

Tema 2. CONDENSADORES Y CORRIENTES ELÉCTRICAS (RESUMEN)

- **Condensadores y dieléctricos**

Un condensador es un dispositivo eléctrico utilizado en los circuitos para almacenar energía eléctrica. Está formado por dos placas conductoras separadas por el vacío o por un material que no conduce la corriente (dieléctrico). Un condensador se caracteriza por su capacidad C , definida como la relación entre la carga neta almacenada Q y la diferencia de potencial entre sus placas V :

$$C = \frac{Q}{V}$$

En el S.I. la capacidad se mide en faradios ($1\text{ F} = 1\text{ C/V}$). La capacidad depende del diseño geométrico del condensador y de la naturaleza del dieléctrico que hay entre sus placas o armaduras. Para un condensador de láminas planas paralelas de superficie S separadas una distancia d y vacío entre las placas:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d}$$

La capacidad de un condensador cilíndrico, de radio interno R_a , externo R_b y longitud L es:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 \cdot L}{\ln(R_b/R_a)}$$

Asociación de condensadores:

Condensadores en **serie**: $\frac{1}{C_T} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Condensadores en **paralelo**: $C_T = \sum_i C_i$

Dieléctrico: Material que no permite el movimiento libre de cargas en su interior. Existen dieléctricos apolares (sus moléculas no tienen momento dipolar eléctrico) y polares (sus moléculas tienen un momento dipolar eléctrico permanente).

Cuando se coloca un dieléctrico apolar en un campo eléctrico, como el que existe entre las armaduras de un condensador, aparece sobre sus átomos o moléculas un momento dipolar inducido, convirtiéndose éstos en dipolos eléctricos que se orientan en la dirección del campo. Esta orientación da lugar a que sobre cada una de las superficies del material polarizado aparezca una densidad superficial de carga ligada o densidad de carga de polarización σ_d . El campo eléctrico en el interior de un condensador con dieléctrico entre sus placas es:

$$E = E_0 - E_d = \frac{|\sigma| - |\sigma_d|}{\epsilon_0}$$

donde E_0 es el campo sin dieléctrico y E_d es el campo creado por la densidad superficial de carga existente en las superficies del dieléctrico.

Cuando se introduce un dieléctrico entre las armaduras de un condensador en el que había el vacío entre las placas, la capacidad aumenta de modo que:

$$C = k \cdot C_0$$

mientras que la diferencia de potencial y el campo eléctrico disminuyen:

$$V = \frac{V_0}{k}, \quad y \quad E = \frac{E_0}{k}$$

siendo k la constante dieléctrica del material.

La relación entre la constante dieléctrica de un material y las densidades superficiales de carga σ y σ_d es:

$$\sigma_d = \frac{(k-1)\sigma}{k}$$

Un medio dieléctrico posee una permitividad eléctrica ϵ , siendo su permitividad relativa:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = k$$

- **Energía del campo eléctrico**

La energía de un condensador es la energía potencial de las cargas que hay en sus placas:

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C \cdot V^2$$

Cuando se asocia esta energía con el campo eléctrico, la densidad de energía u_E (energía por unidad de volumen) en el espacio ocupado por el campo (en el vacío) es:

$$u_E = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E^2$$

En un medio material basta sustituir ϵ_0 por ϵ .

La energía eléctrica total U en un volumen V se calculará mediante la integral:

$$U = \int_V u_E \cdot dV$$

- **Movimiento de cargas por un conductor**

Un material conductor se caracteriza por disponer de portadores de carga que pueden moverse con relativa libertad en el interior del material. Cuando establecemos una diferencia de potencial entre dos regiones del conductor se origina un campo eléctrico en su interior, por acción del cual los portadores de carga se mueven. El término corriente eléctrica, en su sentido más amplio, se utiliza para describir el flujo de carga a través de una cierta región del espacio.

En muchas situaciones el flujo de carga tiene lugar a través de materiales sólidos en los cuales los portadores de carga libres son electrones (metales). El ejemplo más común de material conductor es el cobre, ampliamente utilizado en la confección de circuitos eléctricos.

Para cuantificar el flujo de corriente, suponemos que los portadores se mueven perpendicularmente a una superficie de área S (por ejemplo, podría ser la sección transversal de un hilo conductor). Se define la **Intensidad** de la corriente como la velocidad con la que la carga eléctrica atraviesa dicha superficie. Si ΔQ es la carga que atraviesa S en un intervalo de tiempo Δt :

$$I_{\text{med}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

La intensidad de corriente instantánea es:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \quad [\text{C/s}] \equiv [\text{A}]$$

Aunque I es un escalar, se habla de sentido de la corriente. Por convenio, el sentido de la corriente es el del movimiento de los portadores de carga positivos (opuesto al flujo de electrones en un conductor).

Velocidad de arrastre. Si aplicamos un campo eléctrico (supongámoslo uniforme) en el interior de un conductor, aparece una fuerza sobre cada una de las partículas cargadas que lo componen. En un metal, los elementos con carga positiva (iones) constituyen una red fija (red iónica) y, aunque se desplazan ligeramente por acción de esta fuerza, permanecen ligados entre sí, mientras que los electrones libres se mueven en el interior del material. Si no existieran otras fuerzas actuando sobre los portadores de carga, estos se moverían con aceleración constante (ya que hemos supuesto E uniforme), pero los electrones interaccionan en su

movimiento con la red iónica del metal resultando que cada portador posee un complejo movimiento en zigzag a través del material. Sin embargo, a nivel estadístico, el conjunto de portadores se mueve con una velocidad media concreta, cuyo módulo es la **velocidad de arrastre** (v_a).

La relación entre la velocidad de arrastre y la intensidad de corriente es:

$$I = n q S v_a$$

Donde n es el número de portadores por unidad de volumen, q la carga de cada portador y S la sección del conductor.

Densidad de corriente. Magnitud vectorial que proporciona la cantidad de corriente por unidad de área normal a la dirección del movimiento de portadores:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_n} \cdot \vec{u}$$

siendo \vec{u} un vector unitario en la dirección del movimiento de cargas y sentido del desplazamiento de cargas positivas.

Considerando un $d\vec{S}$ con cualquier orientación podemos poner:

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S} \rightarrow I = \int_s \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

puesto que dS_n es la proyección de $d\vec{S}$ sobre un plano perpendicular a la dirección del movimiento de cargas.

Si la densidad de corriente es uniforme, su módulo es:

$$j = \frac{I}{S_n} = n q v_a$$

También podemos poner:

$$\vec{j} = n q \vec{v}_a$$

- **Ley de Ohm.**

Si aplicamos una diferencia de potencial V entre los extremos de un trozo de conductor a temperatura constante se producirá una corriente I . El valor de V necesario para producir una corriente dada, depende de una propiedad del trozo particular de conductor utilizado. Esta propiedad es su **resistencia eléctrica R** , que definimos como:

$$R = \frac{V}{I}$$

La resistencia eléctrica es una medida de la oposición que ejerce un trozo de material al flujo de carga a través de él. En el S.I. R se expresa en Ohmios (Ω).

Para muchos conductores, la corriente que circula por un trozo de los mismos es directamente proporcional a la diferencia de potencial aplicada entre los extremos del trozo de conductor. En este caso podemos afirmar que R es independiente de V e I :

$$V = I \cdot R \quad (\text{con } R \text{ constante})$$

La anterior ecuación se conoce como **ley de Ohm**. Aunque más que una ley (no constituye un hecho fundamental de la naturaleza) se trata de una expresión empírica que describe el comportamiento de muchos materiales en el rango de valores de V utilizados en los circuitos eléctricos.

Los materiales que cumplen la ley de Ohm se denominan óhmicos. Un conductor óhmico se caracteriza por tener un único valor de su resistencia para una temperatura dada. La gráfica V frente a I para un material óhmico es una recta cuya pendiente corresponde al valor de R .

La resistencia de un trozo de conductor depende de su forma, tamaño y composición. Experimentalmente puede comprobarse que para un determinado material conductor su resistencia es proporcional a su longitud l e inversamente proporcional a su sección S . El factor de proporcionalidad se denomina **resistividad** (ρ) del material, siendo una característica del mismo que depende únicamente de su composición:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

ρ se expresa en $\Omega \cdot \text{m}$.

La resistividad de muchos metales puros varía casi linealmente con la temperatura para un amplio rango de valores:

$$\rho \approx \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

siendo ρ_0 la resistividad a una temperatura de referencia T_0 y α el coeficiente térmico de la resistividad. Para materiales conductores $\alpha > 0$ lo que indica que aumenta la resistividad con la temperatura (la mayor agitación térmica provocada en los elementos que componen la red iónica del

metal incrementa la dificultad para que los portadores de carga se desplacen a través del material, aumentando con ello su resistividad).

La ley de Ohm también puede escribirse de forma general, como:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

Donde σ se denomina **conductividad** del material.

Un material será óhmico si su conductividad es independiente de \vec{E} . La conductividad es una medida de cómo permite un material que los portadores de carga fluyan a través de él.

Para un conductor homogéneo con \vec{E} y \vec{j} uniformes en todo su volumen: $j = I/S$ y $E = V/l$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{j}{E} = \frac{I/S}{V/l} = \frac{l}{R \cdot S} = \frac{1}{\rho}$$

• Potencia eléctrica

Para mantener una corriente eléctrica es necesario un suministro de energía ya que las cargas deben de ser aceleradas por el campo eléctrico. La energía por unidad de tiempo o potencia requerida para mantener una corriente I es:

$$P = I \cdot V$$

P en el S.I. se expresa en vatios (W).

Para conductores que cumplen la ley de Ohm $V=I \cdot R$, por tanto:

$$P = I^2 \cdot R$$

La expresión anterior se conoce como **ley de Joule**.

Al aplicar una diferencia de potencial V entre los extremos de un conductor los portadores de carga adquieren energía potencial eléctrica. Los portadores comienzan a moverse perdiendo energía en las colisiones que sufren con los elementos que forman la red iónica del material (estas colisiones son las responsables de que el material tenga una resistencia eléctrica). Si la temperatura del material aumenta por encima de la de su entorno se transfiere calor. Simplificamos esta cadena de hechos diciendo que la energía eléctrica se disipa en forma de calor en la resistencia del material (también: energía disipada por efecto Joule).