Solución practica 4 parte 2 Algoritmos y Estructuras de Datos

Aitor

29 de abril de 2025

Ejercicio 1.

a) Precondición: $P_c \equiv \{res = 0 \wedge i = 0\}$ Postcondición: $Q_c \equiv \{res = \sum_{j=0}^{|s|-1} s[j] \wedge i = |s|\}$

b) Falla porque al terminarse de ejecutar el ciclo, $i = |s|$ y si en el invariante se sustituye $0 \leq i \leq |s|$ por $0 \leq i < |s|$ el invariante no se cumple en la postcondicion y luego no es un invariante valido. Osea falla el punto $I \wedge \neg B \implies Q_c$, ya que tendriamos $0 \leq i < |s|$ (por el invariante) y $i = |s|$ (por B) lo que nunca se puede cumplir.

c) Falla por que al final voy a estar accediendo a un elemento que no esta.

d) Falla $\{I \wedge B\}S\{I\}$ por que al terminar una iteracion res va a ser $res + s[i+1]$ envez de $res + s[i]$.

e) Demostración de corrección parcial:
$P_C \equiv \{res = 0 \wedge i = 0\}$
$Q_c \equiv \{res = \sum_{j=0}^{|s|-1} s[j] \wedge i = |s|\}$
$B \equiv \{i < |s|\}$
$I \equiv \{0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]\}$

1. $P_c \implies I$
   $\iff res = 0 \wedge i = 0 \implies 0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$ $i = 0 \implies 0 \leq 0 \leq |s|$✓
2. $\{I \wedge B\}S\{I\}$
   Como es un ciclo, para ver que la tripla de Hoare es valida uso: $P \implies wp(S, Q)$
   $\{I \wedge B\} \implies wp(S, I)$
   - $wp(S, I) \equiv wp(res := res + s[i]; i := i + 1, 0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j])$
     $\equiv_{ax3} wp(res := res + s[i], wp(i := i + 1, 0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]))$
     $\equiv_{ax1} wp(res := res + s[i], def(i + 1) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i} s[j])$
     $\equiv wp(res := res + s[i], 0 \leq i + 1 \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i} s[j])$
     $\equiv_{ax1} def(res + s[i]) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |s| \wedge res + s[i] = \sum_{j=0}^{i} s[j]$
     $\equiv wp(s[i]) \wedge_L -1 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j] + s[i]$
     $\equiv 0 \leq i < |s| \wedge_L -1 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i} s[j]$
     $\equiv 0 \leq i < |s| \wedge_L res = \sum_{j=0}^{i} s[j]$
   - $\{I \wedge B\} \equiv 0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j] \wedge i < |s|$
     $\equiv 0 \leq i < |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$

   $\{I \wedge B\} \implies wp(S, I)$? sii ✓
3. $\{I \wedge \neg B\} \implies Q_c$
   - $\{I \wedge \neg B\} \equiv 0 \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j] \wedge i \geq |s|$
     $\equiv |s| \leq i \leq |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i} s[j]$
     $\equiv i = |s| \wedge res = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]$
     $\equiv Q_c$ ✓