Библиотека aiwlib

Иванов А.В., Хилков С.А. и Жданов С.А

3 августа 2017 г.

Оглавление

1	Hau	Начало работы						
	1.1	Сборь	ка и установка библиотеки	5				
2	Яд	ро библиотеки Средства отладки — модуль debug						
	2.1	Средства отладки — модуль debug						
		2.1.1	Общие замечания	9				
		2.1.2	Синтаксические ограничения	10				
		2.1.3	Режимы работы	11				
		2.1.4	Вывод информации со стека при обработке исключения	11				
		2.1.5	Детали реализации	12				
	2.2	Выдел	ление и освобождение ресурсов в контейнерах и потоках ввода/вывода —					
		модул	њ alloc	12				
	2.3	ки ввода $/$ вывода — модули ${ t iosream}, { t gzstream}$ и ${ t binaryio}$	13					
		2.3.1	Общие замечания	13				
		2.3.2	Типобезопесный форматированный вывод	14				
		2.3.3	Абстрактный класс aiw::IOstream	14				
		2.3.4	Kласс aiw::File	15				
		2.3.5	Kлаcc aiw::GzFile	15				
		2.3.6	Операторы бинарного ввода/вывода — модуль binaryio	16				
		2.3.7	Детали реализации	16				
	2.4	Векто	ра и индексы — модуль vec	16				
		2.4.1	Общие замечания	16				
		2.4.2	Конструкторы и порождающие функции	17				
		2.4.3	Арифметические операции и операции сравнения	18				
		2.4.4	Операции и методы для доступа к элементу, изменения размерности и					
			различные преобразования	21				
		2.4.5	Другие операции и методы	22				
		2.4.6	Детали реализации	22				
	2.5	Равно	омерные многомерные прямоугольные (картезианские) сетки — модуль mesh	23				
		2.5.1	Общие замечания	23				
		2.5.2	Поля и методы для получения информации о сетке	24				
		2.5.3	Инициализация сетки и настройка осей	24				
		2.5.4	Доступ к ячейкам	25				
		2.5.5	Обход сетки	26				
		2.5.6	Преобразования сеток	27				

ГЛAВЛЕНИЕ

	2.5.7 Сохранение и загрузка сеток	28					
	2.5.8 Другие методы	29					
	2.5.9 Инстацирование в Python	30					
2.6	Различные варинаты интерполяции — модуль inteporlations						
	2.6.1 Локальный кубический сплайн	30					
	2.6.2 Кубический B -сплайн	31					
	2.6.3 Функции модуля interpolations	32					
2.7	Загрузка сеток из .dat-файлов — модуль dat2mesh	32					
2.8	Построение линий постоянного уровня для двумерной сетки — модуль isolines 34						
2.9	Многомерный кубический массив на основе Z -кривой Мортона — модуль z cube 35						
2.10	Чтение и запись сейсмических данных в формате seg-Y — модуль segy						
2.11	Контрольные точки для остановки и последующего восстановления расчета —						
	модуль checkpoint	40					
2.12	Сериализация данных в формате pickle языка Python — модуль pickle	41					
2.13	Дискретизация разбиения Вороного на равномерной сетке в D -мерном про-						
	странстве — модуль voronoy	43					
2.14	4 Описание пользовательских типов — модуль typeinfo						
2.15	15 Некоторые элементы аналитической геометрии — модуль \mathtt{angem}						
2.16	Решение СЛАУ с трехдиагональными матрицами (методы прогонки) — модуль						
	3diag	45					
2.17	Источник случайных числе и специфические операции в трехмерном декартовом						
	пространстве — модуль gauss	45					
	2.17.1 Определение поворота	46					
	2.17.2 Разложение поворота в ряд	47					
2.18	8 Операции бинарного потокового ввода $/$ вывода $-$ модуль ${ t binaryio}$ 5						
2.19	Настройка пользовательских классов — модуль objconf	51					
2.20	Чтение и запись конфигурационных файлов — модуль configfile	52					

Глава 1

Начало работы

1.1 Сборка и установка библиотеки

Для сборки библиотеки используется утилита GNU Make. Для работы в C++ сборка не требуется, достаточно заголовочных файлов. Для работы в Python необходимо собрать ряд модулей с применением утилиты SWIG, что требует вызова команды

make

из директории библиотеки.

Для установки библиотеки используйте команды (из под root)

make install

для копирования собранных модулей и заголовочных файлов в системные директории, либо

```
make install-links|links-install
```

для создания мягких ссылок на собранные модули и заголовочные файлы в системных директориях. Второй вариант предпочтительней с точки зрения простоты обновления библиотеки, но может иметь некоторые уязвимости с точки зрения безопасности при работе в многопользовательском режиме — гипотетически пользователь установивший у себя библиотеку может подсунуть другим пользователям вредоносный код.

Предыдущая версия, библиотека aivlib, имела два существенных недостатка — сложную установку и проблемы при работе с несколькими версиями библиотеки на одной машине. Текущая версия допускает локальную установку произвольного числа версий/копий библиотеки, более того это рекомендуется для упрощения переноса проектов на другие машины, где библиотека aiwlib не установлена — в этом случае вместо копирования всей библиотоеки достаточно создать мягкую ссылку на библиотеку в директории проекта.

Для упрощения сборки проекта рекомендуется использовать файл include/aiwlib/user.mk. При этом пользовательский Makefile должен иметь вид

```
name=NAME #имя проекта
```

headers=... #список хидеров обратаываемых SWIG-ом

modules=... #список .cpp модулей проекта

sources=... #другие исходные файлы проекта

include local-path-to-aiwlib/include/aiwlib/user.mk

При этом заголовочные файлы библиотеки всегда включаются как <aiwlib/...>, путь к локально установленной библиотеке при необходимости определяется автоматически на основе пути к файлу user.mk.

По умолчанию, такой Makefile собирает модуль для питона, и предоставляет еще ряд целей

- sources выводит список исходных файлов проекта включая make—файл, хидеры определяются автоматически при помощи вызова g++ -М на основе переменной modules, заголовочные файлы библиотеки aiwlib HE включаются в список. Если при вызове make указать опцию with=swig, в список будут включены файлы NAME.i, NAME.py и NAME_wrap.cxx
- all_sources выводит список всех исходных файлов проекта включая make-файл, хидеры определяются автоматически при помощи вызова g++ -М на основе переменной modules, заголовочные файлы библиотеки aiwlib включаются в список ПРИ УСЛОВИИ ЕЕ ЛОКАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ. Если библиотека aiwlib установлена локально и при вызове make указана опция with=aiwlib, в список включаются необходимые файлы .py и .i библиотеки aiwlib. Если библиотека aiwlib установлена локально и при вызове make указана опция with=aiwlib,swig, (последовательность не имеет значения) в список включаются все файлы .py, .i и _wrap.cxx библиотеки aiwlib, а так же файлы NAME.i, NAME.py и NAME_wrap.cxx.
- clean удаляет все созданные объектные файлы и файл _NAME.so.
- cleanall удаляет все созданные объектные и .so модули, а так же файлы NAME.i, NAME.py и NAME_wrap.cxx.
- NAME.tgz NAME.md5 создает сжатый архив и файл с контрольной суммой несжатого архива со списком файлов проекта sources, опция with влияет на список файлов.
- tar NAME-all.tgz создает сжатый архив NAME-all.tgz со списком файлов проекта all_sources, опция with влияет на список файлов.
- export to=... переносит проект в другую директорию (если опция to имеет вид to=PATH) либо на другую машину (если опция to имеет вид to=HOST:PATH). Для переноса используется список файлов all_sources, опция with влияет на список файлов. Перенос на другую машину осуществляется при помощи утилиты SSH, если у Вас не настроена авторизация по открытому ключу то пароль придется вводить трижды. Директория PATH создается при необходимости, включая родительские каталоги. Корректный перенос файлов библиотеки aiwlib возможен только при условии ее установки в поддиректорию проекта.

Таким образом, опция with=swig необходима, если на целевой машине отсутствует утилита SWIG. Опция with=aiwlib необходима, если библиотека aiwlib была установлена локально в поддиректорию проекта.

В питоне, при импорте модулей библиотеки aiwlib будут импортироваться модули из локальной копии библиотеки, при условии что до этого был импортирован собранный пользовательский модуль.

Глава 2

Ядро библиотеки

2.1 Средства отладки — модуль debug

2.1.1 Общие замечания

Модуль debug предоставляет ряд макросов для вывода отладочной информации в процессе исполнения (фактически удобную альтернативу традиционным отладочным printf) и генерации исключений:

- WOUT(expressions...) вывод информации в std::cout;
- WERR(expressions...) вывод информации в std::cerr;
- WSTR(S, expressions...) вывод информации в поток S, являющийся наследником std::ostream;
- WEXC(expressions...) вывод информации со стека в std::cerr при обработке исключения (потокобезопасный вариант);
- WEXT(expressions...) вывод информации со стека в std::cerr при обработке исключения или ошибке сегментирования (не потокобезопасный вариант);
- WASSERT(condition, message, expressions...) вывод инфомации в std::cerr при нарушении условия condition;
- ullet WARNING(message, expressions...) вывод информации в std::cerr;
- WRAISE(message, expressions...) вывод информации в std::cerr и генерация исключения типа const char * содержащего выведенную информацию.

Например

```
int a; double b[3];
...
WOUT(a, a*b[1], b[0]+b[2]);
```

Все макросы выводят информацию в виде

```
#filename function() LLL: expr1=value1, expr2=value2 ...
```

```
#filename function() LLL: message [SYSERR] expr1=value1, expr2=value2 ...
```

где LLL — номер строки в файле filename в которой был сгенерирован вывод сообщения, function() — имя функции в которой был сгенерирован вывод сообщения, expr — выражение, value — значение выражения.

Макрос WRAISE допонительно включает в сообщение информацию о системной ошибке [SYSERR] (результат работы фунцкии strerror(errno)), если состояние ошибки установлено.

Кроме того, модуль debug предоставляет функцию

```
void init_segfault_hook();
```

устанавливающий перехватчик сигнала SIGSEGV возбуждающегося при ошибке сегментирования. В этом случае на stderr выводится информация со стека исключения (помещенная туда при помощи макроса WEXT), выводится стек вызовов и инструкция (команда для bash) по его раскрутке.

2.1.2 Синтаксические ограничения

В качестве выражений (аргументов макросов) могут использоваться любые rvalue выражения, для значений которых реализованы операторы вывода в поток

```
std::ostream& operator << (std::ostream&, expr_type)</pre>
```

В выражениях могут присутствовать скобки () [] {}, операции <> скобками **не** считаются. Если в выражении есть запятые, части содержащие запятые так же должны быть в скобках, например

```
pow(a, b)
```

В противном случае макросы сохраняют работоспособность, но вывод может иметь странный вид, например

```
template <int D, typename T> struct V{
    T p[D];
    V(T x){ for(int i=0; i<D; ++i) p[i] = x; }
};

template <int D, typename T>
std::ostream& operator << (std::ostream& out, const V<D,T> &v){
    out<<"{"<<v.p[0];
    for(int i=1; i<D; ++i) out<<" "<<v.p[i];
    return out<<"}";
}
...
    int a=2;
    WOUT(V<3,int>(a), a*2);
```

```
даст вывод
```

```
# ...: V<3={2 2 2}, int>(a), a*2=4

вместо ожидаемого

# ...: V<3, int>(a)={2 2 2}, a*2=4

Для корректного вывода необходимо использовать дополнительные скобки

WOUT((V<3,int>(a)), a*2);
```

В одной строке может использоваться только один макрос WEXC.

2.1.3 Режимы работы

Макросы WOUT, WERR, WSTR, WEXC, WEXT и WASSERT работают только если определен макрос EBUG (например при помощи опции компилятора -DEBUG). При сборке на основе шаблонного aiwlib/Makefile макрос EBUG по умолчанию отключен, для его подключения необходимо использовать команду

```
make -DEBUG ...
Отличие между вызовом
WASSERT(condition, ...)
и
if(!(condition)) WRAISE(...)
```

заключается в том, что при отключенном режиме отладке макрос WASSERT игнорируется полностью (включая проверку условия).

Макросы WARNIG и WRAISE работают всегда, вне зависимости от макроса EBUG.

2.1.4 Вывод информации со стека при обработке исключения

Макросы WEXC и WEXT выводят свои аргументы на стандартный поток ошибок std::cerr при обработке исключения. Типовой ситуацией является возбуждение исключения в C++ функции, вызываемой из Python, если модуль был собран при помощи шаблонного aiwlib/Makefile — в этом случае в Python происходит вызов стандартного обработчика исключений.

Выводятся только аргументы макросов WEXC и WEXT, размещенных на стеке **до** возбуждения исключения. Для каждого аргумента выводится значение, которое принимал аргумент в момент вызова макросов WEXC и WEXT.

В одной строке может использоваться только один макрос WEXC/WEXT — это связано с размещением в строке экземпляра класса aiw::DebugStackTupleFrame, с именем формируемым на основе номера строки. При этом копии аргументов макроса хранятся внутри экземпляра класса в виде std::tuple, сообщение формируется и выводится в std::cerr дестуктором экземпляра класса только при необходимости, если возникла исключительная ситуация

или сигнал SIGSEGV. Наличие исключительной ситуации проверяется при помощи фунцкии std::uncaught_exception().

Если режим отладки выключен (макрос EBUG не определен), макросы WEXC и WEXT игнорируются.

При работе макросов WEXC и WEXT экземпляры классов aiw::DebugStackTupleFrame размещаются на стеке, но макрос WEXT дополнительно размещается указатели на создаваемые экземпляры классов в глобальной таблице, что не является потокобезопасным. В случае возниковноения сигнала SIGSEGV (и если до этого была вызвана функция init_segfault_hook()), все зарегистристрированные в глобальной таблице экземпляры классов aiw::DebugStackTupleFrame выводят сообщения в поток stderr.

2.1.5 Детали реализации

Модуль debug это легкий (звголовчный файл около 100 строк и файл src/debug.cpp около 50-ти строк), независимый от остальных частей библиотеки aiwlib модуль.

Вывод выражений построен на рекурсивной функции

```
template <typename ... Args>
void aiw::debug_out(std::ostream& out, const char* str, Args ... args);
```

вызываемой из макросов, в качестве str подставляются аргументы макроса в виде строки и затем еще раз в виде аргументов (уже значений соответствующих выражений).

Функция aiw::debug_out paзбирает str по запятым, учитывая при этом скобки ()[]{}. При выводе сообщений от всех макросов метод потока вывода flush не вызывается.

2.2 Выделение и освобождение ресурсов в контейнерах и потоках ввода/вывода — модуль alloc

Для безопасного копирования экземпляров потоков ввода/вывода aiw::IOstream, контейнеров библиотеки aiwlib и освобождения ресурсов используются «умные» указатели std::shared_ptr.

В заголовочном файле alloc объявлен абстрактный класс aiw::BaseAlloc, предоставляющий интерфейс для работы с выделенными ресурсом (областью памяти или мапированным файлом). Класс имеет следующие методы

- void* get_addr() возвращает адрес контролируемой области памяти;
- size_t get_size() const возвращает размер контролируемой области памяти в байтах;
- virtual ~BaseAlloc(){} виртуальный деструктор;
- virtual size_t get_sizeof() const = 0 возвращает размер элемента (ячейки массива) в байтах.

Kласс template<T> aiw::MemAlloc является наследником класса aiw::BaseAlloc, и кроме перегрузки соответвующих методов предоставляет конструктор

```
template<typename ... Args> MemAlloc(size_t sz, Args ... args)
```

создающий в памяти массив размера ${\tt sz}$ из элементов типа ${\tt T}$ с аргументами конструктора ${\tt args}.$

Kласс aiw::MMapAlloc является наследником класса aiw::BaseAlloc, и кроме перегрузки соответвующих методов предоставляет конструктор

```
MMapAlloc(const std::shared_ptr<FILE> &pf, size_t sz, int flags)
```

мапирующий в память (с флагами flags) область размера size байт из файла pf от текущей позиции в файле.

Модуль alloc является легким (около 60-ти строк) файлом, зависящими только от модуля debug. Модуль alloc подключает и использует следующие библиотеки:

- aiwlib/debug генерация исключений;
- <memory> доступ к классу std::shared_ptr;
- <sys/mman.h>, <unistd.h>, <fcntl.h> мапирование файлов.

При кросс-компиляции под ОС Windows компилятором minGW необходимо указывать опцию -DMINGW, при этом библиотеки <sys/mman.h>, <unistd.h>, <fcntl.h> не подключаются и класс MMapAlloc является недоступным.

2.3 Потоки ввода/вывода — модули iosream, gzstream и binaryio

2.3.1 Общие замечания

При создании приложений численного моделирования потоки ввода/вывода std::iostream из стандартной библиотеки оказываются не всегда удобны. В частности желательно:

- 1. обеспечить максимально возможную производительность, особенно при бинарном вводе/выводе — в этом смысле потоки std::iostream сделаны не вполне оптимально;
- 2. иметь абстрактный базовый класс потока и его наследников для работы с обычными файлами и с файлами сжатыми библиотекой zlib.h такую возможность предоставляет например библиотека boost, но использование boost только ради потоков представляется черезмерным;
- 3. иметь возможность мапировать файл (стандартная функция mmap) при помощи метода потока, с текущей позиции, указав лишь размер области и режим, и обеспечивать при этом автоматическую сборку мусора;
- 4. иметь возможность применять для форматированного вывода типобезопасный аналог функций fprintf;
- 5. иметь возможность формировать имя файла в аргументах конструктора при помощи типобезопасного аналога функций fprintf;

6. использовать перегруженные операции <> для бинарного ввода/вывода — впрочем эта возможность может быть реализована и для std::iostream.

Библиотека aiwlib предоставляет свои потоки ввода/вывода — абстрактный класс aiw::I0stream и его наследников aiw::File (модуль iostream) и aiw::GzFile (модуль gsztream). В модуле binaryio перегружены операции < и > для бинарного ввода/вывода для большинства актуальных типов.

2.3.2 Типобезопесный форматированный вывод

Модуль iostream предоставляет функцию

```
template <typename S, typename ... Args>
void aiw::format2stream(S &&str, const char *format, Args ... args);
```

обеспечивающую типобезопасный форматированный вывод в поток str согласно строке format. Аргументы args подставляются вместо символов %. Для вывода символа % необходимо использовать строку %%. Может выводится любой аргумент х для которого определен оператор форматированного вывода str<<x.

2.3.3 Абстрактный класс aiw::IOstream

Абстрактный класс aiw::IOstream определен в заголовочном файле iostream.

Класс aiw::IOstream имеет поле std::string name, содержащее имя открытого файла. Класс предоставляет следующие методы:

- virtual ~IOstream(){} виртуальный деструктор;
- virtual void close() = 0 закрывает поток;
- virtual size_t tell() const = 0 возвращает текущую позицию в потоке;
- virtual void seek(size_t offset, int whence=0) = 0 устанавливает позицию в потоке относительно точки укзаываемой параметром whence, допустимые значения: 0 (SEEK_SET) начало файла, 1 (SEEK_CUR) текущая позиция, 2 (SEEK_END) конец файла;
- virtual size_t read(void* buf, size_t size) = 0 читает size байт в буфер buf из файла, возвращает число прочитанных байт;
- virtual size_t write(const void* buf, size_t size) = 0 записывает в файл size байт из буфера buf, возвращает число записанных байт;
- \bullet virtual void flush() = 0 принудительно сбрасывает содержимое буфера на диск;
- virtual std::shared_ptr<BaseAlloc> mmap(size_t size, bool write_mode=false) мапирует из файла область размерами size (начиная с текущей позиции), возвращает proxy—объект (см. описание модуля alloc), если мапирование невозможно (например при работе со сжатым файлом) происходит копирование соответствующей области в память, при этом мапирование с доступом на запись невозможно (если аргумент write_mode=true возбуждается исключение);

- virtual int printf(const char * format, ...) = 0 обеспечивает нетипобезобасный форматированный вывод при помощи фунцкии ::fprintf(...);
- template<typename...Args> IOstream& operator ()(const char *format, Args...args)
 обеспечивает типобезопасный форматированный вывод вызывая функцию
 aiw::format2stream(*this, format, args...);
- операторы форматированного вывода < и < для встроенных типов.

2.3.4 Класс aiw::File

Класс aiw::File определен в заголовочном файле iostream.

Класс aiw::File является наследником класса aiw::I0stream. Кроме перегрузки необходимых виртуальных методов класса aiw::I0stream, класс aiw::File предоставляет следующие методы:

- $File()\{\}$ конструктор по умолчанию, создает неактивный поток;
- template<typename...Args> void open(const char *format, const char *mode, Args...args) открывает файл в режиме mode с именем, формируемым на основе строки format и аргументов args при помощи функции aiw::format2stream();
- template<typename...Args> File(const char *format, const char *mode, Args...args) конструктор, открывает файл при помощи описанного выше метода open.

2.3.5 Kласс aiw::GzFile

Kласс aiw::GzFile определен в заголовочном файле gzstream.

Kласс aiw::GzFile является наследником класса aiw::I0stream. Кроме перегрузки необходимых виртуальных методов класса aiw::I0stream, класс aiw::GzFile предоставляет следующие методы:

- GzFile(){} конструктор по умолчанию, создает неактивный поток;
- template <typename ... Args> void open(const char *format, const char *mode, Args ... args) открывает файл в режиме mode с именем, формируемым на основе строки format и аргументов args при помощи функции aiw::format2stream();
- template<typename...Args> GzFile(const char *format, const char *mode, Args...args) конструктор, открывает файл при помощи описанного выше метода open.

2.3.6 Операторы бинарного ввода/вывода — модуль binaryio

Модуль binaryio предоставляет перегруженные операции < (для бинарного вывода) и > (для бинарного ввода) в потоки aiw::IOstream.

Встроенные типы, объекты std::complex<T> и вектора aiw::Vec выводятся обычным копированием «байт-в-байт».

Для типов std::vector, std::string, std::list, std::map сначала записывается размер контейнера (тип uint32_t для строк и uint64_t для остальных типов), затем содержимое контейнера.

Во избежании подключения лишних модулей, операции < и > в модуле binaryio для не встроенных типов перегружаются только если в единице трансляции был подключен заголовочный файл с определением соотвествующего типа до заголовочного файла binaryio.

Hапример, для перегрузки операций < и > для комплексных чисел std::complex<T>, заголовочный файл binaryio должен быть включен после заголовочного файла complex.

Допускается многократное включение заголовочного файла binaryio, при этом можно считать, что с точки зрения перегрузки операций < и > актуальным является последнее включение.

2.3.7 Детали реализации

Модули iostream (порядка 100 строк), gzstream (40 строк) и binaryio (порядка 100 строк) являются довольно легкими модулями, зависящими только от модулей debug и alloc. Модуль iostream подключает и использует следующие библиотеки:

- aiwlib/debug генерация исключений;
- ullet aiwlib/alloc доступ к объекту MMapAlloc при мапировании файлов;
- стандартная библиотека <cstdio> работа с файлами FILE*;
- стандартная библиотека <string> доступ к классу std::string.

Модуль gzstream подключает и использует следующие библиотеки:

- aiwlib/iostream доступ к абстрактному классу aiw::IOstream;
- стандартная библиотека <zlib.h> работа со сжатыми файлами gzFile.

Модуль binaryio подключает и использует следующие библиотеки:

• aiwlib/iostream — доступ к абстрактному классу aiw::IOstream.

2.4 Вектора и индексы — модуль чес

2.4.1 Общие замечания

Под вектором в декартовом пространстве размерности D понимается массив объектов (по умолчанию типа double) длиной D, в дальнейшем мы будем кратко обозначать их как \mathbf{a}_D , \mathbf{b}_D , \mathbf{c}_D или \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} если размерность очевидна. Вектора реализованы в виде параметризованного класса

template <int D, typename T=double> class Vec;

в заголовочном файле <aiwlib/vec>.

Под индексом понимается массив целых чисел (тип int) длиной D, в дальнейшем мы будем кратко обозначать их как $\mathfrak{m}_D,\mathfrak{n}_D,\mathfrak{l}_D$ или $\mathfrak{m},\mathfrak{n},\mathfrak{l}$ если размерность очевидна. Индексы реализованы в виде alias-а

```
template<int D> using Ind = Vec<D, int>;
```

в заголовочном файле <aiwlib/vec>.

Kpome того доступен alias

```
template<int D> using Vecf = Vec<D, float>;
```

Таким образом индексы и вектора имеют практически одинаковые наборы операций, поскольку являются по сути одним и тем же параметризованным классом, и все сказанное для векторов справделиво и для индексов. Для индексов дополнительно перегружены операции

```
template<int D> inline Ind<D>& operator ++ (Ind<D> &I);
template<int D> inline bool operator ^= (Ind<D> &pos, const Ind<D> &Up);
template<int D> inline Ind<D> operator % (size_t x, const Ind<D> &p);
```

применяющиеся для индексации и обхода *D*-мерной прямоугольной области.

Во всех бинарных операциях, при вызове конструкторов и операций копирования одномерный вектор трактуется как вектор произвольной размерности состоящий из одинаковых компонент.

Для инстацирования C++ векторов в Python при импорте модуля vec.py специальным образом подправляется таблица типов SWIG, в результате явного инстацирования (при помощи директивы %template в .i-файле) не требуется. Модуль vec.py предоставляет класс Vec, экземпляры которого в зависимости от типа и количества компонент трактуются как экземпляры соответствующих классов Vec в C++.

2.4.2 Конструкторы и порождающие функции

Для индексов и векторов реализованы следующие конструкторы — конструктор принимающий один аргумент для инициазалиции всех компонент, по умолчанию аргумент равен нулю:

```
explicit Vec(T val=0);
```

конструктор копирования:

```
template <class T2> Vec(const Vec<D, T2> &v);
```

конструктор принимающий D аргументов для иницализации:

```
template <typename ... Args> explicit Vec(const Args&... xxx);
```

конструктор принимающий одномерный вектор (трактуется как D-мерный вектор с одинаковыми компонентами):

```
Vec(const Vec<1, T> &v);
```

Кроме того реализованы порождающие функции

В Python для класса Vec реализован конструктор, принимающий произвольное число аргументов (компонент) либо кортеж, список или вектор значений компонент (объектов, допускающих приведение к типам bool/int/long/float/complex). Тип вектора по умолчанию равен double либо явно задается через именованный аргумент конструктора Т. Размерность вектора определятся по числу компонент, либо явно задается через именованный аргумент конструктора D. Реализована порождающая функция vec, возвращающая вектор с размерностью равной числу аргументов и типом определяемым на основе типа первого аргумента.

B Python классы Ind и Vecf определены как наследники класса Vec; определены прождающие функции ind и vecf.

Примеры использования (распространяются так же на классы Ind и Vecf):

```
C++:
```

```
Vec<3> a; // вектор с D=3, заполненный нулями.
Vec<5> b(1.); // вектор с D=5, заполненный единицами.
// вектора с D=7 и компонентами (1,2,3,4,5,6,7)
Vec<7> c = Vctr(1,2,3,4,5,6,7);
Vec<7> e = vec(1,2,3,4,5,6,7);
Vec<7> f(1,2,3,4,5,6,7);

Python:
a = Vec(D=3)  # вектор с D=3, заполненный нулями.
b = Vec(1, D=5)  # вектор с D=5, заполненный единицами.
# вектор с D=7 и компонентами (1,2,3,4,5,6,7)
c = Vec(1,2,3,4,5,6,7)
f = vec((1,2,3,4,5,6,7))
```

2.4.3 Арифметические операции и операции сравнения

Для всех арифметических операций, кроме операций вида OP=, тип результата (тип скаляра или тип компонент вектора) определяется на основе оператора decltype (в C++11, в Python такое поведение эмулируется). Например при сложении

```
Vec<3, int>(1,2,3)+Vec<3>(1.5, 2.5, 3.5) ==> Vec<3, double>(2.5, 4.5, 6.5)
```

Исключением из этого правила является лишь операция скалярного произведения индексов.

Все арифметические операции для векторов перегружены одинаково в C++ и Python.

Во всех операциях, где это имеет смысл, вектор единичной размерности может трактоваться как D-мерный вектор составленный из одинаковых компонент.

a h		~ <i>l</i>	a b		a + b
$\mathbf{a} = -\mathbf{b}$	\rightarrow	$a_i = -b_i$	ł		$a_i = +b_i$
$\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = b_i + c_i$	$\mathbf{b} += \mathbf{c}$	\rightarrow	$b_i = b_i + c_i$
$\mathbf{a} = \mathbf{b} - \mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = b_i - c_i$	$\mathbf{b} = \mathbf{c}$	\rightarrow	$b_i = b_i - c_i$
$\mathbf{a} = \mathbf{b} * x$	\rightarrow	$a_i = b_i x$	$\mathbf{b} *= x$	\rightarrow	$b_i = b_i x$
$\mathbf{a} = x * \mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = xc_i$			
$\mathbf{a} = \mathbf{b}/x$	\rightarrow	$a_i = b_i/x$	$\mathbf{b} /= x$	\rightarrow	$b_i = b_i/x$
$x = \mathbf{b} * \mathbf{c}$	\rightarrow	$x = \sum_{i} b_i c_i$			
$\mathbf{a} = \mathbf{b} \& \mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = b_i c_i$	$\mathbf{b} \& = \mathbf{c}$	\rightarrow	$b_i = b_i c_i$
$\mathbf{a} = \mathbf{b}/\mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = b_i/c_i$	$\mathbf{b} /\!\!= \mathbf{c}$	\rightarrow	$b_i = b_i/c_i$
$\mathbf{a} = x/\mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = x/c_i$			
$\mathbf{a} = \mathbf{b} \ll \mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = \min(b_i, c_i)$	$\mathbf{b} \ll = \mathbf{c}$	\rightarrow	$b_i = \min(b_i, c_i)$
$\mathbf{a} = \mathbf{b} \gg \mathbf{c}$	\rightarrow	$a_i = \max(b_i, c_i)$	$\mathbf{b}\gg=\mathbf{c}$	\rightarrow	$b_i = \max(b_i, c_i)$
$\mathbf{a}_3 = \mathbf{b}_3\%\mathbf{c}_3$	\rightarrow	$\mathbf{a}_3 = [\mathbf{b}_3 \times \mathbf{c}_3]$	$\mathfrak{l}=k\%\mathfrak{m}$		см. текст
$x = \mathbf{b}_2 \% \mathbf{c}_2$	\rightarrow	$x = b_0 c_1 - b_1 c_0$	$\mathfrak{l} = \mathfrak{m}$		см. текст
			$++\mathfrak{m}$	\rightarrow	$+ + m_0$
$q = \mathbf{b} == \mathbf{c}$	\rightarrow	$q = (b_i = c_i \forall i)$	$q = \mathbf{b} ! = \mathbf{c}$	\rightarrow	$q = (\exists i)b_i \neq c_i$
$q = \mathbf{b} < \mathbf{c}$	\rightarrow	$q = (b_i < c_i \forall i)$	$q = \mathbf{b} \le \mathbf{c}$	\rightarrow	$q = (b_i \le c_i \forall i)$
$q = \mathbf{b} > \mathbf{c}$	\rightarrow	$q = (b_i > c_i \forall i)$	$q = \mathbf{b} > = \mathbf{c}$	\rightarrow	$q = (b_i \ge c_i \forall i)$
$q = \mathtt{bool}(\mathbf{b})$	\rightarrow	$q = (\exists i)b_i \neq 0$	$q = !\mathbf{b}$	\rightarrow	$q = (b_i = 0 \forall i)$

Таблица 2.1: Арифметические операции и операции сравнения класса Vec<D,T>

$x = \mathbf{b}[i]$	\rightarrow	$x = b_i$	$\mathbf{a}[i] = x$	\rightarrow	$a_i = x$
$x = (\mathbf{a}_D).periodic(i)$	\rightarrow	$x = \mathbf{a}_{(i\%D)}$	$(\mathbf{a}_D).\mathtt{periodic}(i) = x$	\rightarrow	$\mathbf{a}_{(i\%D)} = x$
$\mathbf{a}_{D+1} = \mathbf{b}_D x$	\rightarrow	$a_i = b_i, a_D = x$	$\mathbf{a}_D = \mathbf{b}_E(\mathfrak{m}_D)$	\rightarrow	$a_i = b_{\mathfrak{m}_i}$
$\mathbf{a}_{D+1} = x \mathbf{b}_D$	\rightarrow	$a_0 = x, a_{i+1} = b_i$	$\mathbf{a}_D = \mathbf{b}_E(k_1,k_D)$	\rightarrow	$a_i = b_{k_i}$
$\mathbf{a}_{D_1+D_2}=\mathbf{b}_{D_1} \mathbf{c}_{D_2}$	\rightarrow	$a_i = b_i, \ a_{(i+D_1)} = c_i$	$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{circ}(k)$	\rightarrow	$a_i = b_{((i+k)\%D)}$
$x = \mathbf{b}.\mathtt{abs}()$	\rightarrow	$x = \sqrt{\sum_i b_i^2}$	$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{ceil}()$	\rightarrow	$a_i = :: \mathtt{ceil}(b_i)$
$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{fabs}()$	\rightarrow	$a_i = b_i $	$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{floor}()$	\rightarrow	$a_i = :: \mathtt{floor}(b_i)$
$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{pow}(k)$	\rightarrow	$a_i = b_i^k$	$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{round}()$	\rightarrow	$a_i = :: \mathtt{round}(b_i)$
$x = \mathbf{b}.\mathtt{sum}()$	\rightarrow	$x = \sum_{i} b_{i}$	$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{fmod}(x)$	\rightarrow	$a_i = :: \mathtt{fmod}(b_i, x)$
$x = \mathbf{b}.\mathtt{prod}()$	\rightarrow	$x = \prod_{i} b_{i}$	$\mathbf{a} = \mathbf{b}.\mathtt{fmod}(\mathbf{c})$	\rightarrow	$a_i = :: \! \mathtt{fmod}(b_i, c_i)$
$x = \mathbf{b}.min()$	\rightarrow	$x = \min b_i$	$\mathfrak{m} = \mathrm{b.nan}()$	\rightarrow	$m_i = ext{::isnan}(b_i)$
$x = \mathbf{b}.\mathtt{max}()$	\rightarrow	$x = \max b_i$	$\mathfrak{m}=\mathrm{b.inf}$ ()	\rightarrow	$m_i = ext{::isinf}(b_i)$
$k = \mathbf{b}.imin()$	\rightarrow	$x = \arg\min_i b_i$	$q = \mathbf{b}.\mathtt{cknan}()$	\rightarrow	$q = (\exists i) :: \mathtt{isnan}(b_i)$
$k = \mathbf{b}.\mathtt{imax}()$	\rightarrow	$x = \arg\max_i b_i$	$q = \mathbf{b}.\mathtt{ckinf}()$	\rightarrow	$q=(\exists i) ext{::} ext{isinf}(b_i)$

Таблица 2.2: Операции и методы для доступа к элементу, изменения размерности и различные преобразования класса Vec<D,T>

Традиционно для векторов перегружены операции +, -, +=, -=, операции умножения на скаляр ($\mathbf{a} * x, x * \mathbf{a}$ и $\mathbf{a} * = x$), операции деления вектора на скаляр (\mathbf{a}/x и $\mathbf{a}/=x$), операция доступа к элементу [].

Операция умножения * вектора на вектор перегружена как скалярное произведение векторов¹. Для индексов операция скалярного умножения возвращает тип int64_t во избежании переполнения int32_t при индексации многомерных массивов.

Операции \mathbf{a}/\mathbf{b} , $\mathbf{a}/=\mathbf{b}$, $\mathbf{a}\&\mathbf{b}$ и $\mathbf{a}\&=\mathbf{b}$ перегружены как покомпонетное деление и умножение векторов.

Перегружены операторы побитового сдвига $\ll,\gg,\ll=,\gg=$. Выражение $c=a\ll b$ интерпретируется как покомпонетный результат вычисления выражения $c_i=\min(a_i,b_i)$. Такие операторы позволяют эффективно определять границы области значений множества векторов.

Сравнение векторов проводится нетрадиционным образом. Перегружены операторы <, >, <=, >=, ==, !=. Считается, что $\mathbf{a} < \mathbf{b}$ при $a_i < b_i$ $\forall i$ и $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$ при $a_i \leq b_i$ $\forall i$. Аналогично, $\mathbf{a} > \mathbf{b}$ при $a_i > b_i$ $\forall i$ и $\mathbf{a} \geq \mathbf{b}$ при $a_i \geq b_i$ $\forall i$. Такие операции сравнения позволяют эффективно задавать прямоугольные области как множество индексов/векторов \mathbf{x} удовлетворяющих условию $\mathbf{a} < \mathbf{x} < \mathbf{b}$.

Для использования векторов в качестве ключей контейнера std::map библиотеки STL специализирована структура std::less, сравнивающая вектора в обратном лексикографическом порядке. Во избежании влияния ошибок округления, структура std::less для векторов использует структуры std::less специализированные для типа компонент вектора. В частности, для double и float в модуле vec специализированны структуры std::less, не учитывающие при сравнении последний байт (для float) и последние два байта (для double) мантиссы.

Для использования векторов в качестве ключей словаря Python реализован метод __hash__, возвращающий hash—значение кортежа, составленного из компонент вектора.

Реализован оператор приведения вектора к типу bool (возвращает истину если хотя бы одна компонента не равна нулю) и оператор отрицания ! (возвращает истину если все компоненты равны нулю).

Для двумерных и трехмерных векторов перегружена операция % как операция векторного умножения.

Для индексов перегружена операция

```
Ind<D> operator % (size_t x, const Ind<D> &m);
```

возвращающая индекс — позицию i—го (по счету) элемента в D—мерной области размера \mathfrak{m} , первая компонента считается самой быстрой осью. Операция может использоваться для организации обхода D—мерной области в одном цикле:

```
Ind<D> m = ...;
size_t sz = m.prod();
for(size_t i=0; i<sz; ++i){
    Ind<D> pos = i%m;
    ...
}
```

 $^{^{1}\}mathrm{B}$ отличии от системы Matlab транспонирования вектора при этом не требуется

Операция относительно дорогая и такой вариант не очень эффективен, но зато цикл может быть легко распараллелен средствами библиотеки OpenMP.

Для эффективного обхода D–мерных областей в C++ у индексов перегружены операции префиксного инкремента и $\hat{}=:$

```
Ind<D>& operator ++ (Ind<D> &1);
bool operator ^= (Ind<D> &1, const Ind<D> &m);
```

Операция инкремента всегда увеличивает нулевую компоненту индекса. Операция $\Gamma = \mathfrak{m}$ проверяет, не вышла ли нулевая компонента индекса Γ за размеры области \mathfrak{m} (правая граница не включается) — при необходимости компонента обнуляется, следующая компонента инкрементируется и проверяется ее выход за пределы области. Оператор возвращает истину, если проверенный (и измененный при необходимости) индекс находится внутри области, и ложь если индекс вышел за пределы области (стал равен \mathfrak{m}). Обход области выглядит как

```
Ind<D> m = ...;
for(Ind<D> 1=0; 1^=m; ++1){ ... }
```

Такой обход куда эффективнее, но не может быть легко распараллелен средствами библиотеки OpenMP.

Арифметические операции и операции сравнения приведены в таблице 2.1.

2.4.4 Операции и методы для доступа к элементу, изменения размерности и различные преобразования

Для доступа к элементу традиционно перегружена операция [], в C++ при включенном режиме отладки (опция debug=on при вызове make либо опция -DEBUG компилятора) проверяется корректность номера компоненты вектора. В Python для операции [] традиционно реализовано взятие среза и адресация с конца при отрицательном значении аргумента. Кроме того, в C++ реализован метод

```
T periodic(int i) const;
T& periodic(int i);
```

использующий положительный отстаток от деления i на размерность вектора.

Метод

```
Vec circ(int 1) const;
```

возвращает вектор с циклически переставленными на l позиций компонентами.

Операция I (побитовое или) обеспечивает «склейку» числа и вектора, вектора и числа или двух векторов.

Операция () принимает номера компонент вектора (произвольное количество аргументов) либо индекс произвольной длины с номерами компонент вектора (в Python так же список и кортеж), и возвращает вектор составленный из указанных компонент.

Meтод abs() возвращает модуль (длину) вектора как корень из суммы квадратов компонент.

Метод pow(n) возвращает вектор покомпонентно возведенный в степень n. Предоставляется эффективная реализация для целочисленных степеней, как положительных так и отрицательных.

Meтоды fabs(), ceil(), floor(), round() возвращают вектор с результатами покомпонетного применения соответствующих функций библиотеки math.h.

Метод fmod(y) принимает скаляр либо вектор и возвращает вектор с результатами покомпонетного применения функции ::fmod(x, y) библиотеки math.h, тип результирующего вектора опеределяется на основе оператора decltype (в C++11, в Python такое поведение эмулируется).

Методы sum() и prod() возвращают скаляр — сумму и произведение компонент вектора. На случай расчета размера больших D-мерных прямоугольных областей, во избежании переполнения $int32_t$, предоставляется метод

template <typename T2> inline void prod(T2 &res) const;

Методы min() и max() возвращают значение минимальной и максимальной компоненты вектора. Методы imin() и imax() возвращают номер минимальной и максимальной компоненты вектора (первой по счету из минимальной/максимальной, если есть компоненты с одинаковыми значениями).

Методы nan() и inf() возвращают индекс, содержащий результаты проверки компонент вектора при помощи функций ::isnan() и ::isinf() библиотеки math.h. Методы cknan() и ckinf() возвращают истину, если хотя бы одна из компонент вектора содержит значение NAN или INF (проверяется функциями ::isnan() и ::isinf() библиотеки math.h).

Операции и методы для доступа к элементу, изменения размерности и различные преобразования приведены в таблице 2.2.

2.4.5 Другие операции и методы

Для сериализации векторов в Python перегружены специальные методы __get/setstate__.

Для векторов перегружены операции форматированного ввода/вывода в потоки std::iostream и операция форматированного вывода в потоки aiw::IOstream.

Для векторов перегружены операции бинарного ввода/вывода <> в потоки aiw::IOstream.

2.4.6 Детали реализации

При написании модуля vec основной проблемой являлась необходимость инстацирования шаблона Vec в Python при помощи SWIG. Ситуация усугублялась тем, что модуль vec написан с широким использованием возможностей C++11 (шаблонов с переменным числом аргументов, оператора decltype, принципа SFINAE) — в момент написания модуля утилита SWIG эти возможности не поддерживала. Кроме того, сама необходимость инстацирования большого числа шаблонов Vec с разными наборами параметров существенно усложняла сборку и эксплуатацию библиотеки.

В итоге было решено отказаться от прямого инстацирования шаблонов Vec при помощи директивы %template утилиты SWIG. Вместо этого на Python был написан отдельный модуль vec.py, использующий служебный класс PVec и несколько функций из заголовочного файла aiwlib/swig. При импорте модуль vec.py анализирует таблицу типов SWIG и устанавливает

дополнительные связи между всеми использованиями шаблонов Vec в импортируемом C++-коде и служебным классом PVec. В итоге, поведение шаблонов класса Vec полностью эмулируется в Python, единственным ограничением является размер вектора в памяти, ограниченный размером памяти выделяемой под класс PVec — в настоящий момент он не должен превышать 1024 байта.

Для корректной работы с C++ методами имеющими аргументы (возвращающими значения) и переменными типа Vec, достаточно проимпортировать модуль aiwlib.vec как

```
import aiwlib.vec
```

или

```
from aiwlib.vec import *
```

Для удобства работы рекомендуется второй вариант, хотя и в первом варианте переменные и возвращаемые значения типа Vec оказываются полностью работоспособными в Python.

Модуль vec подключает и использует следующие библиотеки:

- <math.h> стандартные математические функции;
- "aiwlib/debug" средства отладки (проверка диапазона номеров компонент).

2.5 Равномерные многомерные прямоугольные (картезианские) сетки — модуль mesh

2.5.1 Общие замечания

Равномерные прямоугольные сетки реализованы в заголовочном файле **<aiwlib/mesh>** в виде параметризованного класса **Mesh<**T, D>, где T — тип ячейки массива, D — размерность массива.

Многомерные сетки поддерживают настройку осей координат — для каждой оси могут быть заданы пределы, шаг и опционально логарифмический масштаб. Поддерживается обращение к ячейкам сетки как по индексу (номеру по всем осям) так и по координате, которая пересчитывается в индекс на основе настроек осей. Кроме того, возможно использование интерполяции различных порядков, задание периодических граничных условий, продолжение сетки за область ее определения на основе граничных значений.

Многомерная сетка (массив) эмулируется при помощи одномерного массива, смещение в котором пересчитывается с учетом размеров многомерной области. Предоставляются средства для организации эффективного обхода содержимого сетки с учетом локальности данных.

Многомерные сетки aiw:: Mesh обеспечивают упорядоченный доступ к некоторому участку памяти. Возможно создание сеток с другими размерами, обеспечивающих доступ к тому же участку. В частности, конструкторы копирования сеток не выделяют новых участков памяти под данные — копии ссылаются на тот же участок. Сборка мусора призводится на основе подсчета ссылок. С одной стороны это существенно ускоряет копирование объектов, с другой стороны копии не являются независимыми, т.е. изменение данных в одной копии влечет за

собой изменение всех остальных копий. Для полноценного копирования с выделением нового участка памяти под данные используется метод сору().

Многомерные сетки допускают проведение ряда преобразований — разворот и изменение порядка нумерации осей координат, вырезание подобластей, построение срезов и т.д. При этом не происходит копирование данных исходной сетки, а лишь предоставляется альтернативный способ доступа к исходным данным, что открывает широкие возможности для манипуляций с данными.

Многомерные сетки обеспечивают запись и чтение данных на диск в бинарном формате (сейчас используется старый формат библиотеки aivlib) и форматированный вывод данных в текстовом виде для gnuplot.

2.5.2 Поля и методы для получения информации о сетке

Класс Mesh< T, D > содежит следующие открытые поля:

```
std::string head; // произвольный текстовый заголовок

T out_value; // значение (ячейка) за пределами сетки

aiw::Vec<D> bmin; // координаты левого нижнего угла области

aiw::Vec<D> bmax; // координаты правого верхнего угла области

aiw::Vec<D> step; // размер ячейки сетки

aiw::Vec<D> rstep; // обратный размер ячейки

int logscale; // битовая маска отмечающая логарифмические масштабы осей
```

Класс Mesh < T, D > предоставляет следующие методы для получения информации о состоянии сетки

```
size_t size() const; // общее число элементов сетки aiw::Ind<D> bbox() const; // размеры сетки по всем осям size_t mem_size() const; // размер области памяти в ячейках size_t mem_sizeof() const; // размер ячейки в байтах
```

Mетоды mem_size() и mem_sizeof() выдают информацию об области памяти сетки без учета проведенных преобразований.

2.5.3 Инициализация сетки и настройка осей

Для настройки осей сетки предназначен метод

```
void set_axes(const aiw::Vec<D> &bmin, const aiw::Vec<D> &bmax, int logscale=0);
```

Метод настраивает оси на основе текущих размеров сетки в ячейках.

Для инициализации сетки (выделения памяти) служат методы

Вторая версия метода init производит настройку осей после выделения памяти. Первая версия метода init настраивает оси по умолчанию — размеры области от нуля до box (шаг равен еденице), логарифмического масштаба нет.

Каждый вызов метода init приводит к выделению новой области памяти под данные, однако старая область памяти может оказаться используемой другой сеткой и не обязательно будет освобождена, см. раздел 2.5.6

Все настройки осей хранятся в открытых полях bmin, bmax, step, rstep и logscale. Несогласованное изменение этих полей может привести к некорректному преобразованию координат точки в индекс ячейки сетки.

Кроме того, для настройки граничных условий и интерполяции используются поля

```
int periodic; // битовая маска, задающая периодические граничные условия для осей Ind<2> bound_min, bound_max; // битовые маски, задающие обработку границ слева/справа // 0 - ничего не делать (при выходе за границу выкидывает искл // 1,0 - возвращает out_value // 1,1 - возвращает крайнее значение Ind<3> Itype; // битовые маски, задающие типы интерполяции по осям: // 0 - без интерполяции, 1,0 - линейная, 1,1,0 - кубическая, 1,1,1 - В-с
```

2.5.4 Доступ к ячейкам

Сетки обеспечивают доступ к ячейкам по координате (вектору) или индексу (набору номеров ячейки по всем осям).

Базовыми являются методы

```
inline aiw::Ind<D> coord2pos(const aiw::Vec<D> &r) const;
inline double pos2coord(int pos, int axe) const;
inline aiw::Vec<D> pos2coord(const aiw::Ind<D> &p) const;
inline aiw::Vec<D> cell_angle(const aiw::Ind<D> &p, bool up) const;
```

пересчитывающие координаты в индексы и обратно согласно настройкам осей. Метод pos2coord возвращает координаты центра ячейки. Метод cell_angle в зависимости от аргумента up возвращает координаты левого нижнего или правого верхнего угла ячейки.

Для доступа к ячейкам служат методы

```
inline const T& get(const aiw::Ind<D> &pos) const;
inline const T& get(const aiw::Vec<D> &r) const;
```

В зависимости от значений полей periodic, bound_min и bound_max при промахе (выходе за границы сетки) реализуются периодические граничные условия (если поднят соответствующий бит маски periodic), выкидывается исключение (если не поднят соответствующий бит в маске bound_min/max[0]), обеспечивается доступ к полю out_value (если поднят соответствующий бит в маске bound_min/max[0]) либо к граничной ячейке (если поднят соответствующий бит в маске bound_min/max[1]). В настоящий момент функция get обеспечивает довольно гибкое управление поведением сетки при промахах, но при этом проводиться довольно проверок.

Метод доступа по вектору требует дополнительных вычислений для перевода вектора в индекс ячейки. При промахе (если вектор попадает за пределы обоасти сетки) обеспечивается доступ к открытому полю сетки out_value.

Для традиционного доступа в С++ перегружены операции

Для реализации доступа с периодическими граничными условиями предназначены методы²

```
template<int P> inline const T& periodic_bc(Ind<D> pos) const;
template<int P> inline T& periodic_bc(Ind<D> pos);
```

где P — битовая маска, указывающая по каким осям необходимо создать периодичность. Например P=5 задаст периодические граничные условия по осям x и z. Методы periodic_bc корректируют компоненты индекса по тем осям, для которых указаны периодические граничные условия, и затем вызывают метод get.

Для интерполяции перегружена операция

```
inline T operator () (const aiw::Vec<D> &r) const;
```

тип интерполяции задается при помощи битовых масок Ind<3> Itype, при этом используются функции из модуля interpolations (см. 2.6). Соответствующие некоторой оси ахе биты в Itype означают: Itype[0]&(1<<axe)==0 — интерполяция нулевого порядка (кусочно-постоянная в рамках ячейки), Itype[0]&(1<<axe)==1, Itype[1]&(1<<axe)==0 — линейная интерполяция между центрами ячеек, Itype[0]&(1<<axe)==1, Itype[1]&(1<<axe)==1, Itype[2]&(1<<axe)=1 - кубический в—сплайн.

При интерполяции на границе сетки важны настройки periodic и bound_min/max. Функции из модуля interpolations не пороверяют выход за границы, поэтому при bound_min/max[0]&(1<<axe)=возможна генерация исключения.

2.5.5 Обход сетки

Для оптимального обхода сетки предназначены методы

```
inline aiw::Ind<D> inbox(size_t offset) const;
inline aiw::Ind<D> first() const;
inline bool next(aiw::Ind<D> &pos) const;
```

 $^{^{2}}$ Пока оставлено для обратной совместимости

Метод inbox преобразует номер элемента сетки (от начала области памяти) в его индекс. Для непреобразованной сетки его результат будет совпадать с результатами операции offset%bbox(), однако для преобразованной сетки это может быть неверно. Метод inbox является относительно дорогостоящим, но обеспечивает оптимальный (с точки зрения локальности данных) порядок обхода сетки и позволяет легко распараллеливать циклы обходы средствами библиотеки OpenMP

```
Mesh<T,D> M;
...
size_t sz = M.size();
#pragma omp parallel for
for(size_t i=0; i<sz; ++i){
    Ind<D> pos = M.inbox(i);
    ...
}
```

Аналогичный порядок обхода (с меньшими накладными расходами, но без такого простого распараллеивания) можно получить при помощи конструкции

```
Ind<D> pos=M.first();
do{...} while(M.next(pos));
```

Для непреобразованных сеток этот обход экивалентен конструкции

```
for(Ind<D> pos; pos^=M.bbox(); ++pos){...}
```

но после преобразований такой вариант может оказаться неэффективным.

2.5.6 Преобразования сеток

Для преобразования сеток служат методы

```
Mesh flip(int a, bool axe=true) const;
Mesh transpose(int a, int b) const;
Mesh crop(aiw::Ind<D> 1, aiw::Ind<D> m, aiw::Ind<D> n=Ind<D>(1)) const;
template <class T2, int D2>
    Mesh<T2, D2> slice(Ind<D> pos, size_t offset_in_cell) const;
```

Все эти методы не приводят к выделению новых областей памяти для данных сетки, а лишь создают альтернативные способы доступа к уже выделенной памяти в исходной сетке. После создания преобразованной сетки исходная сетка может быть удалена/перенициализирована, однако освобождение памяти произойдет лишь после уничтожения/перенициализации всех преобразованных сеток. Сборка мусора осуществляется при помощи подсчета ссылок на основе указателя std::shared_ptr<BaseAlloc>, исходная сетка и построенные на ее основе преобразованные сетки являются равноправными владельцами выделенной под данные памяти.

Метод flip(int a, bool axe=true) разворачивает (отражает) ось a, параметр аxe указывает следует ли преобразовать так же настройки оси (пределы и шаг).

Метод transpose(int a, int b) меняет оси a и b местами, при этом преобразуются так же настройки осей.

Метод crop(aiw::Ind<D> 1, aiw::Ind<D> m, aiw::Ind<D> n=Ind<D>(1)) вырезает фрагмент сетки с левым нижним углом в ячейке \mathfrak{l} , правым верхним углом в ячейке \mathfrak{m} , правая верхняя граница не включается. При задании \mathfrak{l} и \mathfrak{m} допускается использовать отрицательные значения, которые отсчистываются от верхней границы (размера сетки) по соответствующей оси. Необязательный параметр \mathfrak{n} позволяет задать шаг, т.е. использовать каждую \mathfrak{n} —ю ячейку внутри указанной области.

Metog slice<D2, T2>(Ind<D> pos, size_t offset_in_cell) позволяет строить срезы — уменьшать размерность сетки и изменять тип хранимых данных, например составляя новую сетку из отдельных полей структуры хранящейся в исходной сетке.

Для уменьшения размерности необходимо указать в аргументе роз значения -1 по тем осям, которые должны войти в срез (ровно D_2 штук), и положение среза по остальным осям.

Для измения типа данных необходимо указать новый тип и сдвиг данных внутри исходной структуры в байтах. Следует с осторожностью использовать этот вариант вызова метода slice, поскольку неверно вычисленное смещение может привести к непредсказуемым результатам. Допустим есть стуктура

```
struct Cell{ double a, b; int c[10];};
```

для которой создана сетка Mesh<Cell, 2> A; Тогда, вызов

```
Mesh<int,1> B = A.slice<1, int>(Indx(10,-1), 2*8+2*4);
```

создаєт срез В в виде одномерного массива развернутого по оси y, проходящего через десятые ячейки по оси x, и обеспечивающий доступ к полям с [2] соответствующих ячеек.

В настоящий момент метод slice доступен из Python-а как семейство методов

```
sliceX(self, pos, offset=0)
```

где X пробегает значения от 1 до D-1. Таким образом в Python возможно построение срезов, но невозможно изменение типа ячейки 3 .

2.5.7 Сохранение и загрузка сеток

Для сохранения и загрузки содержимого сеток в бинарном формате предназначены методы

```
void dump(aiw::IOstream &&S) const;
void load(aiw::IOstream &&S, int use_mmap=0);
void dump(aiw::IOstream &S) const;
void load(aiw::IOstream &S, int use_mmap=0);
```

В настоящий момент используется старый формат библиотеки aivlib. Необязательны параметр use_mmap указывает на использование мапирования файла, 0 — не использовать мапирование, 1 — мапировать файл только на чтение, 2 — мапировать файл на чтение и запись.

Кроме того перегружены операции <> для бинарного ввода/вывода

³Поскольку изменение типа ячейки невозможно, изначальный смысл аргумента offset в Python теряется, однако возможны экзотические ситуации когда этот аргумент все же будет востребован

Аргумент coords содержит режимы вывода для каждой из координатных осей, возможны следующие режимы:

- 0 выводить значения из сетки вдоль оси в одну строку через пробел;
- 1 выводить номер ячейки;
- 2 выводить координату центра ячейки;
- 3 не выводить ни номер ячейки ни координату центра ячейки;
- +4 не выводить пустую строку при изменении номера ячейки, не влияет на режим 0.

Аргумент prefix задает префикс перед каждой (не пустой) строкой при выводе. Для загрузки сеток из .dat-файлов используется C++ модуль dat2mesh (см. раздел 2.7).

Для сериализации сеток при помощи модуля pickle в Python реализованы методы

```
std::string __getstate__() const;
void __C_setstate__(const std::string &state);
```

2.5.8 Другие методы

Для получения копии сетки (с отдельной областью памяти) предназначен метод

```
Mesh copy() const;
```

Новая сетка является упорядоченной, в ее память переносятся лишь те данные, к которым обеспечивала доступ исходная сетка.

Для заполнения сетки предназначены методы

```
void fill(const T &x);
template <typename T2> void fill(const Mesh<T2, D> &M);
void fill(const Mesh &M);
void fill(aiw::IOstream &&S);
void fill(aiw::IOstream &S);
```

Метод fill(const T &x) заполняет все яячейки значением x.

Метод fill(const Mesh<T2, D> &M) копирует в сетку содержимое сетки M, при этом должен существовать оператор приведения типа T_2 к T. Если размеры (в ячейках) заполняемой сетки и сетки M не совпадают, копируются данные лишь из области пересечения сеток.

Metog fill(aiw::IOstream) загружает сетку из потока (при этом предполагается что тип данных совпадает с заполняемой сеткой), и вызывает метод fill(const Mesh &M).

Метод $min_max(T \&a, T \&b, aiw::Ind<D> &pos_a, aiw::Ind<D> &pos_b)$ находит минимальное a и максимальное b значения в ячейках сетки, а так же их индексы.

2.5.9 Инстацирование в Python

Для каждого набора параметров шаблон сетки должен быть инстацирован в питон при помомщи утилиты make. Для этого в директории библиотеки aiwlib надо набрать команду

make MeshXXX-T-D

где MeshXXX — имя инстацируемого шаблона в Python (оно же имя модуля содержащего инстацированный шаблон), T — тип данных ячейки в C++, D — размерность. Например команда

make MeshF3-float-3

создаст модуль MeshF3 содержащий класс MeshF3 отвечающий шаблону Mesh<float,3>.

2.6 Различные варинаты интерполяции — модуль inteportations

2.6.1 Локальный кубический сплайн

Локальный кубический сплайн строится по четырем отсчетам интерполируемой функции $f_{-1,0,1,2}$ как

$$\widetilde{f}(x) = \sum_{i=-1}^{2} W_i(x) f_i = \sum_{j=0}^{3} S_j x^j, \qquad x \in [0, 1].$$

При этом должны выполняться следующие условия

$$\widetilde{f}(0) = f_0, \qquad \widetilde{f}(1) = f_1, \qquad \widetilde{f}'(0) = \frac{f_1 - f_{-1}}{2}, \qquad \widetilde{f}'(1) = \frac{f_2 - f_0}{2},$$

что дает в итоге СЛАУ на коэффициенты S_i :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{S} = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \frac{f_1 - f_{-1}}{2} \\ \frac{f_2 - f_0}{2} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \frac{f_1 - f_{-1}}{2} \\ \frac{f_2 - f_0}{2} \end{pmatrix},$$

откуда

$$\widetilde{f} = f_0 + \frac{f_1 - f_{-1}}{2}x + \left[-3f_0 + 3f_1 + f_{-1} - f_1 + \frac{f_0 - f_2}{2} \right]x^2 + \left[2f_0 - 2f_1 + \frac{f_1 - f_{-1} + f_2 - f_0}{2} \right]x^3 = \left(-\frac{x}{2} + x^2 - \frac{x^3}{2} \right)f_{-1} + \left(1 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{3}{2}x^3 \right)f_0 + \left(\frac{x}{2} + 2x^2 - \frac{3}{2}x^3 \right)f_1 + \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} \right)f_2.$$

Веса при $f_{-1...2}$ рассчитываются при помощи функции C++ модуля interpolations inline Vec<4> interpolate_cube_weights(double x);

2.6.2 Кубический В-сплайн

Фрагмент кубического B-сплайна на участке $[x_i, x_{i+1}]$ определяется как

$$\widetilde{f}(x) = \sum_{i=j-1}^{j+2} f_i N_{i,4}(x), \qquad x \in [0,1],$$

где 4 на равномерной сетке по x, при $x_{i+1}-x_i=1 \forall i$

$$\begin{split} N_{i,k}(x) &= \frac{\left(x - x_{i - \frac{k}{2}}\right) N_{i - \frac{1}{2},k - 1}(x) + \left(x_{i + \frac{k}{2}} - x\right) N_{i + \frac{1}{2},k - 1}(x)}{k - 1} = \\ &= \frac{\chi_{-k} N_{i - \frac{1}{2},k - 1} - \chi_k N_{i + \frac{1}{2},k - 1}(x)}{k - 1}, \qquad N_{i,1}(x) \equiv \Pi_i = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & x_{i - \frac{1}{2}} \leq x < x_{i + \frac{1}{2}}, \\ 0, & \text{else}, \end{array} \right. \end{split}$$

где $\chi_k = x - x_{i + \frac{k}{2}}$. Тогда, с учетом того что $x - \left(x_{i + \frac{k}{2}} + \Delta\right) = \chi_{k + 2\Delta}$, получаем

$$N_{i,2}(x) = \chi_{-2} \Pi_{i - \frac{1}{2}} - \chi_2 \Pi_{i + \frac{1}{2}},$$

$$\begin{split} N_{i,3}(x) &= \frac{\chi_{-3} N_{i-\frac{1}{2},2} - \chi_3 N_{i+\frac{1}{2},2}}{2} = \frac{1}{2} \bigg\{ \chi_{-3} \Big[\chi_{-3} \Pi_{i-1} - \chi_1 \Pi_i \Big] - \chi_3 \Big[\chi_{-1} \Pi_i - \chi_3 \Pi_{i+1} \Big] \bigg\} = \\ &= \frac{1}{2} \bigg\{ \chi_{-3}^2 \Pi_{i-1} - \Big[\chi_{-3} \chi_1 + \chi_{-1} \chi_3 \Big] \Pi_i + \chi_3^2 \Pi_{i+1} \bigg\}, \end{split}$$

$$\begin{split} N_{i,4}(x) &= \frac{\chi_{-4}N_{i-\frac{1}{2},3} - \chi_{4}N_{i+\frac{1}{2},3}}{3} = \frac{1}{6} \bigg\{ \chi_{-4}^{3}\Pi_{i-\frac{3}{2}} - \chi_{-4} \Big[\chi_{-4}\chi_{0} + \chi_{-2}\chi_{2} \Big] \Pi_{i-\frac{1}{2}} + \chi_{-4}\chi_{2}^{2}\Pi_{i+\frac{1}{2}} - \\ &- \chi_{-2}^{2}\chi_{4}\Pi_{i-\frac{1}{2}} + \Big[\chi_{-2}\chi_{2} + \chi_{0}\chi_{4} \Big] \chi_{4}\Pi_{i+\frac{1}{2}} - \chi_{4}^{3}\Pi_{i+\frac{3}{2}} \bigg\} = \\ &= \frac{1}{6} \bigg\{ \chi_{-4}^{3}\Pi_{i-\frac{3}{2}} - \Big[\chi_{-4}^{2}\chi_{0} + \chi_{-4}\chi_{-2}\chi_{2} + \chi_{-2}^{2}\chi_{4} \Big] \Pi_{i-\frac{1}{2}} + \Big[\chi_{-4}\chi_{2}^{2} + \chi_{-2}\chi_{2}\chi_{4} + \chi_{0}\chi_{4}^{2} \Big] \Pi_{i+\frac{1}{2}} - \chi_{4}^{3}\Pi_{i+\frac{3}{2}} \bigg\}. \end{split}$$

В итоге получаем

$$\widetilde{f} = \frac{1}{6} \left\{ -\chi_2^3 f_{-1} + \left[\chi_{-4} \chi_2^2 + \chi_{-2} \chi_2 \chi_4 + \chi_0 \chi_4^2 \right] f_0 - \left[\chi_{-2}^2 \chi_2 + \chi_{-2} \chi_0 \chi_4 + \chi_0^2 \chi_6 \right] f_1 + \chi_0^3 f_2 \right\},$$

или после преобразований в maxima:

$$\chi_{-4}\chi_2^2 + \chi_{-2}\chi_2\chi_4 + \chi_0\chi_4^2 \to$$

 $^{^4}$ почему то во всех источниках выражения для $N_{i,k}$ сдвинуты вперед на единицу, что приводит к ассиметрии. На самом деле центр функции $N_{i,k}$ должен совпадать с точкой x_i ?

$$\chi_{-2}^2\chi_2 + \chi_{-2}\chi_0\chi_4 + \chi_0^2\chi_6 \rightarrow$$
 (%i2) expand((x+1)^2*(x-1)+(x+1)*x*(x-2)+x^2*(x-3));
$$3 \qquad 2$$
 (%o2)
$$3 \qquad x \qquad -3 \qquad x \qquad -3 \qquad x \qquad 1$$

$$\widetilde{f} = \frac{1}{6} \left\{ \left[-x^3 + 3x^2 - 3x + 1 \right] f_{-1} + \left[3x^3 - 6x^2 + 4 \right] f_0 + \left[-3x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \right] f_1 + x^3 f_2 \right\}.$$
 Веса при $f_{-1\dots 2}$ рассчитываются при помощи функции C++ модуля interpolations

inline Vec<4> interpolate_Bspline_weights(double x);

2.6.3 Функции модуля interpolations

Для проведения интерполяции используется параметризованная функция (frontend)

```
template<typename C>
typename C::cell_type interpolate(const C& arr, // контейнер
const Ind<C::dim> &pos, // позиция ячейки
const Vec<C::dim> &x, // координаты в ячейке
const Ind<3> &Itype); // тип интерполяции
```

где Ітуре — битовые маски. Соответствующие некоторой оси ахе биты в Ітуре означают: Ітуре [0] & (1<<axe)==0 — интерполяция нулевого порядка (кусочно-постоянная в рамках ячей-ки), Ітуре [0] & (1<<axe)==1, Ітуре [1] & (1<<axe)==0 — линейная интерполяция между центрами ячеек, Ітуре [0] & (1<<axe)==1, Ітуре [1] & (1<<axe)==1, Ітуре [2] & (1<<axe)==0 — локальный кубический сплайн, Ітуре [0] & (1<<axe)==1, Ітуре [1] & (1<<axe)==1, Ітуре [2] & (1<<axe)==1 — кубический B—сплайн.

2.7 Загрузка сеток из .dat-файлов — модуль dat2mesh

Модуль предназанчен для загрузки сеток Mesh<T, D> из .dat—файлов, содержащих данные в текстовом формате в несколько колонок. Строки, начинающиейся с символа # и пустые строки игнорируются.

Возможно два режима работы — заполнение готовой сетки (с известными размерами, пределами и шагами по осям и т.д. и т.п.) или создание новой сетки (при этом шаги и пределы выбираются автоматичски, необходимо лишь указать по каким осям используется логарифмический масштаб).

Для заполнения готовых сеток используются фунцкции

и их оболочки для конкретных типов потока ввода-вывода

Аргумент vcol содержит номер столбца файла, в котором лежат значения (либо номера столбцов, если по одной из координат сетки значения записаны в строку, в этом случае соответствующая ось сетки задается при помощи аргумента vaxe). Аргумент rcols содержит номера столбцов файла, в которых лежат координаты. Допускается индексация столбцов с конца строки с минусом, как в Python.

Для создания новых сеток используются функции

```
template <typename T, int D, typename S>
Mesh<T,D> dat2Mesh(S &&str, T def_val=0., // значение по умолчанию
                           // столбец из которого берутся значения
   int vcol=0,
  Ind<D> rcols=Ind<D>(), // соответствие столбцов координатам сетки,
   int logscale=0,
                           // логарифмический масштаб (битовая маска)
  Vec<D> eps=Vec<D>(1e-6)); // ошибка (окно кластеризации) при разборе координат
template <typename T, int D, typename S>
Mesh<T,D> dat2Mesh(S &&str, T def_val=0.,
                                            // значение по умолчанию
   std::vector<int> vcols={}, // столбцы из которых берутся значения
                           // координата сетки по которой значения развернуты в строку
   int vaxe=-1,
  Ind<D> rcols=Ind<D>(), // соответствие столбцов координатам сетки,
   int logscale=0,
                             // логарифмический масштаб (битовая маска)
  Vec<D> eps=Vec<D>(1e-6)); // ошибка (окно кластеризации) при разборе координат
```

и их оболочки для конкретных типов потока ввода-вывода.

При создании новой сетки необходимо явно указать битовую маску logscale, задающую логарифмический масштаб по отдельным осям. Для вычисления параметров осей (пределов, числа ячеек и шагов) используется алгоритм кластеризации. Для каждой оси все отсчеты (координаты) $\{x_i\}$, $i \in [1, N]$ упорядочиваются по возрастанию. Затем отсчеты объединяются в группы, расстояние между соседними отсчетами в группе не должно превышать значения аргумента eps (для логарифмического масштаба отношение соседних отсчетов не должно превышать 1+eps). Для каждой группы вычисляется координата центра группы X_j , $j \in [1, M]$, $M \leq N$ как среднее арифметическое (для логарифмического масштаба как среднее геометрическое). Число ячеек по соотвествующей оси принимается равным M, пределы сетки b_{\min} и

 $b_{\rm max}$ рассчитываются как

$$b_{\min} = X_1 - \frac{\Delta}{2}, \qquad b_{\max} = X_M + \frac{\Delta}{2}, \qquad \Delta = \left\{ \begin{array}{c} \frac{X_M - X_1}{M-1}, \quad M > 1, \\ x_N - x_1 + 2 \mathrm{eps}, \quad M = 1, \end{array} \right.$$

или для логарифмического масштаба

$$b_{\min} = rac{X_1}{\sqrt{\Delta}}, \qquad b_{\max} = X_M \sqrt{\Delta}, \qquad \Delta = \left\{ egin{array}{l} \exp rac{\log X_M/X_1}{M-1}, & M>1, \\ rac{x_N}{x_1} + 2 \mathrm{eps}, & M=1. \end{array}
ight.$$

2.8 Построение линий постоянного уровня для двумерной сетки — модуль isolines

Для построения изолиний (линий постоянного уровня) на сеточных функциях f(x,y) C++ модуль isolines предоставляет класс

```
class IsoLines{
    public:
        init(const aiw::Mesh<float, 2> &arr, double z0, double dz, bool logscale=false);

    int count() const; // число изолиний
        size_t size(int 1) const; // число точек в изолинии 1
        float level(int 1) const; // значений уровня на изолинии 1
        aiw::Vecf<2> point(int 1, int i) const; // координаты узла изолинии 1

#ifndef SWIG
        template <typename T> void out2dat(T &&S) const;
#endif //SWIG
        void out2dat(aiw::IOstream &S) const;
        void out2dat(std::ostream &S) const;
        void out2dat(const char *path) const;
};
```

Peaлизация методов класса IsoLines находится в файле src/isolines.cpp

Метод init принимает сетку arr, опорное значение функции z0 (которому точно соответствует изолиния), шаг изолиний dz и флаг logscale задающий логарифмический масштаб по z (в этом лучаем параметр dz трактуется как отношение значения на двух соседних изолиниях, dz>0), и строит изолинии.

При построении считается, что функция arr билинейно интерполируется внутри ячеек. Каждая изолиния представляет ломанную линию, узлы которой попадают на границы ячеек сеточной функции.

Изолинии могут быть прочитаны из экземпляра класса IsoLines при помощи методов count, size, level и point, либо выведены в файловый поток вывода (или файла) при помощи методов out2dat.

2.9 Многомерный кубический массив на основе Z-кривой Мортона — модуль zcube

Традиционные многомернеы массивы, реализованные в модуле mesh (раздел 2.5), не всегда эффективны с точки зрения локальности данных, в этом смысле многомерные массивы, основанные на Z-кривой МОртона, оказываются предпочтительнее. Кроме того, такие массивы оказываются удобнее для проведения ряда операций по рекурсивному разбиению сеток.

Модуль zcube предоставляет следующие функции для преобразования смещения от начала массива f в позицию ячейки f для массива размерности D и ранга R и обратно:

```
inline uint64_t interleave_bits_any(int D, int32_t x, int R);
inline int32_t de_interleave_bits_any(int D, uint64_t f, int R);
inline uint64_t interleave_bits(int D, int32_t x, int R);
inline int32_t de_interleave_bits(int D, uint64_t f, int R);
```

Функции с постфиксом _any реализуют преобразование для массива любой размерности на основе R смещений, условий и побитовых операций и/или. Функции без постфикса _any оптимизированы для массивов размерности D=2,3 и вызывают функции с постфиксом _any для массивов других размерностей.

Kласс ZCube<T, D> реализует контейнер с типом ячейки T размнерности D

```
template <typename T, int D> class ZCube{
public:
    int rank() const;
                            // ранг массива
   uint64_t size() const;
                            // число ячекк в массиве
    aiw::Ind<D> bbox() const; // размеры массива по всем осям
   void init(int R_); // инициализация массива
   ZCube(int R_=0); // конструктор (вызывает метод init)
   // возвращает объект, обспечивающий расчет свдигов к соседям ячейки f
    inline ZCubeNb<D> get_nb(uint64_t f, int periodic=0) const;
    // преобразование позиции ячекйи в сдвиг и обратно
    inline uint64_t pos2offset(const aiw::Ind<D> &pos) const;
    inline aiw::Ind<D> offset2pos(uint64_t f) const;
    // методы для организации обхода массива
    inline aiw::Ind<D> first() const;
    inline bool next(aiw::Ind<D> &pos) const;
   // доступ к ячейкам
                T& operator [](uint64_t f);
    inline
    inline const T& operator [](uint64_t f) const;
    inline
                T& operator [](const Ind<D> &pos);
    inline const T& operator [](const Ind<D> &pos) const;
```

```
// проверка принадлежности ячейки к границе массива inline bool is_bound(uint64_t f, int axes=0xFF) const; inline bool is_bound_up(uint64_t f, int axes=0xFF) const; inline bool is_bound_down(uint64_t f, int axes=0xFF) const; operator Mesh<T, D>() const; // приведение к типу традиционной сетки Mesh<T, D>};
```

Доступ к ячейке массива возможен как по D-мерной позиции **pos** так и по смещению от начала массива f, оптимизированы методы доступа и обхода по смещению.

Для обхода массива zarr можно использовать либо традиционный цикл

```
for(size_t i=0; i<zarr.size(); ++i){ ... zarr[i] ... }</pre>
```

либо цикл по позиции, аналогичный циклу для традиционных сеток Mesh

```
Ind<D> pos=zarr.first();
while(zarr.next(pos)){ ... zarr[pos] ... }
```

порядок обхода ячеек у обоих вариантов совпадает, но первый вариант требует меньше (практически не требует) накладных расходов.

Для обхода соседей ячейки со смещением f используется метод

```
inline ZCubeNb<D> get_nb(uint64_t f, int periodic=0) const;
```

где битовая маска **periodic** задает периодические граничные условия по нужным осям. метод возвращает экземпялр класса

```
template <int D> struct ZCubeNb{
   inline int64_t operator [](const Ind<D> &nb) const;
};
```

который в свою очередь позволяет получать смещения к соседям ячейки при помощи перегруженной операции [], принимающей аргумент nb компоненты которого могут содержать числа 0 (сосед слева), 1 (центр) либо 2 (сосед справа), фактически nb содержит позицию соседа внутри куба размерами 3x3x..., в котором исходная ячейка имеет координаты (1,1...). Перегруженная операция возвращает ненулевое значение если соседняя ячейка находится внутри массива и не является исходной ячейкой. Например, для численной схемы с шаблоном «крест», фрагмент кода с обходом соседей будет иметь вид

```
for(size_t f=0; f<zarr.size(); ++f){ // цикл по ячейкам ... auto znb = zarr.get_nb(f); for(int k=0; k<D; k++) // цикл по осям массива Ind<D> nb(1); // центр куба for(int nb[k]=0; nb[k]<=2; nb[k]+=2){ // левый-правый сосед int64_t df = znb[nb];
```

Операции с ZCubeNb оптимизированы настолько, насколько это возможно, в частности никаких преобразований к позиции ячейки и обратно не производится.

В настоящий момент контейнер ZCube реализован достаиочно примитивно, для хранения данных используется std::vector<T>. В дальнейшем планируется перейти на управляени памятью через std::shared_ptr<T> (аналогично контейнеру Mesh), добавить операции сору, crop, slice, flip и transpose, интерполяцию и т.д. — в общем провести унифицикацию с Mesh насколько это возможно.

В настоящий момент контейнер ZCube не инстацирйется в Python.

2.10 Чтение и запись сейсмических данных в формате seg-Y

— модуль segy

В C++ модуле segy (файлы include/aiwlib/segy и src/segy.cpp) определены функции и классы для работы с сейсмическими данными в формате Seg-Y.

Метод

читает все трассы из входного потока S (считается что заголовок файла длиной 3600 байт уже прочитан), записывает их в список трасс data и возвращает число прочитанных трасс. Информация из заголовков трасс записывается в вектор heads, для каждой трассы сохраняется восемь чисел — координаты источника (PVx, PVy, PVz), координаты приемника (PPx, PPy, PPz), шаг дискретизациии dt, число отсчетов в трассе trace_sz. Максимальное число трасс для чтения задается параметром count (-1 без ограничений, до конца файла), если параметр read_data=false производится чтение только заголовков трасс.

Методы

```
возвращают геометрию — сетку размерами [8={PVx,PVy,PVz,PPx,PPy,PPz,dt,trace_sz}][Nx][опицонально Ny].
```

Параметр read_file_head указывает на необходимость чтения заголовка файла, параметр count задает максимальное число трасс для чтения. Данные записываются в сетку data, при этом ось времени в сейсмограммах всегда отвечает оси номер 0, шаги отвечают шагам сеток.

Методы

```
#ifndef SWIG
    void segy_write(IOstream &&S, const Mesh<float, 1> &data, double z_pow,
                    Vec<2> PV, Vec<3> PP);
    void segy_write(IOstream &&S, const Mesh<float, 2> &data, double z_pow,
                    Vec<2> PV, Vec<3> PPO, double rotate=0.,
                    bool write_file_head=true);
    void segy_write(IOstream &&S, const Mesh<float, 3> &data, double z_pow,
                    Vec<2> PV, Vec<3> PPO, double rotate=0.,
                    bool write_file_head=true);
#endif //SWIG
    void segy_write(IOstream &S, const Mesh<float, 1> &data, double z_pow,
                    Vec<2> PV, Vec<3> PP);
    void segy_write(IOstream &S, const Mesh<float, 2> &data, double z_pow,
                    Vec<2> PV, Vec<3> PPO, double rotate=0.,
                    bool write_file_head=true);
    void segy_write(IOstream &S, const Mesh<float, 3> &data, double z_pow,
                    Vec<2> PV, Vec<3> PPO, double rotate=0.,
                    bool write_file_head=true);
```

записывают сейсмические данные из data в поток S. Параметр \mathbf{z} -pow задает степень в шкалирующем амплитуду множителе $z^{\mathbf{z}}$ -pow, параметр rotate задает поворот системы координат в плоскости xy относительно точки PPO. Ось времени в сейсмограммах всегда отвечает оси номер 0, шаги по времени и по латерали отвечают шагам сеток.

Для более низкоуровневой работы предназначены класс заголовка файла и класс заголовка трассы.

название поля	размер	позиция	комментарий
SegyFileHead::dt	2B	16	в мкс
SegyFileHead::trace_sz	2B	20, 22	
SegyFileHead::profile_sz	2B	12	
SegyTraceHead::dt	2B	116	в мкс
SegyTraceHead::trace_sz	2B	114	
SegyTraceHead::PV[0]	4B	72	
SegyTraceHead::PV[1]	4B	76	
SegyTraceHead::PP[0]	4B	80	
SegyTraceHead::PP[1]	4B	84	
SegyTraceHead::PP[2]	4B	40	рельеф ПП

Таблица 2.3: разумеры и позиции в заголовке стандартных полей формата seg-Y

```
int get_int32(int pos) const;
   void dump(aiw::IOstream&);
   void load(aiw::IOstream&);
};
class SegyTraceHead{
   char head [240];
public:
                      // шаг по времени, в секундах
   double dt;
    int trace_sz; // число отсчетов в трассе
    aiw::Vec<3> PV, PP; // координаты ПВ и ПП
   SegyTraceHead();
   // pos --- позиция в байтах
   void set_int16(int pos, int value);
   void set_int32(int pos, int value);
    int get_int16(int pos) const;
    int get_int32(int pos) const;
   void dump(aiw::IOstream&);
   bool load(aiw::IOstream&);
   void write(aiw::IOstream &S, float *data); // запись трассы
   aiw::Mesh<float, 1> read(aiw::IOstream&); // чтение трассы
};
```

Методы get/set_int16/32(pos, value) предназначены для чтения/записи данных (чисел) в произвольные места заголовка. Поля dt, trace_sz, profile_sz, PP и PV автоматически записываются/читаются при вызове методов dump/load на позиции указанные в таблице 2.3.

Mетоды SegyTraceHead::write/read записывают/читают трассу вместе с заголовком (вызывают методы dump/load).

Все числа в с плавающей точкой сохранются в офрмате IEEE, поэтому в заголовок файла на позицию 24 пишется двухбайтовое число 5 (да, это магия). В планах ввести конфретрех из/в формата IBM, но пока это не сделано.

2.11 Контрольные точки для остановки и последующего восстановления расчета — модуль checkpoint

Модуль checkpoint состоит из файлов aiwlib/checkpoint и src/checkpoint.cpp и предоставляет макрос CHECKPOINT(ARGS...), обеспечивающий сохранение в контрольных точках и последующее восстановление расчета. Макрос работает через глобальный экземпляр класса CheckPoint

Метод init задает путь к файлу, содержащему состояние расчета, и режим работы — по умолчанию автоматический режим (восстановление состояния если файл существует и сохрание состояния если файла нет, mode=0), предварительное восстановление состояния расчета (wmode=1) или сохранение состояния расчета (mode!=0,1). Вез вызова метода

```
checkpoint.init(...)
```

все макросы CHECKPOINT всегда возвращают true.

В режиме записи состояния расчета, вызовы макросов CHECKPOINT всегда возвращают true, при этом каждый вызов приводит к записи аргументов макроса в файл, указанный при вызове метода checkpoint.init. Запись производится в бинарном формате, для аргументов макроса должны быть перегружены операции

```
aiw::IOstream& operator < (aiw::IOstream&, const T&);
aiw::IOstream& operator > (aiw::IOstream&, T&);
```

см. раздел 2.18 (этому требованию удовлевотряют практически все контейнеры aiwlib, встроенные типы, типы std::string, std::vector, std::list и std::map).

В режиме восстановления состояния расчета вызовы макроса CHECKPOINT возвращают false до тех пор, пока очередь не дойдет до последнего вызова в режиме записи при предыдущем запуске расчета⁵ — при этом производится восстановление значения аргументов макроса, макрос возвращает true, а глобальный экземпляр класса checkpoint переводится в режим записи и может быть снова использован для сохранения состояния расчета с последующим восстановлением.

Расстановка вызовов макроса CHECKPOINT вдоль трассы выполнения программы (в условиях, циклах и т.д.) позволяет при восстановлении расчета пропускать уже пройденные ранее участки трассы выполнения. Недостатком такого подхода является некоторое замедление работы — при кжадом вызове макроса в режиме записи происходит сохранение данных на диск.

Пример использования

2.12 Сериализация данных в формате pickle языка Python — модуль pickle

Модуль pickle позволяет выгружать сериализовыванные данные из C++ в формате pickle, что бывает полезно при подготовке данных для последующей обработки в Python.

Для сериализации предоставляются следующие структуры и функции

```
struct NoneType{};
const NoneType None;

struct Pickle{
    // основные операторы для вывода объектов
    Pickle& operator << (const Pickle& other);
    Pickle& operator << (NoneType);
    Pickle& operator << (bool x);
    Pickle& operator << (int x);
    Pickle& operator << (long x);</pre>
```

 $^{^{5}}$ Определение соответствующего вызова производится на основе имени файла с исходным кодом, номера строки в файле и набора имен аргументов

```
Pickle& operator << (double x);</pre>
        Pickle& operator << (const std::string& x);</pre>
        Pickle& operator << (const char* x);</pre>
        template <typename T> Pickle& operator << (const std::complex<T> &x);
        // для сериализации записи в словаре вида k:v
        template <typename T1, typename T2>
        Pickle& operator ()(const T1& k, const T2& v);
        // для модуля objconf
        template <typename T> void get(const std::string& k, const T& v);
        template <typename T> void set(const std::string& k, T& v);
    };
    template <typename ... Args> Pickle pickle_tuple(const Args& ... args);
    template <typename ... Args> Pickle pickle_list(const Args& ... args);
    template <typename ... Args> Pickle pickle_set(const Args& ... args);
    inline Pickle pickle_dict();
    inline Pickle pickle_class(const char* module, const char *name, bool dict=true);
    inline std::ostream& operator << (std::ostream& S, const Pickle &P);</pre>
Для сериализации рекомендуется использовать функции вида \mathtt{pickle\_}XXX.
   Сериализованы могут быть любые данные типа Т, для которых перегружена операция
    Pickle& operator << (Pickle &P, const T &x);</pre>
допускается перегрузка операций для своих типов данных, например код
    struct A{ int x; double y; bool z; };
    Pickle& operator << (Pickle &P, const A &a) { P << pickle_tuple(a.x, a.y, a.z); }
будет сериализовывать экземпляры структуры А как кортежи.
   Сформированный в итоге экземпляр структуры Pickle может быть выведен в поток std::ostream
(при этом обязательно нужно вывести финальный символ «точка») и далее загружен в Python,
например код
    std::cout<<pickle_tuple(</pre>
        pickle_list(vec(1.,2,3), ind(2,3), vecf(3,4,5,6)),
        std::complex<double>(1,2),
        pickle_dict()(ind(1), "qwe"),
        None)
     <<'.';
выдаст в итоге сериализованную структуру данных Python
```

```
([Vec(1.0,2.0,3.0), Ind(2,3), Vecf(3.0,4.0,5.0,6.0)], (1+2j), {Ind(1): 'qwe'}, None)
```

2.13 Дискретизация разбиения Вороного на равномерной сетке в D-мерном пространстве — модуль voronoy

Модуль voronoy предоставляет функцию

```
template <int D, typename T1, typename T2>
void voronoy(const std::vector<Vec<D, T1> > &src, aiw::Mesh<T2, D> dst);
```

дискретизирующую разбиение Вороного в D-мерном пространстве. Вектор src содержит множество исходных точек, после вызова функции в ячейках сетки dst будут прописаны номера ближайших к центрам ячеек сетки dst из множества src (считая с нуля до $\operatorname{src.size}$ ()-1 включительно).

При дискретизации сетка dst разбивается на 2^D одинаковых D-мерных параллелепипедов, затем для каждрого угла перебором находится ближайшая точка из множества src. Если все углы параллелепипеда относятся к одной и той же точке, весь параллелепипед относится к этой точке. В противном случае параллелепипед снова разбивается на 2^D частей, и т.д. — вплоть до того момента как элементом разбиения будет одна ячейка сетки dst.

2.14 Описание пользовательских типов — модуль typeinfo

Модуль typeinfo предоставляет механизм для описания пользовательских типов, обеспечивающий некоторые возможности для интроспекции. В частности, описание пользовательского типа может быть сохранено (например как описание типа ячейки сетки), и использовано в дальнейшем при анализе данных, построении графиков и т.д.

Ha уровне конечного пользователя работа с модулем typeinfo выглядит как вызов макроcoв

```
#define TYPEINFO(ARGS...)
#define TYPEINFOX(T, ARGS...)
перегружающих для пользовательского типа Т операции
aiw::TypeInfo operator ^ (aiw::TypeInfoObj& tio) const;
aiw::TypeInfo operator ^ (const T& X, aiw::TypeInfoObj& tio);
```

Макрос TYPEINFO перегружает операцию внутри пользовательского типа, макрос TYPEINFOX перегружает операцию снаружи. Например

```
struct A{
   int x;
   double y[10];
```

```
bool f;
  TYPEINFO(x, y, f);
};
struct B{
  A a[2][3];
  Vec<3> v;
};
TYPEINFOX(B, X.a, X.v);
```

Предполагается, что использование этого механизма позволит эффективно обрабатывать результаты расчетов, сохраненных в виде сеток из польщовательских типов. Находится на стадии реализации.

2.15 Некоторые элементы аналитической геометрии — модуль angem

Модуль angem предоставляет несколько функици из аналитической геометрии.

```
template <int D, typename T> Vec<D, T>
point2plane(const Vec<D, T> &r, const Vec<D, T> &p, const Vec<D, T> &n);
```

проекция точки \mathbf{r} на плоскость проходящую через точку \mathbf{p} с нормалью $\mathbf{n}, n=1$, вычисляется как $\mathbf{r} - (\mathbf{r} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}$.

расчет точки пересечения прямой (или луча) проходящей через точку ${\bf r}$ в направлении ${\bf g},\,g=1$ и плоскости проходящей через точку ${\bf p}$ с нормалью ${\bf n},\,n=1$ вычисляется как

$$\mathtt{res} = \mathbf{r} - \mathbf{r} \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{g}}.$$

Функция возвращает **true** если проекция существует — если луч перескает плоскость, должно выполняться условие

$$(\mathbf{r} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{g} < 0,$$

кроме того для существования проекции необходимо что бы $|\mathbf{n}\cdot\mathbf{g}|>10^{-8}$. В случае если проекция существует, функция возвращает true, результат записывается в res.

Упрощенным (оптимизированным) вариантом этой функции является

```
template <int D, typename T>
bool cross_plane(Vec<D, T> &res, const Vec<D, T> &r, const Vec<D, T> &g,
  const Vec<D, T> &p, int axe, bool ray=false);
```

где ориентация плоскости задается ортогональной ей осью координат ахе.

расчитывает точку пересечения луча выходящего из точки \mathbf{r} в направлении \mathbf{g} , g=1 и паралленинеда заданного точками \mathbf{a} , \mathbf{b} , $\mathbf{a} < \mathbf{r}$, $\mathbf{r} < \mathbf{b}$.

2.16 Решение СЛАУ с трехдиагональными матрицами (методы прогонки) — модуль 3diag

Модуль **3diag** предоставляет методы прогонки (обычной и циклической) для решения СЛАУ с трехдиагональными матрицами

$$M_{i-1,i}X_{i-1} + M_{i,i}X_i + M_{i+1,i}X_{i+1} = R_i$$

```
template <typename T>
void shuttle_alg(const Mesh<T, 2> &M, const Mesh<T, 1> &R, Mesh<T, 1> &X);
template <typename T>
void cyclic_shuttle_alg(const Mesh<T, 2> &M, const Mesh<T, 1> &R, Mesh<T, 1> &X);
```

где М — тридиагональная матрица, сетка размерами 3xN, главная диагональ расположена в ячейках (1,0...N-1), для обычной прогонки ячейки (0,0) и (2,N-1) игнорируются; R — правая часть, X — решение. Сетки R и N должны иметь размер N ячеек.

Алгоритм для обычной прогонки взят из английской Википедии⁶, алгоритм для циклической прогонки взят у Самарского⁷ с изменением знаков у главной диагонали и правой части. Проверка на диагональное преобладание **не** проводится.

2.17 Источник случайных числе и специфические операции в трехмерном декартовом пространстве — модуль gauss

Модуль gauss предоставляет ряд функций для генерации случайных чисел 8 , а так же специфические операции в трехмерном декратовом пространстве — операции поворота и методы генерации вектора, ортогонального данному. Макрос MINGW определяется при кросс—компиляции под OS Windows.

```
#ifndef MINGW
```

```
const double rand_alpha = 1./(1.+RAND_MAX), rand_alpha2PI = 2*M_PI/(1.+RAND_MAX); inline void rand_init(); // иницализация генератора случайных чисел
```

⁶https://en.wikipedia.org/wiki/Tridiagonal_matrix_algorithm

⁷Самарский А.А. «Введение в теорию разностных схем». М.: Наука, 1971. — 553 с. http://info.alnam.ru/book_sub.php?id=91

⁸Планируется сделать потокобезопасный вариант таких источников

```
// случайное число с нормальным распределением,
    //
           нулевым матожиданием и единичной дисперсией
    inline double rand_gauss();
    // вектор случайных чисел с нормальным распределением,
           нулевым матожиданием и единичной дисперсией
    //
    template <int D, class T> inline Vec<D, T> rand_gaussV();
#else //MINGW
    inline void sincos(double phi, double *s, double *c);
#endif //MINGW
    // оператор поворота вектора а вокруг вектора b
    template <typename T> inline aiw::Vec<3, T>
         rotate(const aiw::Vec<3, T>& a, const aiw::Vec<3, T>& b);
    // оператор поворота вектора а вокруг вектора b в виде ряда длины R
    template <int R, typename T> inline aiw::Vec<3, T>
         rotate(const aiw::Vec<3, T>& a, const aiw::Vec<3, T> &b);
    // перевод из полярных координат в декартовы
inline aiw::Vec<3, double> polar(double theta, double phi);
    // перевод из декартовых координат в полярные, возвращает theta, phi
    template <typename T>
    inline aiw::Vec<2, double> polar(const aiw::Vec<3, T> &n);
    // генерация вектора перпендикулярного вектору а в 2D, длины а
    template <typename T>
    inline aiw::Vec<2, T> perp(const aiw::Vec<2, T> &a);
    // генерация вектора перпендикулярного вектору а в 3D, единичной длины
    template <typename T>
    inline aiw::Vec<3, T> perp(const aiw::Vec<3, T> &a);
#ifndef MINGW
    // источник шума, отклоняющий вектор а с сохранением его длины, с дисперсией д
    template <typename T>
    aiw::Vec<3, T> gauss_rotate(const aiw::Vec<3, T>& a, double g);
#endif //MINGW
```

Для реализации оператора поворота использовано выражение

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b} = \mathbf{a} \cos b - \mathbf{a} \times \mathbf{b} \frac{\sin b}{b} + \mathbf{b} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \frac{1 - \cos b}{b^2}.$$

2.17.1 Определение поворота

Введем матрицу вращения $\Xi(\mathbf{n}, \delta)$ вокруг произвольного единичного вектора \mathbf{n} на произвольный угол δ против часовой стрелки в правой системе координат, если смотреть против направ-

ления **n**:

$$\Xi(\mathbf{n},\delta) = \begin{pmatrix} \left(n_x^2 - n_y^2 - n_z^2\right) \sin^2\frac{\delta}{2} + \cos^2\frac{\delta}{2} & 2\sin\frac{\delta}{2}\left(n_x n_y \sin\frac{\delta}{2} - n_z \cos\frac{\delta}{2}\right) & 2\sin\frac{\delta}{2}\left(n_x n_z \sin\frac{\delta}{2} + n_y \cos\frac{\delta}{2}\right) \\ 2\sin\frac{\delta}{2}\left(n_x n_y \sin\frac{\delta}{2} + n_z \cos\frac{\delta}{2}\right) & \left(n_y^2 - n_x^2 - n_z^2\right) \sin^2\frac{\delta}{2} + \cos^2\frac{\delta}{2} & 2\sin\frac{\delta}{2}\left(n_y n_z \sin\frac{\delta}{2} - n_x \cos\frac{\delta}{2}\right) \\ 2\sin\frac{\delta}{2}\left(n_x n_z \sin\frac{\delta}{2} - n_y \cos\frac{\delta}{2}\right) & 2\sin\frac{\delta}{2}\left(n_y n_z \sin\frac{\delta}{2} + n_x \cos\frac{\delta}{2}\right) & \left(n_z^2 - n_x^2 - n_y^2\right) \sin^2\frac{\delta}{2} + \cos^2\frac{\delta}{2} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} n_x^2(1 - \cos\delta) + \cos\delta & n_x n_y(1 - \cos\delta) - n_z \sin\delta & n_x n_z(1 - \cos\delta) + n_y \sin\delta \\ n_x n_y(1 - \cos\delta) + n_z \sin\delta & n_y^2(1 - \cos\delta) + \cos\delta & n_y n_z(1 - \cos\delta) - n_x \sin\delta \\ n_x n_z(1 - \cos\delta) - n_y \sin\delta & n_y n_z(1 - \cos\delta) + n_x \sin\delta & n_z^2(1 - \cos\delta) + \cos\delta \end{pmatrix}.$$

Введем бинарный оператор поворота \circlearrowleft , поворот некоторого вектора ${\bf a}$ вокруг ${\bf n}$ на угол δ будем обозначать как ${\bf a} \circlearrowleft \delta {\bf n}$

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \delta \mathbf{n} \equiv \Xi(\mathbf{n}, \delta) \cdot \mathbf{a}$$
.

Очевидно оператор () некоммутативен

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b} \neq \mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{a}$$

неассоциативен

$$(\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b}) \circlearrowleft \mathbf{c} \neq \mathbf{a} \circlearrowleft (\mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{c}),$$

и недистрибутивен слева

$$\mathbf{a} \circlearrowleft (\mathbf{b} + \mathbf{c}) \neq (\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b}) + (\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{c}).$$

Рассмотрим некоторые его свойства:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \circlearrowleft \mathbf{c} = (\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{c}) + (\mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{c}),$$

$$(\alpha \mathbf{a}) \circlearrowleft \mathbf{b} = \alpha (\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b}),$$

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \alpha \mathbf{a} = \mathbf{a},$$

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b} \circlearrowleft (-\mathbf{b}) = \mathbf{a},$$

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \alpha \mathbf{b} \circlearrowleft \beta \mathbf{b} = \mathbf{a} \circlearrowleft (\alpha + \beta) \mathbf{b},$$

$$(\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b}) \circlearrowleft \mathbf{c} = (\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{c}) \circlearrowleft (\mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{c}),$$

$$(\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b}) \circlearrowleft \alpha \mathbf{a} = \mathbf{a} \circlearrowleft (\mathbf{b} \circlearrowleft \alpha \mathbf{a}),$$

$$\mathbf{a} \circlearrowleft (\mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{c}) = \mathbf{a} \circlearrowleft (-\mathbf{c}) \circlearrowleft \mathbf{c} \circlearrowleft (\mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{c}) = \mathbf{a} \circlearrowleft (-\mathbf{c}) \circlearrowleft \mathbf{b} \circlearrowleft \mathbf{c}.$$

2.17.2 Разложение поворота в ряд

Не теряя общности рассуждений, рассмотрим поворот вектора $(0, r_y, r_z)$ вокруг вертикальной оси на угол α , и разложим $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ в ряд в окрестностях точки $\alpha = 0$:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \circlearrowleft \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_y \sin \alpha \\ r_y \cos \alpha \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_y \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \alpha^{2n+1} \\ r_y \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \alpha^{2n} \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_y \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \alpha^n \sin \frac{\pi n}{2} \\ r_y \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \alpha^n \cos \frac{\pi n}{2} \\ r_z \end{pmatrix}.$$

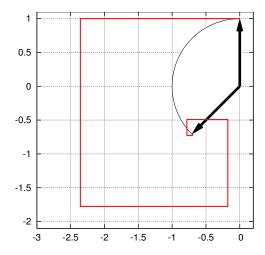


Рис. 2.1: Пример поворота вектора (0,1,0) на угол $3\pi/4$

Пусть $\mathbf{a} \times^n \mathbf{b} \equiv [...[\mathbf{a} \underbrace{\times \mathbf{b}] \times ... \mathbf{b}}_n]$ и $\mathbf{a} \times^0 \mathbf{b} \equiv \mathbf{a}$. Рассмотрим последовательность векторных произведений:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha r_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \times^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha^2 r_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \times^3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\alpha^3 r_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \times^4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha^4 r_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \times^n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^n r_y \sin \frac{\pi n}{2} \\ \alpha^n r_y \cos \frac{\pi n}{2} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда, с учетом четности $\cos \alpha$ и нечетности $\sin \alpha$, поворот можно представить как

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \mathbf{a} \times^n (-\mathbf{b}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \mathbf{a} \times^n \mathbf{b}.$$

Этот же результат можно получить другим способом. Рассмотрим уравнение вида

$$\dot{\mathbf{a}} = -\left[\mathbf{a} \times \begin{pmatrix} 0\\0\\\omega \end{pmatrix}\right] \tag{2.1}$$

описывающее очевидно вращение вектора ${\bf a}$ вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω против часовой стрелки (если смотреть сверху). Дифференцируя обе части уравнения (2.1) по времени получаем рекуррентное соотношение для произвольной производной вектора ${\bf a}$ по времени:

$$\frac{\partial^n \mathbf{a}}{\partial t^n} = -\left[\frac{\partial^{n-1} \mathbf{a}}{\partial t^{n-1}} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}\right] = \dots = (-1)^n \left[\mathbf{a} \times^n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}\right].$$

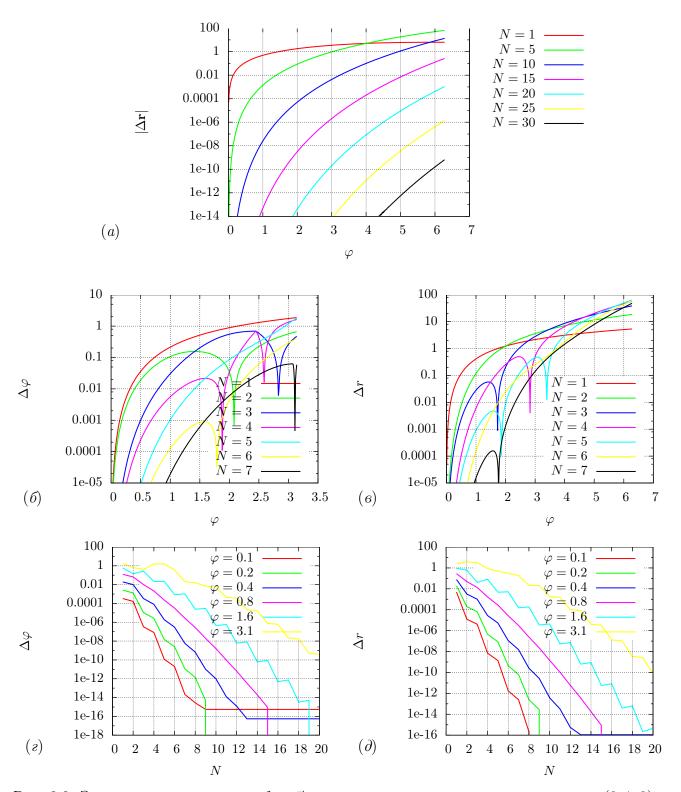


Рис. 2.2: Зависимости модуля ошибки \vec{r} от угла поворота φ единичного вектора (0,1,0) для различного числа членов разложения N (a). Зависимости абсолютной ошибки по углу $\Delta \varphi$ (δ) и модулю радиуса Δr (ϵ) от угла поворота φ при использовании конечного числа членов разложения N. Зависимости абсолютной ошибки по углу $\Delta \varphi$ (ϵ) и радиусу Δn (d) от числа членов разложения N для различных углов поворота φ

Пусть начальное значение вектора $\mathbf{a}|_{t=0} = \mathbf{a}_0$, тогда

$$\mathbf{a}_0 \circlearrowleft \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega t \end{pmatrix} = \mathbf{a}(t).$$

Разложим вектор **a** в ряд Тейлора в окрестности точки t = 0:

$$\mathbf{a}_0 \circlearrowleft \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega t \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \frac{\partial^n \mathbf{a}}{\partial t^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left[\mathbf{a} \times^n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega t \end{pmatrix} \right].$$

Пример поворота на угол $3\pi/4$ приведен на рис. 2.1. Зависимости ошибок разложения приведены на рис. 2.2.

Разложение оператора поворота в ряд может существенно ускорить численные схемы, использующие подобные конструкции. Так, поворот через матрицу (функция rotate из модуля derart библиотеки aivlib) занимает на процессоре Intel(R) Core(TM)2 CPU U7500 около 170 тактов, а поворот через ряд (параметризованная по числу членов разложения R функция rotop<R> из того же модуля) требует примерно 10 тактов на каждый из членов разложения.

Поскольку

$$\mathbf{a} \times^{n+2} \mathbf{b} = -b^2 \mathbf{a} \times^n \mathbf{b}$$

можно представить оператор поворота в виде суммы трех векторов

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \mathbf{a} \times^n \mathbf{b} = \mathbf{a} - [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b^{2n}}{(2n+1)!} + \left[[\mathbf{a} \times \mathbf{b}] \times \mathbf{b} \right] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b^{2n}}{(2n+2)!} \equiv \mathbf{a} - [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] \beta_1(b) - \left[\mathbf{b} \times [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] \right] \beta_2(b) = \mathbf{a} \left(1 - b^2 \beta_2(b) \right) - [\mathbf{a} \times \mathbf{b}] \beta_1(b) + \mathbf{b} \left(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \right) \beta_2(b), \quad (2.2)$$

где

$$\beta_1(b) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin b}{b}, \qquad \beta_2(b) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n b^{2n}}{(2n+2)!} = \frac{1-\cos b}{b^2},$$

или

$$\mathbf{a} \circlearrowleft \mathbf{b} = \mathbf{a} \cos b - [\mathbf{a} \times \mathbf{n}_b] \sin b + \mathbf{n}_b (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}_b) (1 - \cos b).$$

Рассмотрим выражение $\partial(\mathbf{a} \circlearrowleft \varphi \mathbf{b})/\partial \varphi$, где \mathbf{b} вектор задающий ось вращения.

$$\frac{\partial (\mathbf{a} \circlearrowleft \varphi \mathbf{b})}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \mathbf{a} \times^n \varphi \mathbf{b} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \varphi^{n-1}}{(n-1)!} \mathbf{a} \times^n \mathbf{b} = \\
= -\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \mathbf{a} \times^n \varphi \mathbf{b} \right] \times \mathbf{b} = -(\mathbf{a} \circlearrowleft \varphi \mathbf{b}) \times \mathbf{b} = \mathbf{b} \times (\mathbf{a} \circlearrowleft \varphi \mathbf{b}).$$

2.18 Операции бинарного потокового ввода/вывода — модуль binaryio

```
Модуль binaryio перегружает операции
```

как операции бинарного ввода/вывода в поток aiw::IOstream для большинства актуальных типов Т. Операции перегружены для встроенных типов int8_t, uint8_t, int16_t, uint16_t, int32_t, uint32_t, int64_t, uint64_t, char, bool, float, double, типов std::complex<T>, std::string, T[D], std::vector<T>, std::list<T>, std::map<T1,T2>, aiw::Vec<D,T>, и типов для которых определены публичные методы

```
void dump(aiw::IOstream &S) const;
void load(aiw::IOstream &S);
```

Кроме того модуль предоставляет макрос

```
#define BINARYIO4POD
    inline void dump(aiw::IOstream &S) const { S.write(this, sizeof(*this)); } \
    inline void load(aiw::IOstream &S) { S.read(this, sizeof(*this)); }
```

вызов которого в POD-типе объявляет методы dump/load и автоматически перегружает оперании < и >.

2.19 Настройка пользовательских классов — модуль objconf

```
Mодуль objconf предоставляет макрос #define CONFIGURATE(ARGS...)
```

```
который при вызове внутри пользовательского класса

struct A{
    int x; double y; bool z;
    CONFIGURATE(x, y, z);
};

создает в классе метод

template<typename ConfT>
    void configurate(ConfT &conf, bool wmode, const char *prefix="");
```

conf.set(prefix+name, parametr); // wmode==true
conf.get(prefix+name, parametr); // wmode==false

который в зависимости от значения аргумента wmode вызывает методы

для каждого из полей класса, перечисленных в аргументах макроса CONFIGURATE. Аргумент prefix позволяет добавить префикс к именам всех полей при чтении/записи.

Созданный метод configurate(...) может использоваться при чтении/записи конфигурационных файлов (раздел 2.20), записи состояния объекта в формате pickle (раздел 2.12) и т.д.

2.20 Чтение и запись конфигурационных файлов — модуль configfile

Mодуль configfile состоит из заголовчного файла configfile и файла src/configfile.cpp, и предоставляет средства для чтения/записи конфигурационных файлов в текстовом формате

```
# комментарий 
имя_параметра=значение параметра
```

для каждого параметра может использоваться только одна строка.

Модуль определяет функции чтения/записи для различных типов из потоков ввода/вывода std::iostream

```
template <typename T> void printf_obj(std::ostream &S, const T &X){ S<<X; }
template <typename T> void scanf_obj(std::istream &S, T &X){ S>>X; }
```

которые могут быть перегружены специальным образом для отдельных типов

```
void printf_obj(std::ostream &S, bool X);
void scanf_obj(std::istream &S, bool &X);

template <typename T> void printf_obj(std::ostream &S, const std::complex<T> &X);
template <typename T> void scanf_obj(std::istream &S, std::complex<T> &X);
```

для типа bool допустимыми являются значения в конфигурацинном файле

```
Y y YES Yes yes ON On on TRUE True true V v 1 N n NO No no OFF Off off FALSE False false X x 0
```

void scanf_obj(std::istream &S, std::string &X);

Для типа std::complex используется формат Python $x \pm y$ j.

Для типа std::string при чтении из конфигурационного файла используется строка после знака = с отброшенными с конца и начала символами пробела, t и r (аналог вызывова функции str.strip() языка Python).

Непосредственно для чтения/записи конфигурационного файла используется класс

```
class ConfigFile{
public:
    int no_key_act = 2; // 0 - ignore, 1 - warning, 2 - exception
#ifndef SWIG
    // получает значение параметра par с именем кеу из другого объекта
    // для записи в конфигурационный файл
    template <typename T>
    void get(const std::string &key, const T &par);
    // устанавливает значение параметра par с именем кеу в другом объекта
    // на основе конфигурационного файла
    template <typename T>
```

```
void set(const std::string &key, T &par);

void load(std::istream &&fin);
void dump(std::ostream &&fout) const;
void load(std::istream &fin);
void dump(std::ostream &fout);

#endif //SWIG
   void load(const char *path);
   void dump(const char *path) const;
   void clear();
};
```

При чтении конфигурациооного файла для экземпляра класса ConfigFile вызывается один из методов load, затем экземпляр класса передается первым аргументов в методы configurate настраиваемых пользовательских объектов, см. раздел 2.19. Поле no_key_act управляет реакцией на отсутствие какого либо параметра в конфигурационном файле: 0 — игнорировать, 1 — выдать предупреждение, 2 — сгенерировать исключение.

При записи конфигурациооного файла экземпляра класса ConfigFile передается первым аргументов в методы configurate настраиваемых пользовательских объектов, см. раздел 2.19, затем для него необходимов вызвать один из методов dump.