 話題と方針

### 1.1 20世紀最大の贋作事件

贋作の疑いがかかっている絵を科学的に検証する。理由はこの絵が本物であると鑑定されていたから。

### 1.2 方針

絵に使われている絵の具に含まれる放射性物質の崩壊数から絵の描かれた年代を特定する。

## 2 放射性崩壊の微分方程式モデル

### 2.1 今回扱う式

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda y + \gamma(t) \quad (86 \text{ 頁 } 4.8)$$

### 2.2 式の意味

「 $Pb^{210}$  の時間による変化の割合は、 $Pb^{210}$  の減少した値に  $Ra^{226}$  が崩壊して  $Pb^{210}$  が増えた分を足したものである。」

### 2.3 厳密解

(4.8) を解くと、

$$y = \frac{\gamma}{\lambda} + \left(-\frac{\gamma}{\lambda} + y_0\right)e^{-\lambda(t-t_0)} \quad (87 \text{ 頁 } 4.10)$$

となる。  
※ 式の意味は？

### 2.4 モデルの検証

#### 2.4.1 仮定

- ・仮に、絵が贋作ではなく 300 年前の本物であったとする。
- $Pb^{210}$  の変化量が期待した値より大きければ贋作
- ・絵の具が作られた鉱石中での  $Pb^{210}$  の量は、 $Ra^{226}$  と平衡状態にあった。

$$\lambda y_0 = \gamma$$

→ 300 年 時間が立った  $Ra^{226}$  の変化量は 0~200。これを期待する値とする

### 2.4.2 結果

検査する絵から 放射性物質のデータを測定。式 (4.12) にあてはめる。  
→ 88 頁  $\lambda y_0 = 98,147$  で 200 よりはるかに大きい値であったので贋作である。

## 3 グラフのプロット

贋作のデータを使った。

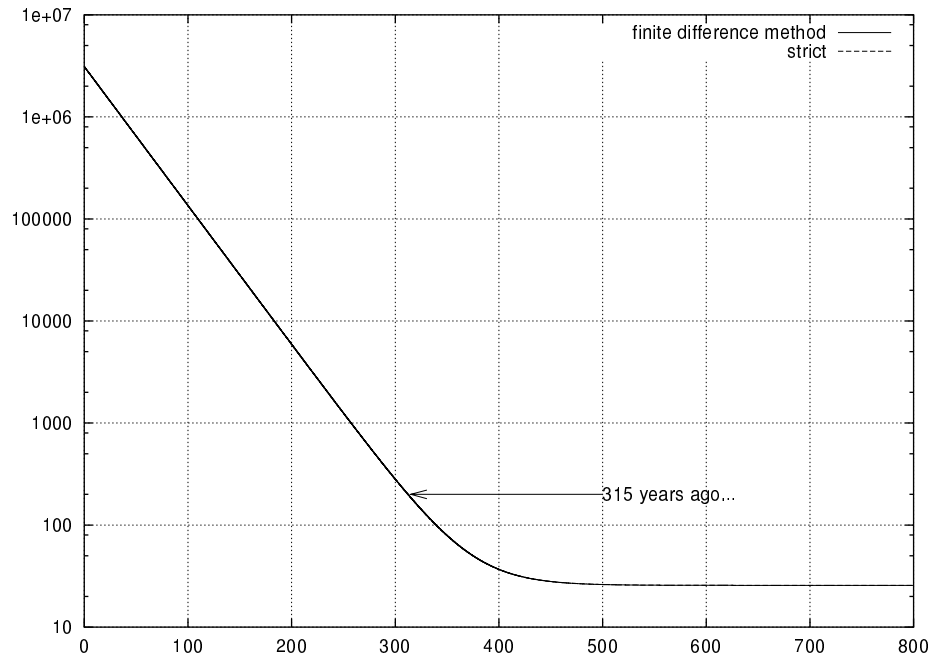


fig 1. 差分法と厳密解

ほぼ誤差がでていない。

### 3.1 考察

式の値になるはずであった  $Pb^{210}$  の量 200 は、贋作が描かれてから 300 年以上も前の位置にあり、少なくとも、本物より 300 年以上後に描かれた絵であるということがわかる。

## 4 疑問点

この章での積分因数の意味はなにか？

まとめ 影響し合わない  $Pb^{210}$  と  $Ra^{226}$  の変移が重なる時、それぞれ単独に作用するときの変位の和になっているので重ね合わせの原理の性質をもつ、この微分方程式も直感的に理解しやすかったような気がする。

## 参考文献

- [1] 水中シャボン玉の研究  
<http://www01.u-page.so-net.ne.jp/za2/urushiya/sasaki.htm>  
2002 年 6 月 24 日

- [2] 平衡状態  
<http://soil.en.a.u-tokyo.ac.jp/zico/works/retentio/5potenti/equili/equili.htm>  
2002 年 6 月 24 日
- [3] 重ね合わせの原理  
<http://www.iris.dti.ne.jp/post/onpa/03.html>  
2002 年 6 月 24 日
- [4] 放射能の半減期とは  
<http://www.irm.or.jp/hakarukun/FAQ/Q6.html>  
2002 年 6 月 24 日

## 参考資料

### 専門用語

#### 放射性物質

放射能をもつ物質。特に、その核種が特定されていない場合、または多数の放射性核種の混合物である場合にいう。

#### 半減期

放射性物質 (核種) は時間とともに崩壊してその量が減り、放射能も時間とともに弱くなる。最初にあった放射能の量が半分になるまでの時間を半減期という。

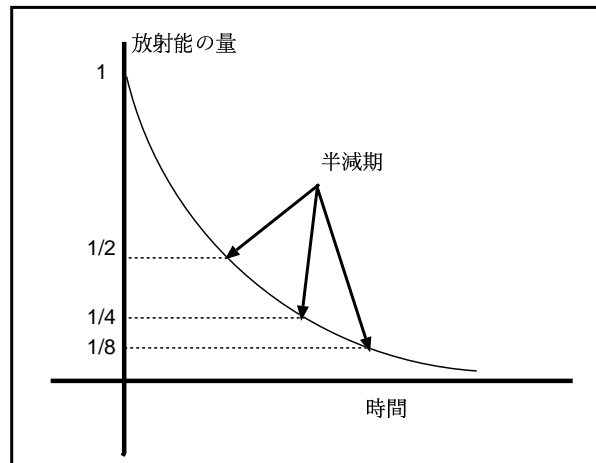


fig 2. 放射能の減り方

#### 放射平衡

ものの動きが長期間停止した場所では、各段階の放射能の強さは皆同じになる。一つのつながった流れでは、細いところでも太いところでも時間当たりの「量」が一定となるように、放射性原子の単位時間の崩壊数（個／秒）は同じになる。これを「放射平衡」という。ただし、平衡が成立するまでの時間は、それぞれの放射性原子の崩壊の速さ、または半減期（その量が崩壊により半分に減るまでの時間）が関係してくるので、環境が変化しない状況（閉鎖されている）である必要がある。

#### 平衡状態

ふたつの変化の「勢い」のバランスがとれた状態である。