怎样通俗易懂地解释卷积？

冯小帅
电子信息/吉他/写字

154 人赞同了该回答

也谈卷积，假如你被别人打了一拳，这一拳会在1小时疼痛消失[这一拳轻重不同，所以虽说都在一个小时消失，但是在1个小时内感觉的疼痛也不一样。设最轻(注意)的一拳在一小时内的疼痛感觉函数为h(t)，二倍的最轻力度打你，疼痛感就是2h(t)对吧，f(n)倍最轻力度，就是f(n)h(t)了吧]，当别人在一小时内在第一秒，第二秒，第三秒.....第六十秒……动武时，可设f(n)为每次的轻重函数，这就是说在0到2小时内你会感觉疼，那么在这0到2小时的任意一个时刻的疼痛程度Y(t)怎么表示呢？（自己先可以算一下，算出来的话下面的就不用看啦）——肯定是每拳的疼痛效果叠加啦既0到n的f(n)h(t-n)相加，如f(1)h（t - 1）+ f(2)h(t-2)……，当n很小时，为0.00000001时，就用积分符号啦。n次抽象为τ就是我们平时的f(t)与h(t)的卷积啦！

编辑于 2015-05-26

知乎用户

383 人赞同了该回答

应题主邀，把我在卷积的物理意义是什么？ - 数学的答案搬过来。

对于初学者，我推荐用**复利**的例子来理解卷积可能更好理解一些：

小明存入100元钱，年利率是5%，按复利计算（即将每一年所获利息加入本金，以计算下一年的利息），那么在五年之后他能拿到的钱数是$100(1+5\%)^5$，如下表所示：

本金	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$	$100\times(1.05)^3$	$100\times(1.05)^4$	$100\times(1.05)^5$

将这笔钱存入银行的一年之后，小明又往银行中存入了100元钱，年利率仍为5%，那么这笔钱按复利计算，到了第五年，将收回的钱数是$100(1+5\%)^4$，我们将这一结果作为新的一行加入上面的表格中：

本金	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
+100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$	$100\times(1.05)^3$	$100\times(1.05)^4$	$100\times(1.05)^5$
	+100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$	$100\times(1.05)^3$	$100\times(1.05)^4$

以此类推，如果小明每年都往银行中存入新的100元钱，那么这个收益表格将是这样的：

本金	第一年	第二年	第三年	第四年	第五年
+100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$	$100\times(1.05)^3$	$100\times(1.05)^4$	$100\times(1.05)^5$
	+100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$	$100\times(1.05)^3$	$100\times(1.05)^4$
		+100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$	$100\times(1.05)^3$
			+100	$100\times(1.05)^1$	$100\times(1.05)^2$
				+100	$100\times(1.05)^1$
					+100

可见，最终小明拿到的钱将等于他各年存入的钱分别计算复利之后得到的钱数的总和，即：

$$\underbrace{100}_{\text{第0年存入的钱}} \times \overbrace{(1.05)^5}^{\text{复利计算（5年）}} + \underbrace{100}_{\text{第1年存入的钱}} \times \overbrace{(1.05)^4}^{\text{复利计算（4年）}} + \underbrace{100}_{\text{第2年存入的钱}} \times \overbrace{(1.05)^3}^{\text{复利计算（3年）}} + \underbrace{100}_{\text{第3年存入的钱}} \times \overbrace{(1.05)^2}^{\text{复利计算（2年）}} + \underbrace{100}_{\text{第4年存入的钱}} \times \overbrace{(1.05)^1}^{\text{复利计算（1年）}} + \underbrace{100}_{\text{第5年存入的钱}} \times \overbrace{(1.05)^0}^{\text{复利计算（0年）}}$$

用求和符号来简化这个公式，可以得到：

$$\sum_{i=0}^{5} f(i)g(5-i), \text{where } f(i)=100, g(5-i)=(1.05)^{5-i}$$

在上式中，$f(i)$为小明的**存钱函数**，而$g(i)$为存入银行的每一笔钱的**复利计算函数**。**在这里，小明最终得到的钱就是他的存钱函数和复利计算函数的卷积。**

为了更清晰地看到这一点，我们将这个公式推广到连续的情况，也就是说，小明在从0到t的这一段时间内，每时每刻都往银行里存钱，他的存钱函数为$f(\tau)\ (0 \le \tau \le t)$，而银行也对他存入的每一笔钱按复利公式计算收益：$g(t-\tau)=(1+5\%)^{t-\tau}$，则小明到时间$t$将得到的总钱数为：

$$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau = \int_0^t f(\tau)(1+5\%)^{t-\tau}d\tau$$

这也就是卷积的表达式了，上式可以记为$(f*g)(t)$。

相信通过上面这个例子，大家应该能够很清晰地记住卷积公式了。下面我们再展开说两句：

如果我们将小明的存款函数视为一个**信号发生（也就是激励）**的过程，而将复利函数$g(t-\tau)$视为一个**系统对信号的响应函数（也就是响应）**，那么二者的卷积$(f*g)(t)$就可以看做是在t时刻对系统进行观察，**得到的观察结果（也就是输出）**将是过去产生的所有信号经过系统的「处理 / 响应」后得到的结果的**叠加**，这也就是**卷积的物理意义**了。

发布于 2015-06-11

▲ 383 ▼ 46 条评论 分享 收藏 收起

匿名用户

1212 人赞同了该回答

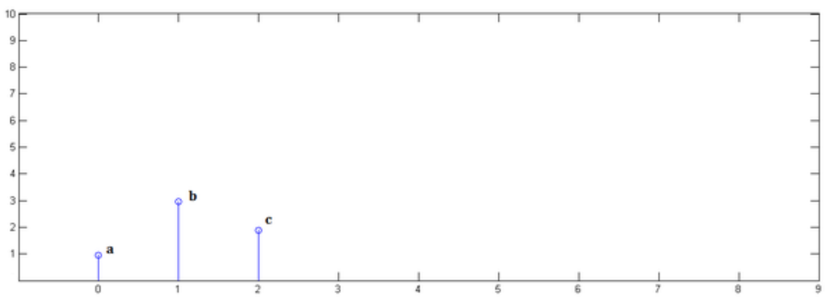
有那么麻烦吗？

不推荐用“反转/翻转/反褶/对称”等解释卷积。好好的信号为什么要翻转？导致学生难以理解卷积的物理意义。

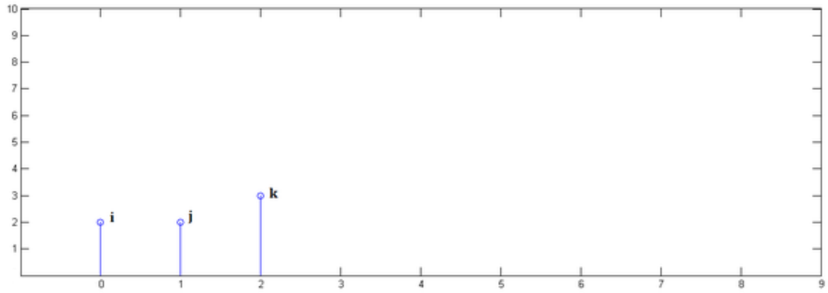
这个其实非常简单的概念，国内的大多数教材却没有讲透。

直接看图，不信看不懂。以离散信号为例，连续信号同理。

已知$x[0]=a, x[1]=b, x[2]=c$

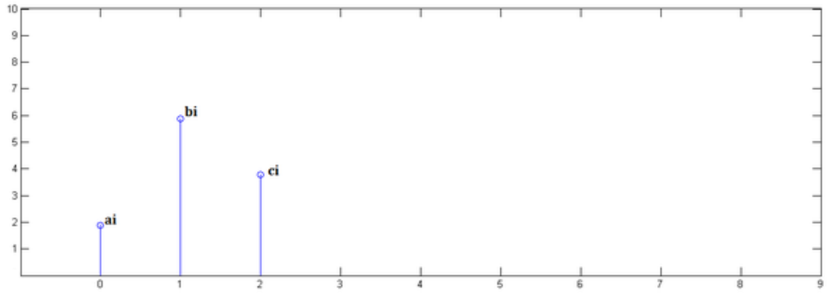


已知$y[0]=i, y[1]=j, y[2]=k$

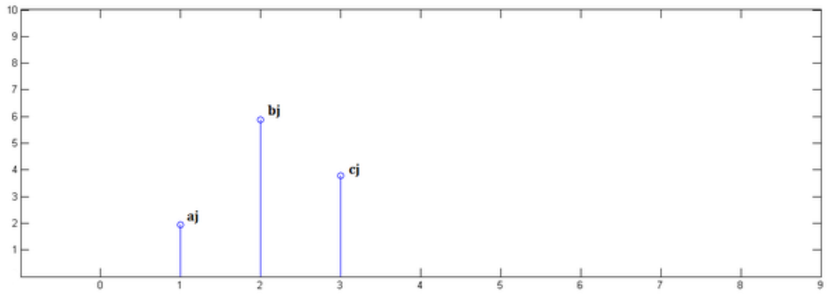


下面通过演示求$x[n]*y[n]$的过程，揭示卷积的物理意义。

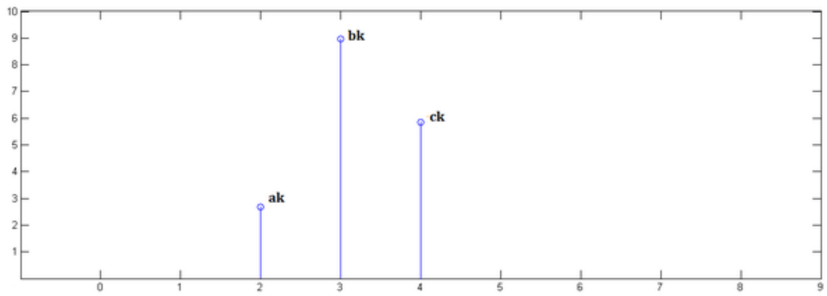
第一步，$x[n]$乘以$y[0]$并平移到位置0：



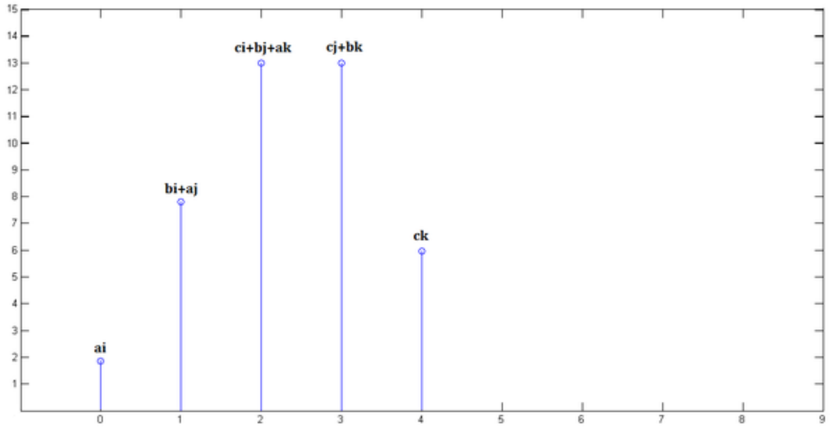
第二步，$x[n]$乘以$y[1]$并平移到位置1：



第三步，$x[n]$乘以$y[2]$并平移到位置2：



最后，把上面三个图叠加，就得到了$x[n]*y[n]$：



简单吧？无非是**平移（没有反褶！）、叠加。**

==

从这里，可以看到卷积的重要的物理意义是：一个函数（如：单位响应）在另一个函数（如：输入信号）上的**加权叠加。**

重复一遍，这就是卷积的意义：**加权叠加**。

对于线性时不变系统，如果知道该系统的单位响应，那么将单位响应和输入信号求卷积，就相当于把输入信号的各个时间点的单位响应 加权叠加，就直接得到了输出信号。

通俗的说：
在输入信号的每个位置，叠加一个单位响应，就得到了输出信号。
这正是单位响应是如此重要的原因。

在输入信号的每个位置，叠加一个单位响应，就得到了输出信号。
这正是单位响应是如此重要的原因。

在输入信号的每个位置，叠加一个单位响应，就得到了输出信号。
这正是单位响应是如此重要的原因。

编辑于 2016-08-25

▲ 1212 ▼ 97 条评论 分享 收藏 收起

笑劫戈
学生

222 人赞同了该回答

看了好多关于卷积的答案，看到这个例子才彻底地理解了这个过程～
关于卷积的一个血腥的讲解
比如说你的老板命令你干活，你却到楼下打台球去了，后来被老板发现，他非常气愤，扇了你一巴掌（注意，这就是输入信号，脉冲），于是你的脸上会渐渐地（贱贱地）鼓起来一个包，你的脸就是一个系统，而鼓起来的包就是你的脸对巴掌的响应，好，这样就和信号系统建立起来意义对应的联系。下面还需要一些假设来保证论证的严谨：假定你的脸是线性时不变系统，也就是说，无论什么时候老板打你一巴掌，打在你脸的同一位置（这似乎要求你的脸足够光滑，如果你说你长了很多青春痘，甚至整个脸皮处处连续处处不可导，那难度太大了，我就无话可说了哈哈），你的脸上总是会在相同的时间间隔内鼓起来一个相同高度的包来，并且假定以鼓起来的包的大小作为系统输出。好了，那么，下面可以进入核心内容——卷积了！

如果你每天都到地下去打台球，那么老板每天都要扇你一巴掌，不过当老板打你一巴掌后，你5分钟就消肿了，所以时间长了，你甚至就适应这种生活了……如果有一天，老板忍无可忍，以0.5秒的间隔开始不间断的扇你的过程，这样问题就来了，第一次扇你鼓起来的包还没消肿，第二个巴掌就来了，你脸上的包就可能鼓起来两倍高，老板不断扇你，脉冲不断作用在你脸上，效果不断

叠加了，这样这些效果就可以求和了，结果就是你脸上的包的高度随时间变化的一个函数了（注意理解）；如果老板再狠一点，频率越来越高，以至于你都辨别不清时间间隔了，那么，求和就变成积分了。可以这样理解，在这个过程中的某一固定的时刻，你的脸上的包的鼓起程度和什么有关呢？和之前每次打你都有关！但是各次的贡献是不一样的，越早打的巴掌，贡献越小，所以这就是说，某一时刻的输出是之前很多次输入乘以各自的衰减系数之后的叠加而形成某一点的输出，然后再把不同时刻的输出点放在一起，形成一个函数，这就是卷积，卷积之后的函数就是你脸上的包的大小随时间变化的函数。本来你的包几分钟就可以消肿，可是如果连续打，几个小时也消不了肿了，这难道不是一种平滑过程么？反映到剑桥大学的公式上，f(a)就是第a个巴掌，g(x-a)就是第a个巴掌在x时刻的作用程度，乘起来再叠加就ok了，大家说是不是这个道理呢？我想这个例子已经非常形象了，你对卷积有了更加具体深刻的了解了吗？
转自GSDzone论坛
来源：人人网

发布于 2016-03-17

▲ 222 ▼ 28 条评论 分享 收藏

田鲁亦
Single Cell Genomics

56 人赞同了该回答

很喜欢唐常杰老师的解释：科学网—辐射、服碘、补盐、空袭和卷积-----教学难点讨论之一

公式有错位，推荐在源链接中看

另外推线唐老师的系列文章：科学网—从这里开始 -----系列博文的入口及其DIY

幼童背古诗文的感觉，来自数学系的同学觉得卷积是小菜一碟，随手就写出卷积定义

F(t)=∫f(τ)g(t-τ)dτ (积分限从-∞ 到+∞)

并指出这是含参积分，t是参数，觉得浅而又显，无须解释。而部分（例如来自工科和医学专业的）选修数据挖掘的学生，还是觉得稍有点难，说：相关公式能默写、能推导、能通过考试，自己还是觉得不踏实，觉得没有真正理解；发明者是怎样想出来的？有何直观背景？用在哪些场合？

一言以蔽之，在逻辑上认可，而直观上迷茫。好像很小的时候背诵古诗文那种感觉。

鉴于数学老师已经讲解过理论推导，作为一种补充，这里用生活实例做一些直观解释，给出一个大框架和物理直观，为叙述简单，忽略一些细节。需要说明，直观的解释仅用于辅助理解，不能取代严格的描述和证明。

几个时髦（但可能不很贴切）的例子.

辐射：设某核电站事故中，某工作人员每天到抢险现场工作T分钟，接受一定剂量的辐射，辐射会自然地衰减，如此工作N天，总的辐射量用什么计算工具来（粗略地）估计？回答：可以用卷积。

服碘：某人为了防辐射，自己找来碘片，每天口服若干，体内碘残量会随人体代谢衰减，N天后体内积累的碘残量如何（粗略地）估计？还是卷积；（后面科普部分将给出简单的推导过程）；

补盐：某人为了反辐射，抢购来碘盐，每餐口服若干，体内盐残量会随人体代谢衰减。N天后体内积累的盐量和碘残量如何（粗略地）估计？可以用卷积；

空袭：某多国部队每隔N小时对桀骜不驯的某地区或国家实行间歇性空中打击，每次打击后，其物理破坏和心理震慑作用会随时间衰减（例如，被打方会组织抢修，心里承受度增加等

怎样通俗易懂地解释卷积？

积累效应，多次喷洒农药的残留量，等等，也可以用卷积来估计。

上面的有些例子可能不很贴切，有几个原因：，

(a)卷积是积分运算，处理对象要求是可以积分的函数，在工程中，一般对应于连续现象而不是离散对象；把离散对象当做连续的现象处理，只能粗略估计。

(b)社会问题，政治问题比较复杂，即使加上很多假定，也只是框架性的估算。

但是，有计算、有依据的估计总比算命先生的神仙数字可信。

难懂之因：为了数学美，拆卸了脚手架。 教科书书常用“定义—定理”的体系，先给出数学定义，然后给出若干性质， 从公式 到 公式，逐步推导。有的教科书采用用信号“反褶、平移、相乘、积分”给出几何解释，属于用数学解释数学，提问者不满足这种解释。

这不是当年发明卷积的大师们的“需求–猜想—发现—证明—应用”的路径，大师们建设好“卷积”大厦后，为了数学美，拆卸了脚手架，现在人们看到的是炼成的钢铁，看不出钢铁是怎样炼成的。造成了部分非数学专业学生的一个难点。

一次输液引出的班门弄斧 一次偶感风寒，服药未愈，转作静脉滴注，无聊地望着那药液慢腾腾地滴，忽然灵感一闪：

（1）这是一个可离散观察的连续过程。透明玻璃管构成了可视化的界面，能离散地对药滴计数，而下面是相对稳定的液柱高度，保证了药液连续（有点脉动）地注入静脉，比较适合积分处理；（口服和注射，就相对离散，结果就更粗略一些）。

（2）药动学有个术语血药浓度，怎样来保证血药浓度在安全阈值之下，又在有效阈值之上呢？

立刻在草稿本上写划，哇噻，原来可以用卷积！而且只需要简单的积分知识。于是，对此常问难点，有了一个易懂的直观解释。正是：小恙滴注，焉知非福？

下面将叙述这次双重的（数学与医学）的班门弄斧，疏漏之处，请专家指正。

静脉滴注与体内药物浓度 为简单又不失一般性，给出下列符号和假定:

从t=0开始，每隔τ秒，输入药物一次（离散化是为了简单）；药量随时间变化， 在时刻t时的那次给药量为f(t)，关注的时刻点为 t=0, τ，2τ，3τ，…

一滴药液的在体内衰减规律 药物以多种方式代谢(衰减)，按假设，在τ1时的那滴药液含药量f(τ1)，当时间流逝到t时刻，假设那一滴药物在体内的残量是f(τ1) g(t，τ1)，其中g(t，τ1)称为衰减因子函数，怎么找出衰减因子的具体结构呢？药动学中有两种衰减方式 ：

(a)零级动力学消除，即恒速消除，如乙醇血浓>0.05 mg/ml时，较简单；

(b)一级动力学消除，即恒比消除，消除速度与血药浓度成正比，如乙醇血浓<0.05 mg/ml时的衰减规律，这也类似于简单热传导中散热速度与温差成正比。

设在τ时刻 ，输入一滴药，药量为f(τ)， 根据一级动力学消除，建立最简单的微分方程 ；

$dg/dt = -kg$

考虑t=τ时不衰减的初始条件，容易求得 $g=e^{-k(t-\tau)}$

，

为下面方便，把衰减因子改写为

$g(t-\tau)= e^{-k(t-\tau)}$

于是，在τ>0时,给药一次，药量为f(τ)，

当t为2τ时，血药浓度降到 $f(\tau)*g(t-\tau)= f(\tau)*g(\tau)= f(\tau)(1/e^{k})$

当t为3τ时，血药浓度降到 $f(\tau)*g(t-\tau) = f(\tau)*g(2\tau)= f(\tau)(1/e^{2k})$

当t为4τ时，血药浓度降到 $f(\tau)*g(t-\tau) = f(\tau)*g(3\tau)= f(\tau)(1/e^{3k})$

可见，只给药一滴，血药浓度衰减很快，难以治疗那种要与病毒或细菌打持久战的疾病。

多次密集给药 或连续给药 上面是只在τ>0时,给药一次，现在
依次取τ1, τ2,….. τn ;则n次密集给药后，当时间流逝到t时的血药

前面说过，静脉滴注是一个可离散观察的连续过程。，所以，上面的和式可写为积分形式，即卷积

$F(t)=\int f(\tau)g(t-\tau)d\tau$

曲线光滑工具 当f(τ)是脉冲函数时（例如考察一滴药引发的血药浓度），曲线显得不够光滑，而卷积F(t)是多次脉冲的（平均）累积效应，或可视为是一种加权平均，所以，F(t)的曲线就光滑一

些，所以，医生要考察N小时的滴注效果，而不察几分钟或一滴药的效果。选择适当的g(t-τ)函数，（例如，3/2次方衰减型、平方衰减性、指数衰减型、周期兼指数衰减型，...），可用卷积作为突出不同加权方式的曲线光滑工具。

比较光滑、不是陡升陡降的血药浓度曲线表明，静脉滴注能较好地控制血药浓度；这大概也是有些医生和病人喜欢它的原因；当然，如果过分依赖静脉滴注，则减少了免疫系统的锻炼机会，所以很多医生主张，如果服药能解决问题，就不要滴注。

更多的应用实例 卷积的结果可辅助人们定量地协调脉动式输入 f(τ) 和 衰减g(t-τ) 这一对矛盾，使得累积效应F(t)=∫f(τ)g(t-τ)dτ 在控制范围内。

例如，研究干预规则，（例如，叶酸干预新生儿脑畸形缺陷），干预为f(τ)，复杂的衰减g(t-τ)，总的干预效果可否用卷积来粗略描述？
再例如，制定正确的给药剂量和周期，例如照医嘱摄入碘或盐；
又例如，制定空中打击方案的强度和频度，常识告诉人们，足够的强度和密度才能有效打击。卷积作为工具，或许可定量计算出最经济打击强度和密度。而被打击的一方，可计算出足够的衰减因子，使得能在被轰炸后有效恢复；战争是铁血与智慧的较量，当双方的铁与血差不多时，如《孙子.计篇》所说，“多算胜，少算不胜”，而卷积只不过在众多的计算方法基础上，增加了一个算法，仅此而已,

最近，在这个不平静的世界上，有一场空袭和反空袭的较量，不知持续多久？10天，100天，还是200天？研究军事的专家或许可用卷积做个模型。

武侠小说中，有时候看见一方逐步投入兵力，使用添油战术，好像是多次服药，每次都没有服够量，血药浓度低于有效门限。被逐次歼灭。

卷积并不神秘，它有其退化版，例如水池一面进水，一面放水，求瞬时水量。当进水匀速且放水速度服从零级或一级动力学消除规律时，偶尔也作为中小学生的数学奥赛题，基础好的聪明学生能用初等方法计算。但当进水是1+sin(t)这样的脉动函数，或更复杂的函数时，就只能用卷积了。

编辑于 2014-12-03

nan hu

22 人赞同了该回答

最近又彻底理解了一下卷积，发现和一些主流的思路有些不同。不过个人觉得这个思路非常好理解，而且这个解释的优势在于直观理解而且不会产生“时间反卷”的奇怪反直觉现象。欢迎大家讨论。
首先，定义一下符号：h(x)=(f*g)(x)
卷积定义式如下：

一时宽度不为零，这样就不能简单确定信号发射的时间点（这不是一个完美的瞬时时刻），其二是强度也存在分布。卷积的问题是：当理论上的完美响应g(t)和这个不完美的激励信号f(t)都已知的情况下如何获取这个不完美的结果h(t)？这个不完美的结果h(t)就称之为f(t)和g(t)的卷积。

为了回答卷积为什么写成定义的样子，具体分析如下：

如果f(t)是完美宽度的，那么h(t)=f(0)*g(t)（没错，这里*是普通的乘积）就应该是结果了。也就是

说仅仅是把g(t)乘以一个常数f(0)而已，而g(t)的形状严格不变。而且注意，这里激励的时间是没有误差的，从激励信号开始给出的时候开始计时（定义了完美的时间零点），得到的h(t)相对于g(t)就是完美的，没有时间延迟，只有一个f(0)的常数造成绝对强度的f(0)倍，而f(0)也是已知的，所以g(t)= h(t)/f(0) 或者h(t)=f(0)*g(t)。

现在的问题是激励信号f(t)不完美，那么就把激励信号f(t)分解为一系列的delta函数，如上图。这些delta函数的宽度都是完美的（宽为微分dt，是瞬时的），但是他们的高度不同（或者说有不同的权重），称之为“加权delta函数”。

下面，定义f(0)为时间零点，那么当f(0)这个加权delta函数激励的时候，扫描是完美的，时间上精确地定义了，强度上只是乘以了f(0)这个常数而已，这和上面说的完美扫描完全一模一样。但是f(1)这个加权delta函数激励的时候，扫描是不同而且不完美的，强度变了，变成f(1)倍而不是f(0)倍了，而且时间上因为f(1)自己出发的时候就晚了1秒，所以得到的这个h(t)分量的结果肯定也不完美，应该正好晚了1秒，就是说应该是g(t)这个函数平移1秒，也就是g(t-1)，再乘以f(1)就对了，就是h(1)这个分量了。这样以此类推，每个加权delta函数激励的时候都有一个时间差，这个时间差就定义为tau。对于每一个tau，都有一个强度加倍因子叫做f(tau)，还有一个时间差，叫做tau，所以最后得到的这个分量（或者说贡献）h(tau)就是等于f(tao)*g(t-tau)。这个式子就模拟了f(tau)这个加权delta函数扫描g(t)的过程以及得到的结果h(tau)。

最后，把这些h(tau)加起来，就是积分，也就是定义式了。

编辑于 2015-05-08

▲ 22 ▼ 7 条评论 分享 收藏 收起

李泽光
卷积物理意义、傅里叶级数、傅里叶变换、拉普拉斯变换

33 人赞同了该回答

卷积的物理意义：

只有线性时不变系统才能导出卷积公式，我们知道线性系统满足齐次性和叠加性，而时不变性其实是指系统的单位冲激响应无论什么时候都不变。实际上，在信号与系统中，卷积就是计算线性时不变系统在信号激励下任意时刻的零状态响应，为了更好理解卷积的物理意义，可以先看一个例子：当一个拳击选手遭到对方连续两次击打身体的同一部位时，第二次被击打时他感觉到的疼痛是第一次被击打所遗留的疼痛与第二次被击打的疼痛之和。下面的文字可能比较长，你要想真正理解卷积的物理意义，还需要你慢慢看完下面的数学推导。

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

式（3.5-23）中的单位冲激响应h(t)出现了反褶，这与图3.5-4不

没有反褶，所以，公式（3.5-23）与可实现的物理系统不符。另

机上用软件进行科学计算时可以将系统单位冲激响应进行反褶，相应的，此系统可以看成非因果系统。

上述内容是摘自我写的《信号与系统分析和应用》书中的几节内容，希望能对大家有所帮助，并请提出意见和建议。

编辑于 2016-03-15

▲ 33 ▼ 17 条评论 分享 收藏 收起

知乎用户

37 人赞同了该回答

最近在看Feedback Control of Dynamic Systems，趁此机会复习了一下卷积。

先看下图，左边是输入信号，右边是输出信号：

(a)中，输入信号p(t)经过系统后得到输出信号h(t)；
(b)中，输入信号较之于(a)延迟了τ，表示为p(t-τ)，由于是LTI（线性时不变系统），输出信号也延迟τ，变为h(t-τ)；
(c)、(d)两图阐释了LTI的叠加原理：若以p(t)+p(t-τ)为输入，则输出为h(t)+h(t-τ)；

假设现在有一个输入信号u(t)，将其表示为若干个我们刚刚见过的p(t)的叠加

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

那么u(t)通过上文的系统后，会得到什么呢？
假设可得y(t)，根据叠加原理：

但我们仍有一些不太满意的地方，用p(t)表示的u(t)并不是精确的u(t)啊，那些小长条的面积比u(t)的面积可少了不少呢。除非Δ尽可能的小，长条尽可能的窄。

诶，这不就是积分么？

所以：

这就是卷积，与其理解成翻转，不如理解成延迟后叠加。

发布于 2016-04-22

怎样通俗易懂地解释卷积？


我喜欢倾听大家不同的价值观，但是我不希望你们因为价值观不同而争吵

1 人赞同了该回答

任何一个信号的响应可以分解为冲击响应加权的积分，这个加权项就是你要求响应的信号。卷积运算就是让你需要求响应的信号的每个小区间与冲击响应的每个小区间△（X）对应相乘，每个冲击响应又有延迟项，才导致的积分中有平移的项，其实就是实现时域求信号响应的过程。具体的

还是参考郑君里的信号与系统那一章的讲解吧。

发布于 2014-03-21

▲ 1 ▼ 添加评论 分享 收藏

Nirvana AC
计算机科学/不搬砖/什么都会一点点

24 人赞同了该回答

等车无聊答了玩，班门弄斧求轻喷...我先后一共在四个场景下遇到过卷积：1. 微分方程，2. 傅立叶变换及其应用，3. 概率论，4. 卷积神经网。在不同场景的应用前面的人已经答的很好了，我先不展开了，讲一下我印象最深刻的一个简单理解，是微分方程公开课上prof举的一个栗子，和上面打人的栗子其实差不多，不过这个更现实，故事细节有点模糊，记不清的地方只能凭脑补了。。大概就是他的女儿是做环保的，有一次她接到一个项目，评估一个地区工厂化学药剂的污染（工厂会排放化学物质，化学物质又会挥发散去），然后建模狮告诉她药剂的残余量是个卷积。她不懂就去问她爸爸，prof就给她解释了。假设t时刻工厂化学药剂的排放量是f(t) mg，被排放的药物在排放后Δt时刻的残留比率是g(Δt) mg/mg；那么在u时刻，对于t时刻排放出来的药物，它们对应的Δt=u-t，于是u时刻化学药剂的总残余量就是∫f(t)g(u-t)dt，这就是卷积了。

发布于 2015-04-02

▲ 24 ▼ 8 条评论 分享 收藏

林麦
怕什么真理无穷，进一寸有一寸的喜

28 人赞同了该回答

最近复习看到卷积这块儿，说说我的理解。
如果随便给你两个函数让你算卷积，其实没什么具体意义，就是用某种规则实现某种运算而已。
如果要探究物理意义，那么最好把它放到一个因果稳定的系统（就是从零之后才有值，而且收敛的那种）中，从单位冲击响应h（t）来看。我们都知道，将给定的一个函数x(t)与系统的h(t)卷积，得到的就是输出y(t),这利用了LSI系统满足的叠加定理。下面解释为什么卷积一下子就是输出。
(1)对h(t)的一种理解是：它表征**影响因子。**所谓影响因子就是你给了一个输入，它在不同时间产生的影响力大小。首先要明白，当我们算某个时刻的响应的时候，它不仅与这个时刻的输入有关，还与之间所有在这个时刻存在影响因子的输入有关。例如，我们要求t=4时刻的输入y(4),那么y(4)=x(4)h(0)+x(3)h(1)+x(2)h(2)+x(1)h(3)+x(0)h(4),注意，这个式子是错误的，正确的应该是无数时刻的积分，这里只领会精义就行了。看下面的图，相同颜色的是对应的输入与对应在t=4时刻的影响因子，x(4)当然对应的影响因子最大为h(0),x(3)对应的影响因子就相对小了为h(1),⋯x(0)对应的影响因子最小为h(4).它正好就是h(-t+4),就是反褶后右移4。为什么要反褶呢，因为隔着t=4越近的输入对应的影响因子在h(t)中隔的t=4越远，而且从上面的式子也能看出，括号里对应时刻的和为4，正好也是平移的大小。

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

所以说，卷积的工程意义就是指示了某个系统的响应特性，也就是在某时刻给个输入delta(t)，它接下来会做出什么反应，反应持续多久，h(t)就表征了这些，也就是在不同时刻的影响因子。
(2)以前有个讲卷积的例子还不错。比如你一次性打一个人50大板，估计他就over了，而如果分五

年打完这50大板，估计他还能活蹦乱跳的（当然不排除他由于心理恐惧提前崩溃了）。为什么呢，这还是影响因子的问题。当你一次性打完的时候，几乎所有的都在以最大的影响因子叠加，超过了他的最大抗打能了，系统崩溃。当你分五年打完的时候，每次他去受打的时候，以前的伤已经痊愈了，不再有影响因子，当然在他的抗打能力之内。其实你在发送信息的时候也一样，如果隔老长时间发一个符号，解调的时候轻松多了，因为前面的对它基本没有干扰了。但是代价是可想而知的，就像求县老爷五年内打完你五十大板的难度一样。

(3)有个事儿做工程的时候一定要明白，就是你想算某个时刻，不能单看某个时刻，还得看它的前前后后。比如通信原理里讲到的码间串扰，你会发现前面无数个时刻的拖尾在影响着你算的时刻，好在抽样函数有个很好的特性就是它在kπ处有零点而且它有对称性，这样可以通过恰当的设计，抽样

解调出来。这种特性也有它好的一面，例如抽样恢复的内插函数就是利用了许多个这样的抽样函数的叠加。其实这可以看成是相关性，预测编码的时候就是利用前面的影响预测出下一刻的输出…

(4)我之前用matlab求卷积的时候特别不理解为什么conv函数都默认从t=0开始，而无法给出输入序列的位置信息也不让你输入序列的位置信息。这么牛的一帮人为啥就不写个适应性强点儿的卷积函数呢。后来我明白了，因为我们工程上做的因果系统，所以h(t)必然是从0开始有值的，而你的输入也是从0开始的，所以默认当然就是从t=0开始的啊。所以看来只有我们才在这儿无聊地拿着两个没有意义的任意的图让你算卷积，然后老师就开始'先反褶其中一个，再平移其中一个，求它们重叠部分的面积'，哎，只会做题不求甚解，中国的教育说多了都是泪啊~

发布于 2014-04-15

林扬飞
我思故我在

卷积在信号与系统这门课程里面使用得比较多，可以说卷积就是信号与系统这门课程的一道坎，把卷积的概念弄清楚了，信号与系统其他一些概念都很明了了。因此，结合信号系统来更为形象地理解什么是卷积。

- **系统**

从一些生活中的例子说起吧。往一片平静的水面投入一块石头，水面的涟漪随时间推移扩散开去，慢慢地水面又恢复平静。如果把水面看做一个"系统"的话，投入石块就相当于给这个"系统"一个"激励"，水面产生波纹就相当于这个"系统"的"响应"。又比如敲锣，当外力敲打锣面产生"激励"，锣面的"响应"就是产生振动发出声音，由于阻力作用，声音越来越弱。其实，系统在生活中无处不在，把这些例子抽象出来，就可以用这个图来表示：

- **响应**

出系统的特性。通常是在t=0时刻，在系统的输入端加入一个记为 $\delta(t)$ 单位冲激信号:

测得系统的响应为：

类似于敲锣的例子，敲打锣面就是上面第一幅图所示的冲激信号，锣面发生振动的幅度就如同上面第二幅图所示。
通过这种方法反映了系统的特性，如果用一个输入-输出对应的函数来表示系统，上面这个图形对应的函数就称为系统函数。当然，实际的系统输入并不是一个的单位冲激信号这么简单，但无论多么复杂的输入信号，我们都可以将其分解为一个个连续的冲激信号，下面3幅图就分别显示了t=0s,t=0.2s,t=0.4s时给系统输入单位冲激信号，系统的响应：

由于3个单位冲激信号有0.2s的延时，因此系统的3个响应图形也响应有0.2s的延时，最后我们将蓝、红、绿3个响应图形相加起来就得到了3个单位冲激信号通过系统的输出：

- 卷积

前面所讲从系统的抽象以及系统的响应都是概念性的，那么系统输入和输出的数值具体怎么计算，这时卷积就派上用场了。卷积可以理解为一种计算系统输入和输出数值的工具，用符号'*'表示卷积，那么就得到关系式：输入*系统=输出。上面的图2在t=0.4s时的数值，是由图1中蓝、红、绿分别对应的3个单位冲激响应相加得来，蓝、红、绿3个信号进入系统的时间分别为：t=0s，t=0.2s，t=0.4s，仔细观察，在图1中3个冲激信号对应系统响应的值分别为系统响应在t=0.4s，t=0.2s，t=0s的值，对应的时间顺序刚好相反，这就揭示的卷积的计算方法：**翻转、平移、相乘、积分**（或求和），（看到维基百科有个很好的动态图：zh.wikipedia.org/wiki/卷积）。归纳的讲，t时刻卷积的值就是t时刻以及t时刻之前信号对系统产生响应值的总和。

编辑于 2014-07-15

▲ 127 ▼ 15 条评论 分享 收藏 收起

白如冰
君子务本

65 人赞同了该回答

有一个不太严格的理解：

$$(\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n)(\sum_{n=1}^{\infty} b_n x^n) = \sum_{n=1}^{\infty}(\sum_{k=1}^{n} a_k b_{n-k}) x^n$$

x^n 是“基”，a_n 是在这个基上的展开系数。两个多项式乘积的在

自在基上展开系数的卷积。

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

发布于 2016-03-31

▲ 65 ▼ 8 条评论 分享 收藏

鹌鹑

天降正……啊！

10 人赞同了该回答

卷积，就是信号B与信号A错开时间的内积，错开的时间长度就是卷积结果的自变量。

发布于 2015-06-11

▲ 10 ▼ 1 条评论 分享 收藏

麦克西奎

22 人赞同了该回答

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

以上图片转载来自通信人家园论坛，深入浅出通信原理之连载1和2，陈爱军……………通信界的神贴，华为工作20几年的无线专家历时五年写的！！！写得真的非常棒！

发布于 2016-04-01

▲ 22 ▼ 5 条评论 分享 收藏 收起

刘恋
本科微电子工程，微电子、政治学与哲学硕士在读

39 人赞同了该回答

呵呵，我用有一个故事来解释卷积！够通俗吧~~
张三刚刚应聘到了一个电子产品公司做测试人员，他没有学过"信号与系统"这门课程。
一天，他拿到了一个产品，开发人员告诉他，产品有一个输入端，有一个输出端，有限的输入信号只会产生有限的输出。
然后，经理让张三测试当输入sin(t)(t<1秒)信号的时候(有信号发生器)，该产品输出什么样的波形。张三照做了，花了一个波形图。
"很好！"经理说。然后经理给了张三一叠A4纸: "这里有几千种信号，都用公式说明了，输入信号的持续时间也是确定的。你分别测试以下我们产品的输出波形是什么吧！"
这下张三懵了，他在心理想"上帝，帮帮我把，我怎么画出这些波形图呢?"
于是上帝出现了: "张三，你只要做一次测试，就能用数学的方法，画出所有输入波形对应的输出波形"。
上帝接着说:"给产品一个脉冲信号，能量是1焦耳，输出的波形图画出来！"
张三照办了，"然后呢?" 上帝又说，"对于某个输入波形，你想象把它微分成无数个小的脉冲，输入给产品，叠加出来的结果就是你的输出波形。你可以想象这些小脉冲排着队进入你的产品，每个产生一个小的输出，你画出时序图的时候，输入信号的波形好像是反过来进入系统的。"
张三领悟了:" 哦，输出的结果就积分出来啦！感谢上帝。这个方法叫什么名字呢?"
上帝说:"叫卷积！"

发布于 2014-03-21

▲ 39 ▼ 14 条评论 分享 收藏

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

知乎用户

6 人赞同了该回答

可以看一下维基里面的：卷积 图示，非常形象，可以理解为加权求和。
也可以这么理解，对于一个信号，你要计算t=4时刻其影响，但是t=0,1,2,3时刻的影响也对t=4有影响，只是在t=4时，它们的影响已经比较小了，所以也要考虑它们的影响不过要把它们的影响赋予

一个小的权重。

发布于 2014-08-29

▲ 6 ▼ 添加评论 分享 收藏

知乎用户

6 人赞同了该回答

一个最简单直接的看法是，卷积就是带权的积分。

发布于 2015-04-25

▲ 6 ▼ 2 条评论 分享 收藏

白小迪

不会撸代码的程序猿

4 人赞同了该回答

x=(a²+a+1)，y=(2a+1)，取其各项系数

设x[n]=[1，1，1]，y[n]=[2，1]，

分别计算x·y和x[n]*y[n]。

得到x·y=2a³+3a²+3a+1，

x[n]*y[n]=[2，3，3，1]

对比发现其系数卷积是他们相乘的系数，

这大概是卷积最简单的理解吧

发布于 2016-08-12

▲ 4 ▼ 1 条评论 分享 收藏

安以北往南

梦想和经典一样~

4 人赞同了该回答

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？

从概率论的角度来理解吧，举例为X Y 两组连续型随机变量，那么令Z = X + Y ，当X Y两组变量独立时，就能推导出卷积公式了，fz=fx*fy的意义就是在于两组变量叠加出来的概率密度，也就是算两信号X Y混叠起来的时候的响应。

发布于 2015-09-18

▲ 4 ▼ 2 条评论 分享 收藏

更多

2 个回答被折叠（为什么？）

▲ 56 ▼ 11 条评论 分享 收藏

怎样通俗易懂地解释卷积？