

## Tema 4.- INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA (RESUMEN)

### • Ley de Faraday-Henry. Ley de Lenz

En una espira conductora se induce una corriente cuando varía el flujo del campo magnético que la atraviesa. La fuerza electromotriz inducida en una espira simple viene dada por la **ley de Faraday-Henry**:

$$\varepsilon = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$$

Para determinar el sentido de la corriente debe recurrirse a la **ley de Lenz**, de acuerdo con la cual el sentido de la corriente inducida es tal que se opone al cambio de flujo que la produce. Si añadimos este criterio, la fuerza electromotriz inducida se expresa como:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

Fuerza electromotriz que también puede expresarse en función del campo eléctrico  $\vec{E}$  producido por el flujo magnético variable:

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Este campo eléctrico  $\vec{E}$ , a diferencia del campo eléctrico producido por cargas puntuales o distribuciones de carga, es un campo **no conservativo**, porque su trabajo a lo largo de una línea cerrada es distinto de cero.

Podemos escribir también la ley de Faraday-Henry, incluyendo la ley de Lenz, en la forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \left( \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)$$

Una de las formas más comunes de obtener corriente inducida en una espira, o conjunto de espiras, es a través del movimiento. Conseguimos de esta forma transformar energía mecánica en energía eléctrica. Por ejemplo:

➤ Podemos conseguir que varíe el flujo magnético cambiando la superficie de una espira que es atravesada por las líneas de campo de un campo magnético. Para ello se introduce o se extrae con velocidad  $v$  una espira rectangular, de anchura  $l$ , en un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , perpendicular a la superficie de dicha espira. La fuerza electromotriz inducida en este caso es:

$$\varepsilon = B \cdot l \cdot v$$

➤ También se obtiene variación de flujo en un circuito cambiando la orientación de un campo magnético  $\vec{B}$ , con respecto al vector superficie  $\vec{S}$  que definen las espiras. En un **generador** se hace girar una bobina dentro de un campo magnético uniforme. En un **alternador** la fuerza electromotriz se induce en bobinas estáticas debido a un imán giratorio.

### • Generadores de corriente alterna

Una corriente alterna es aquella que invierte su sentido periódicamente. El caso más sencillo se corresponde con una intensidad que es función sinusoidal del tiempo, en la forma:

$$I = I_0 \sin \omega t$$

Siendo:  $I_0$  la amplitud (intensidad máxima) y  $\omega$  la velocidad angular.

Para generar una corriente de estas características basta hacer girar  $N$  espiras de superficie  $S$ , con velocidad angular constante  $\omega$ , dentro de un campo magnético uniforme  $B$ . Así, el flujo magnético que atraviesa la superficie de las espiras será:

$$\phi = NBS \cos \omega t$$

Y la f.e.m. inducida:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} = NBS \omega \sin \omega t$$

En el caso más general, si  $\varphi$  es el ángulo que forman el campo  $B$  y el vector superficie de las espiras en el instante inicial, la f.e.m. alterna instantánea sería:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Con:

$$\varepsilon_0 = NBS \omega; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{1}{f}; \quad \omega = 2\pi f$$

siendo  $T$  el período (tiempo que las espiras tardan en dar una vuelta completa) y  $f$  la frecuencia (número de vueltas por segundo que dan las espiras).

### • Autoinducción

Cuando la corriente que circula por un componente de un circuito, como una bobina, varía, aparece una

fuerza electromotriz autoinducida que viene dada por:

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

siendo  $L$  el coeficiente de autoinducción de la bobina, que depende de su geometría y del material presente en su interior (núcleo). En el S.I.  $L$  se mide en henrios ( $1 \text{ H} = 1 \text{ T m}^2 \text{ A}^{-1}$ ).

El flujo magnético a través de las espiras de una bobina puede expresarse en función de la intensidad que circula por la misma, como:

$$\phi_B = L \cdot I$$

En un solenoide con  $N$  espiras, longitud  $l$ , sección  $S$ , con aire o vacío en su interior y suponiendo que el campo magnético ( $B = \mu_0 n I$ ) es constante en todos sus puntos,

$$\phi_B = NBS = N \mu_0 (N/l) I S = \mu_0 \frac{N^2 I S}{l}$$

Siendo su coeficiente de autoinducción:

$$L = \frac{\phi_B}{I} = \mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 n^2 S l$$

#### Asociación de autoinducciones:

Autoinducciones en **serie**:  $L_e = \sum_i L_i$

Autoinducciones en **paralelo**:  $\frac{1}{L_e} = \sum_i \frac{1}{L_i}$

#### • Energía del campo magnético. Densidad de energía

La energía almacenada en una autoinducción  $L$  por la que circula una corriente  $I$  es:

$$U = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

Esta energía está almacenada en el campo magnético producido por la corriente. La densidad de energía (energía por unidad de volumen) de este campo magnético es:

$$u_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0}$$

En general, conocido el campo magnético en una determinada región del espacio, con la expresión anterior podemos obtener la densidad de energía magnética (si en lugar de aire o vacío tenemos otro medio material lineal basta cambiar  $\mu_0$  por su correspondiente permeabilidad  $\mu$ ) y calcular la energía asociada a cualquier volumen  $V$  dentro de esa región, mediante la integral:

$$U_B = \int_V u_B dV$$

#### • Introducción al Magnetismo en la materia

Los electrones que están en órbita en los átomos pueden tratarse como pequeños dipolos magnéticos que tienen un momento magnético asociado con su momento angular y su momento de spin.

La **magnetización**  $\vec{M}$  describe el estado magnético de un material, y es una magnitud vectorial definida como el momento dipolar magnético por unidad de volumen:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

La magnetización tiene dimensiones de corriente por unidad de longitud y en el S.I. se mide en A/m.

Si el material está uniformemente imantado la magnetización puede expresarse como:

$$\vec{M} = n \cdot \vec{m}$$

siendo  $n$  el número de átomos o moléculas por unidad de volumen.

Si disponemos de un solenoide con un medio material en su interior, el campo magnético  $B$  en el solenoide depende de la corriente que circula por las espiras y de la magnetización que alcance la sustancia. Definimos el vector **intensidad magnética** como:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad [\text{A/m}]$$

De esta forma,  $B$  en el interior del material es:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M})$$

En un medio lineal, con permeabilidad magnética  $\mu$  esta relación puede expresarse como:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

Si en el interior del solenoide no existe ningún medio material,  $M = 0$  y  $B = \mu_0 H$ . Y como  $B = \mu_0 n I$  en el interior del solenoide, resulta que:

$$H = n I$$

Es decir que  $H$  sólo depende de la corriente que circula por el solenoide y es independiente del medio material que existe en su interior.

Las sustancias pueden agruparse en varios tipos dependiendo de si sus átomos o moléculas presentan individualmente un momento dipolar magnético cero ( $\vec{m} = 0$ ) o distinto de cero ( $\vec{m} \neq 0$ ). En este último caso además hay que diferenciar por la forma en la que se orientan estos dipolos magnéticos. Finalmente también se ha de tener en cuenta las características de la magnetización que adquiere la sustancia cuando sobre ella actúa un campo magnético externo. Seguidamente describimos las principales características de los diferentes tipos de materiales.

Los átomos o moléculas de las sustancias **diamagnéticas** presentan un momento dipolar individual igual a cero. Lógicamente la magnetización del material, en ausencia de un campo magnético externo, es también cero. Al aplicar un campo magnético externo  $B_{ext}$ , se induce un momento dipolar en sus átomos o moléculas, opuesto al sentido del campo externo, de forma que la sustancia presenta una pequeña magnetización:

$$\vec{M} \propto -\vec{B}_{ext}$$

Al retirar  $B_{ext}$  desaparece  $M$ . En los materiales diamagnéticos  $\mu < \mu_0$ . Un material superconductor es una sustancia diamagnética perfecta.

En las sustancias **paramagnéticas** sus átomos o moléculas tienen uno o más electrones desapareados, por lo que presentan un momento dipolar individual distinto de cero. No obstante, su orientación al azar determina que la magnetización del material en ausencia de un campo magnético sea nula. Al aplicar  $B_{ext}$ , los dipolos magnéticos individuales se orientan en el sentido del campo externo para alcanzar la energía mínima. En este caso, los vectores  $\vec{M}$  y  $\vec{B}$  son paralelos siendo ahora  $\mu > \mu_0$ . Ambos vectores están relacionados por la ley de Curie:

$$\vec{M} = \frac{C \cdot \vec{B}_{ext}}{\mu_o \cdot T}$$

válida mientras el material no se encuentre a baja temperatura  $T$  y  $B_{ext}$  no sea excesivamente intenso. Al retirar  $B_{ext}$  desaparece  $M$ .

Los átomos o moléculas de las sustancias **ferromagnéticas** también presentan  $\vec{m} \neq 0$ , pero no se orientan al azar, sino que se alinean en el mismo sentido por zonas (dominios magnéticos). Cuando los dominios magnéticos son orientados en una dirección preferente, mediante la aplicación de  $B_{ext}$ , la muestra adquiere una intensa magnetización. La magnetización persiste una vez retirado el campo externo. El campo remanente en el material puede desaparecer en poco tiempo (materiales ferromagnéticos blandos) o perdurar durante tiempo indefinido (materiales ferromagnéticos duros), dando lugar a imanes permanentes. En un material ferromagnético la magnetización no es proporcional al  $B_{ex}$  aplicado: no presentan un comportamiento lineal. El valor del campo magnético en una sustancia ferromagnética en un momento determinado depende del tratamiento previo al que ha sido sometido, siendo gobernado por su ciclo de **histéresis** (curva de imanación cerrada), característica de cada sustancia.

En las sustancias **antiferromagnéticas**  $\vec{m} \neq 0$ , pero estos se orientan en sentidos opuestos entre cada dos átomos o moléculas contiguos/as, de forma que su magnetización total es nula.

Finalmente, las sustancias **ferrimagnéticas** también presentan  $\vec{m} \neq 0$ , orientándose, como en el caso anterior, en sentidos antiparalelos entre cada dos átomos o moléculas contiguos/as. Sin embargo, estas sustancias presentan la particularidad de que los momentos que están orientados en uno de los sentidos presentan mayor módulo que aquellos que lo están en sentido contrario. La sustancia presenta por tanto una cierta imanación, menor que en los materiales ferromagnéticos. Estos materiales, también conocidos como **ferritas** son los únicos imanes naturales. Las ferritas son aislantes eléctricos, utilizándose como núcleos en transformadores de alta frecuencia, en cabezas de lectura/escritura en discos magnéticos, etc. (no se inducen corrientes de Foucault).