Tema 1: Álgebra de Variables Lógicas

Algebra Booleana

Básicos

- **Elemento Neutro:**
  - $+ \rightarrow 0$
  - $\cdot \rightarrow 1$
- **Propiedad Distributiva:**
  - $a+(b\cdot c)=(a+b)\cdot(a+c)$
  - $a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c)$
- **Complemento** $\rightarrow \bar{a}$
  - $a+\bar{a}=1$
  - $a\cdot\bar{a}=0$

Teoremas

1. $\begin{cases} a+a=a \\ a\cdot a=a \end{cases}$
2. $\begin{cases} a+1=1 \\ a\cdot 0=0 \end{cases}$
3. $a=\bar{\bar{a}}$
4. $\begin{cases} a+ab=a \\ a(a+b)=a \end{cases}$
5. $\begin{cases} a+(b+c)=(a+b)+c \\ a(bc)=(ab)c \end{cases}$
6. $\begin{cases} \overline{(a+b)}=\bar{a}\cdot\bar{b} \\ \overline{a\cdot b}=\bar{a}+\bar{b} \end{cases}$

Conclusiones

- De Morgan (6)$\rightarrow \begin{cases} \overline{ab}\neq\bar{a}\cdot\bar{b} \\ \overline{a+b}\neq\bar{a}+\bar{b} \end{cases}$
- Shannon$\rightarrow \overline{f(a,b,\cdots,n,+,\cdot)}=f(\bar{a},\bar{b},\cdots,\bar{n},\cdot,+)$

Término Canónico

- **Producto canónico** $\rightarrow$ MINTERM $= 1$

$$\left.\begin{array}{l} 000\rightarrow \bar{a}\bar{b}\bar{c} \\ 010\rightarrow \bar{a}b\bar{c} \end{array}\right\} \Longrightarrow z=f(a,b,c)=\Sigma(Los\cdot QueDan1)$$

- **Suma canónica** $\rightarrow$ MAXTERM $= 0$

$$\left.\begin{array}{l} 000\rightarrow a+b+c \\ 010\rightarrow a+\bar{b}+c \end{array}\right\} \Longrightarrow z=f(a,b,c)=\Pi(Los{+}QueDan0)$$

Puertas Lógicas

Generales

Puerta	fun./n	USA/EU	a	b	z
AND	$z=a\cdot b$ 7408	&	0	0	0
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	1
NAND	$z=\overline{a\cdot b}$ 7400	&	0	0	1
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	0
OR	$z=a+b$ 7432	≥ 1	0	0	0
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	1
NOR	$z=\overline{a+b}$ 7402	≥ 1	0	0	1
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	0
NOT	$z=\bar{a}$ 7404	1	0		1
			1		0

Conversiones

AND $z=a\cdot b$	$z=\overline{\overline{a\cdot b}}=\overline{\bar{a}+\bar{b}}$
OR $z=a+b$	$z=\overline{\overline{a+b}}=\overline{\bar{a}\cdot\bar{b}}$

Exclusive OR

XOR

$z=\bar{a}b+a\bar{b}$

$z=(a+b)\cdot(\bar{a}+\bar{b})$

$z=a\oplus b$

XNOR

$z=\overline{\bar{a}b+a\bar{b}}$

$z=\overline{a\oplus b}$

Puerta	fun./n	USA/EU	a	b	z
XOR	$z=a\oplus b$ 7486	=1	0	0	0
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	0
XNOR	$z=\overline{a\oplus b}$ 74266	=1	0	0	1
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	1

Simplificación de Funciones Lógicas

Simplificación Algebraica

$$abc\cdots+\bar{a}bc\cdots=(a+\bar{a})bc\cdots=bc\cdots$$
$$(a+b+c+\cdots)\cdot(\bar{a}+b+c+\cdots)=a\bar{a}+b+c+\cdots=b+c+\cdots$$

Tablas de Karnaugh

Cambia 1 variable lógica por celda

a \ b	0	1
0	0	1
1	2	3

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

Mapas de Karnaugh

$f(a,b,c)=\Sigma(0,1,7)$

a	b	c	z
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

a \ bc	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0

$f(a,b,c)=\bar{a}\bar{b}+abc$

- Agrupamos (tamaños):
  - 1 → Todas la variables (n)
  - 2 → (n-1) variables
  - 4 → (n-2) variables
- Mínimos grupos (nadie solo)
- **Con 1** → $f()=\Sigma(\cdot)$ MINTERM
- **Con 0** → $f()=\Pi(+)$ MAXTERM

Funciones Incompletas

$f()=\Sigma()+\Sigma_d()$

$d=$ *don't care*