九年级数学期末考试试卷

姓名：________	班级：________	学号：________	座位号：________
注意事项：1. 本卷共三大题，满分 120 分；2. 解答题需写出必要步骤；3. 请在答题区域内作答。			

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 若关于 x 的方程 $x^2-(m+1)x+m=0$ 有两个相等实数根，则 m 的值为（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

答案：________

2. 过点 $(1,2)$ 且与直线 $y=-3x+5$ 平行的直线解析式为（　　）

A. $y=-3x+2$　　B. $y=-3x+5$　　C. $y=3x-1$　　D. $y=3x+5$

答案：________

3. 不等式组 $\begin{cases}2x-1>3\\x+4\le 7\end{cases}$ 的解集为（　　）

A. $x>2$　　B. $x\le 3$　　C. $2<x\le 3$　　D. $x\ge 3$

答案：________

4. 抛物线 $y=(x-2)^2-3$ 的顶点坐标是（　　）

A. $(2,-3)$　　B. $(-2,-3)$　　C. $(2,3)$　　D. $(-2,3)$

答案：________

5. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$\tan A=\frac{3}{4}$，则 $\sin A$ 等于（　　）

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$

答案：________

6. 某小组 5 次测验成绩为 $86,90,90,92,97$，则这组数据的中位数为（　　）

A. 90　　B. 91　　C. 92　　D. 97

答案：________

7. 已知点 $P(2,3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上，则该函数图象一定经过（　　）

A. $(1,3)$　　B. $(3,2)$　　C. $(-2,-3)$　　D. $(-3,2)$

答案：________

8. 若两个相似三角形的周长比为 $2:3$，则它们的面积比为（　　）

A. $2:3$　　B. $3:2$　　C. $4:9$　　D. $9:4$

答案：________

9. 袋中有红球 3 个、白球 2 个、蓝球 1 个，随机摸出 1 个球，摸到白球的概率为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

答案：________

10. 二次函数 $y=x^2-4x+c$ 的最小值是 -1，则 c 的值为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

答案：________

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 若 a,b 是方程 $x^2-4x-1=0$ 的两个根，则 $a^2+b^2=$________。

12. 抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 与 x 轴两交点间距离为________。

13. 方程 $(x-1)^2+2=2x+1$ 的较小根为________。

14. 在圆中，若圆心角为 120°，对应弧长为 4π，则该圆半径为________。

15. 一组数据 $2,3,3,4,5,a$ 的平均数是 4，则 $a=$________。

16. 若点 $M(2,m)$ 与点 $N(-4,m)$ 在函数 $y=(k-1)x+3$ 图象上，则 $k=$________。

三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分）

17.（8 分）计算与解不等式：

（1）解方程：$\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x+3}{3}=4$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}3x-5\le 7\\2x+1>5\end{cases}$。

解析：（1）去分母得 $3(x-1)+2(x+3)=24$，解得 $x=\frac{21}{5}$。（2）由两式得 $x\le 4$，$x>2$，故解集为 $2<x\le 4$。

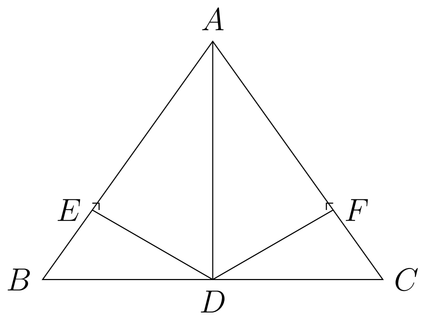
18.（8 分）已知一次函数图象经过点 $A(-1,2)$、$B(3,-4)$。

（1）求该一次函数解析式；

（2）设该函数图象与 x 轴交于点 C，求 $\triangle AOC$ 的面积（O 为原点）。

解析：设函数为 $y=kx+b$，由两点坐标得 $k=-\frac{3}{2}, b=\frac{1}{2}$，故 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$。令 $y=0$，得 $C\left(\frac{1}{3},0\right)$。由坐标法，$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\left|x_A y_C - x_C y_A\right|=\frac{1}{3}$。

19.（**8** 分）如图，在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，点 D 为 BC 中点。过点 D 分别作 $DE\perp AB$ 于点 E，$DF\perp AC$ 于点 F。



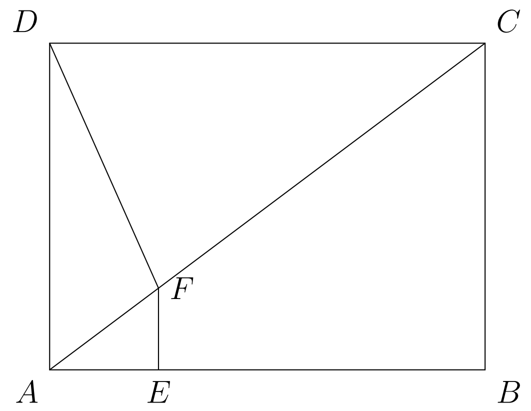
（1）求证：$DE=DF$；
（2）若 $\angle BAC=40^\circ$，求 $\angle EDF$ 的度数。

解析：由 $AB=AC$ 且 D 为 BC 中点，得 AD 为 $\angle A$ 平分线。点到角两边距离相等，故 $DE=DF$。又 $DE\perp AB$，$DF\perp AC$，两垂线夹角等于对应边夹角，故 $\angle EDF=\angle BAC=40^\circ$。

20.（**8** 分）某班 10 名同学一次“立定跳远提升量（cm）”数据为：
6，8，7，10，9，8，7，11，9，15。
（1）求这组数据的平均数与中位数；
（2）从这 10 名同学中随机抽取 2 名，求“至少有 1 名同学提升量不低于 10cm”的概率。

解析：（1）平均数 $\frac{90}{10}=9$，排序后中位数为第 5、6 个数平均，即 $\frac{8+9}{2}=8.5$。（2）不低于 10cm 有 3 人，低于 10cm 有 7 人。所求概率 $=1-\frac{\binom{7}{2}}{\binom{10}{2}}=1-\frac{21}{45}=\frac{8}{15}$。

21.（**10** 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$BC=6$。点 E 在边 AB 上，且 $AE=2$，过点 E 作 $EF\parallel BC$，交对角线 AC 于点 F。



（1）求证：$\triangle AEF\sim\triangle ABC$，并求 AF 的长；
（2）求 DF 的长。

解析：因 $EF\parallel BC$，得 $\angle AEF=\angle ABC$，$\angle AFE=\angle ACB$，故两三角形相似。$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$。又 $AC=\sqrt{8^2+6^2}=10$，故 $AF=2.5$。取坐标法得 $F(2,1.5)$，$D(0,6)$，故 $DF=\sqrt{(2-0)^2+(1.5-6)^2}=\frac{\sqrt{97}}{2}$。

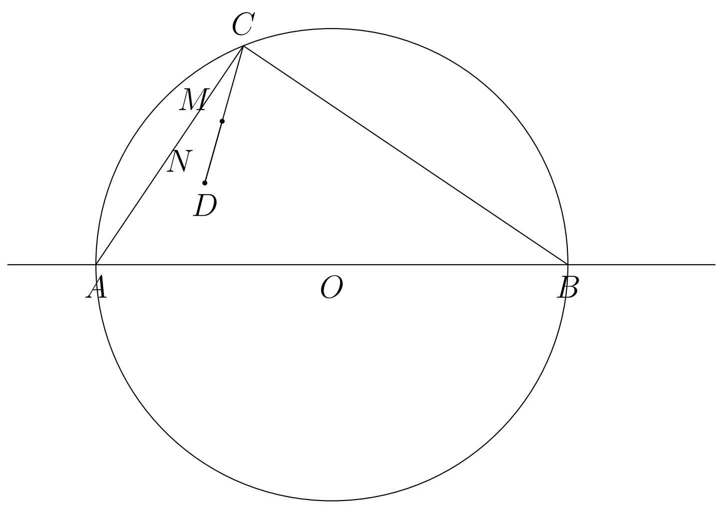
22.（**10** 分）已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$、$B(3, 0)$、$C(0, 3)$。
（1）求该抛物线解析式；
（2）求顶点坐标；
（3）若点 M 在该抛物线上且 $x_M > 3$，过 M 作 x 轴垂线交 x 轴于 N。当 $\triangle BMN$ 的面积为 12 时，求点 M 的坐标。

解析：由两根得 $y = a(x+1)(x-3)$，代入 $C(0, 3)$ 得 $a = -1$，故 $y = -x^2 + 2x + 3$。顶点 $P(1, 4)$。设 $M(t, -t^2 + 2t + 3)$，$t > 3$，则 $N(t, 0)$。有 $BN = t - 3$，$MN = t^2 - 2t - 3 = (t-3)(t+1)$。由 $\frac{1}{2} \cdot BN \cdot MN = 12$ 得 $(t-3)^2(t+1) = 24$，解得 $t = 5$。故 $M(5, -12)$。

23.（**10** 分，压轴）在平面直角坐标系中，设点 $P(t, 0)$（$t < 1$），过点 P 作斜率为 1 的直线 $l : y = x - t$，与抛物线 $C : y = x^2 - 4x + 3$ 交于 M, N 两点（M 在 N 左侧）。
（1）当 $t = -1$ 时，求点 M, N 的坐标；
（2）求线段 MN 的长度（用 t 表示）；
（3）设 O 为原点，若 $\triangle OMN$ 的面积为 $\dfrac{15}{2}$，求 t 的值。

解析：联立得 $x^2 - 5x + (3 + t) = 0$，设两根为 $x_1 < x_2$。（1）$t = -1$ 时，$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$，故 $M\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{7-\sqrt{17}}{2}\right)$，$N\left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}, \frac{7+\sqrt{17}}{2}\right)$。（2）$|x_2 - x_1| = \sqrt{13 - 4t}$，又直线斜率为 1，故 $MN = \sqrt{2}\,|x_2 - x_1| = \sqrt{2(13 - 4t)}$。（3）$S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2}|x_1 y_2 - x_2 y_1| = \frac{|t|}{2}|x_2 - x_1| = \frac{|t|}{2}\sqrt{13 - 4t}$。令其等于 $\frac{15}{2}$，得 $|t|\sqrt{13 - 4t} = 15$。由 $t < 1$ 可判定 $t < 0$，解得 $t = -3$。

24.（**10** 分，压轴）如图，在圆 ω 中，AB 为直径，点 C 在圆上（$C \neq A, B$），过点 C 的切线与直线 AB 交于点 D（A 在 B, D 之间）。连接 AC, BC。



（1）证明：$\angle ACD = \angle CBA$，并由此证明 $DC^2 = DA \cdot DB$；
（2）若 $AB = 10$，$DC = 12$，求 AD 的长；
（3）点 M 在线段 CD 上，过 M 作 $MN \parallel AB$ 交 AC 于点 N。探究 $\frac{CN}{CA}$ 与 $\frac{CM}{CD}$ 的关系，并说明理由。

解析：（1）切线与弦所夹角等于所对圆周角，故 $\angle ACD = \angle CBA$。进一步由相似关系得到切割线定理 $DC^2 = DA \cdot DB$。（2）设 $AD = x$，则 $DB = x + 10$，由 $x(x+10) = 144$ 得 $x = 8$（舍负根），故 $AD = 8$。（3）因 $MN \parallel AB$，且 AB 与 AD 共线，在 $\triangle CDA$ 中有 $\triangle CMN \sim \triangle CDA$，故 $\frac{CN}{CA} = \frac{CM}{CD}$。

选择题答案：1.C 2.B 3.C 4.A 5.A 6.A 7.C 8.C 9.B 10.B
填空题答案：11.18 12.4 13.$2-\sqrt{2}$ 14.6 15.7 16.1