C.1 Un condensador de placas plano paralelas de capacidad C = 2μF se conecta a una *d.d.p* de 200 V y, una vez cargado, se desconecta dejándolo aislado. Calcula el campo eléctrico en puntos exteriores al condensador utilizando la Ley de Gauss. [1 punto]

RESOLUCIÓN:

La carga neta de un condensador siempre es cero. Por tanto, cualquier superficie cerrada que contenga al condensador completo, encierra una carga neta nula. Por la Ley de Gauss, el campo en el exterior es nulo.

C.2 Por un alambre de radio uniforme de 0,26 cm fluye una corriente de 10 A producida por un campo eléctrico de magnitud 110 V/m. Calcula la resistividad del material. [1 punto]

RESOLUCIÓN:

La resistencia eléctrica está dada por: $R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{V}{I}$

La diferencia de potencial entre los bordes del alambre es: $V = E \cdot l$

Sustituyendo esto en la primera expresión y despejando el valor de la resistividad:

$$\rho = \frac{E \cdot S}{I} = \frac{E \cdot \pi \cdot r^2}{I}$$

Sustituyendo valores:

$$\boxed{\rho = \frac{110 \cdot \pi \cdot \left(26 \cdot 10^{-4}\right)^2}{10} = 233.61 \quad \mu\Omega \cdot m}$$

C3. Disponemos de un condensador planoparalelo de 1 m^2 de superficie y cargado con 26,55 nC. Un electrón con movimiento rectilíneo uniforme penetra entre sus placas, paralelo a las mismas, y continúa moviéndose con velocidad de 10^6 m/s sin desviarse de su trayectoria. ¿Qué campo magnético debe estar aplicado en la zona para que no se desvíe el electrón? ¿Es una solución única? Hacer un dibujo donde se representen todas las magnitudes. Datos $q_e=1{,}6\text{x}10^{-19}$C, $m_e=9{,}1\text{x}10^{-31}$Kg, $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}$ $C^2/N.m^2$ [1 punto]

RESOLUCIÓN:

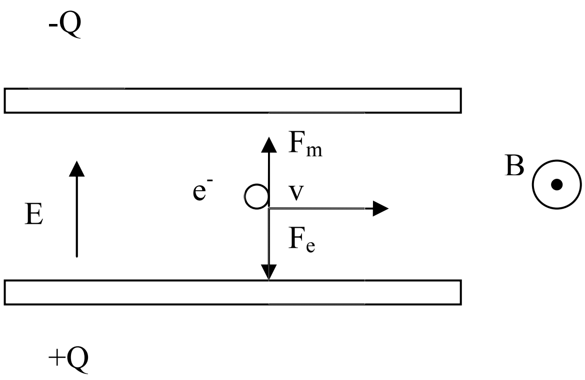
Para que el electrón no se desvíe la fuerza magnética ha de ser de igual magnitud y dirección que la fuerza eléctrica pero con sentido diferente.

La solución más sencilla consistiría en aplicar un campo magnético perpendicular al campo eléctrico y perpendicular a la velocidad del electrón. En este caso:

$$\left[F\right] = \left|q\vec{v} \times \vec{B}\right| = -evB = qE \rightarrow vB = E$$

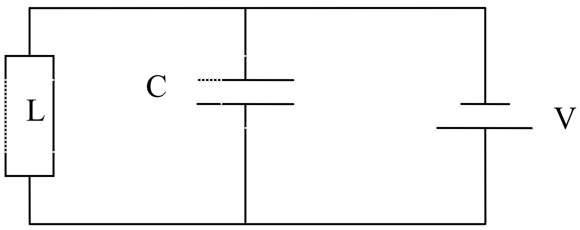
$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q/S}{\varepsilon_0}=\frac{26{,}55\cdot 10^{-9}/1}{8{,}85\cdot 10^{-12}}=3000\ \ \mathrm{Vm}^{-1}\quad\rightarrow\qquad \text{luego}:\quad B=\frac{E}{v}=3\times 10^{-3}T$$

Si tenemos en cuenta la dirección de E, dibujada en el diagrama, el campo magnético B debe ir hacia fuera del papel.



A este campo se le puede añadir cualquier componente paralela al movimiento de la partícula, ya que no afectaría a la fuerza magnética ejercida sobre el electrón. En consecuencia, cualquier campo cuya componente sobre el eje perpendicular al dibujo tuviera magnitud $B_{\perp}=3\times 10^{-3}$ T y sentido hacia fuera del papel y su proyección sobre el plano fuera paralela a $\vec{v}$ no causaría desvío en la trayectoria del electrón. Por lo tanto <u>no existe una solución única</u>.

C4. El circuito de la figura se encuentra en equilibrio. Calcula la energía almacenada en cada componente sabiendo que el condensador está compuesto por dos placas paralelas de 4 cm^2 de superficie y una separación de 0,1 mm. Además contiene un dieléctrico de ε_r=2 con superficie 4 cm^2 y espesor 0,05 mm. Por su parte, la bobina de 0,2 mH presenta una resistencia de 5Ω. Datos: V=5 V y ε_0= 8,85.10^{-12} C^2/N.m^2. [1 punto]



<u>RESOLUCIÓN:</u>

La capacidad total del condensador se puede obtener como el equivalente de dos condensadores en serie de 0,05 mm de espesor, uno con dieléctrico y otro con aire entre las armaduras:

$$C_T=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2};\qquad \text{siendo}\qquad C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d}\qquad \text{y}\qquad C_2=\varepsilon_r C_1=2C_1$$

$$\Rightarrow \qquad C_T = \frac{C_1 \cdot 2C_1}{C_1 + 2C_1} = \frac{2}{3}C_1 = \frac{2\varepsilon_0 S}{3d} = \frac{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 0{,}05 \cdot 10^{-3}} = 47{,}2 \ \text{pF}$$

Por tato la energía almacenada es: $U = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = 0{,}59 \ \mu\text{J}$

Para calcular la energía almacenada en la bobina necesitamos obtener primero el valor de la corriente que pasa por ella:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5}{5} = 1 \ \text{A} \qquad \rightarrow \qquad U = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} 0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2 = 100 \ \mu\text{J}$$

C.5 Una onda electromagnética posee un campo eléctrico $\vec{E} = 10 sen(10^7 z - 3 \cdot 10^{15} t)\vec{i}$ (expresado en unidades del S.I.). Calcula: (a) La longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación [0.25 puntos]. (b) La expresión del campo magnético asociado [0.5 puntos]. (c) La dirección en la que deberíamos colocar una antena dipolar eléctrica para que la recepción fuera óptima [0.25 puntos].

<u>RESOLUCIÓN:</u>

(a) Comparando con la ecuación general del campo eléctrico de una onda plana armónica:

$$E = E_0 sen(k z - \omega t)$$

$$\Rightarrow \qquad k = 2\pi/\lambda = 10^7 \ m^{-1} \qquad \text{y} \qquad \omega = 2\pi f = 3 \cdot 10^{15} \ rad/s$$

De aquí tenemos:

$$\boxed{\lambda = 2\pi/k = 6.28 \cdot 10^{-7} \ m} \qquad \boxed{f = \omega/2\pi = 4.8 \cdot 10^{14} \ Hz} \qquad \boxed{v = \lambda f = \omega/k = 3 \cdot 10^8 \ m/s}$$

La onda se propaga por tanto en el vacío.

(b) A partir del signo (-) que aparece entre paréntesis en la expresión de *E* concluimos que la onda se desplaza en el sentido positivo del eje *Z*. La dirección y sentido de B debe ser $\vec{B} = B \ \vec{j}$, ya que la dirección y sentido de propagación de la onda está determinado por el producto vectorial $\vec{E} \wedge \vec{B}$.

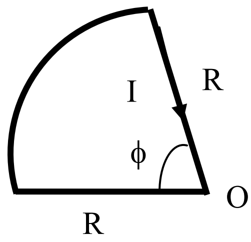
Por otro lado, el campo magnético asociado debe tener la misma fase que el campo eléctrico y una amplitud dada por:

$$B_0 = E_0/v = 3.3 \cdot 10^{-8} \ \text{T} .$$

Por lo tanto: $\boxed{\vec{B} = 3.3 \cdot 10^{-8} sen(10^7 z - 3 \cdot 10^{15} t)\,\vec{j} \ \ \text{T}}$

(c) Para que el campo eléctrico induzca las máximas corrientes en la antena, ésta deberá estar orientada en la dirección de vibración del campo eléctrico, por tanto a lo largo del eje *X*.

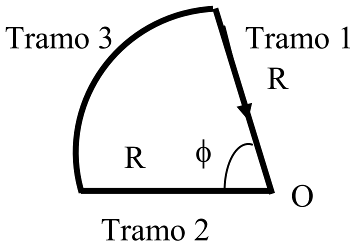
P.1 El circuito cerrado que muestra la figura se encuentra en el plano XY. Está formado por un segmento circular y dos rectilíneos de longitud R, y por el mismo circula una corriente *I* en sentido horario. Calcula el campo magnético (módulo, dirección y sentido) en el punto O. [2 puntos]

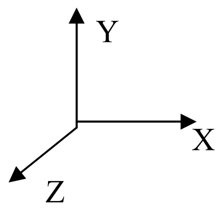


Resolución:

Aplicamos la ley de Biot-Savart a cada tramo del circuito:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \left(\overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{u_r}\right)$$





Tramo 1:

Los vectores $\overrightarrow{dl}$ y $\overrightarrow{u_r}$ tienen la misma dirección y sentido. Por tanto:

$$\left|\overrightarrow{dB}\right| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \left|\overrightarrow{dl}\right| \cdot \left|\overrightarrow{u_r}\right| \cdot sen\ 0^{\text{o}} = 0 \Rightarrow \left|\vec{B}\right| = 0$$

Tramo 2:

Los vectores $\overrightarrow{dl}$ y $\overrightarrow{u_r}$ tienen la misma dirección y sentido contrario. Por tanto:

$$\left|\overrightarrow{dB}\right| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \left|\overrightarrow{dl}\right| \cdot \left|\overrightarrow{u_r}\right| \cdot sen\ 180^{\text{o}} = 0 \Rightarrow \left|\vec{B}\right| = 0$$

Tramo 3: Los vectores $\overrightarrow{dl}$ y $\overrightarrow{u_r}$ son perpendiculares, $\left|\overrightarrow{dl}\right| = R \cdot d\phi$ y cualquier elemento $\overrightarrow{dl}$ se encuentra a una distancia fija R del punto O. De esta forma:

$$\left|\overrightarrow{dB}\right| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \left|\overrightarrow{dl}\right| \cdot \left|\vec{u}_r\right| \cdot sen\ 90^{\text{o}} \qquad \Rightarrow \qquad \left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \int_0^{\phi} R \cdot d\phi = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot R} \cdot \phi \quad \text{T}$$

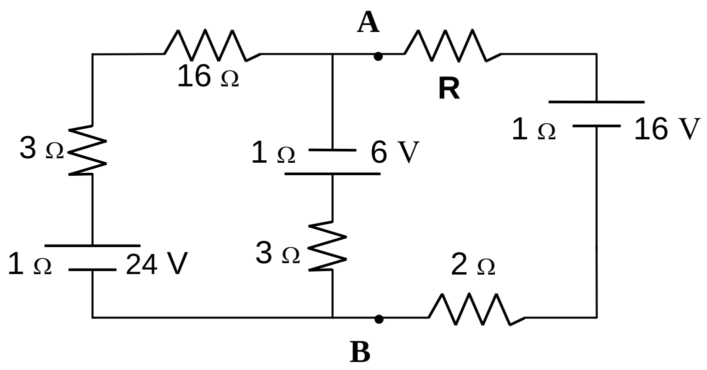
Utilizando la regla de la mano derecha comprobamos que la dirección y sentido del producto vectorial

$\overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{u_r}$, es: $\left(-\vec{k}\right)$.

El campo magnético total creado en el punto O es la suma de los campos magnéticos que crea cada segmento en O.

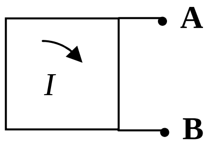
$$\boxed{\overrightarrow{B_P} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \phi}{4 \cdot \pi \cdot R} \cdot \left(-\vec{k}\right) \ \text{T}}$$

P.2 En el circuito de la figura la resistencia de 2 Ω disipa una potencia de 4.5 W. Calcula:
(a) El valor de R hallando previamente el equivalente de Thevenin entre los puntos de corte A y B. [0,75 puntos]
(b) La potencia disipada en los generadores del circuito. [0,75 puntos]



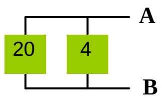
Resolución:

(a) Hallaremos el equivalente Thévenin del circuito a la izquierda de los puntos de corte A y B.



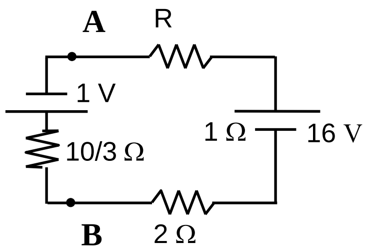
24 I = 30 ; I = 5/4 A
⇒ $V_{Th} = V_A - V_B =$ (5/4) (1+3) – 6 ;

$$\boxed{V_{Th} = -1\,V \quad (V_A < V_B)}$$



$$\Rightarrow \quad \boxed{R_{Th} = \frac{20 \cdot 4}{20+4} = \frac{10}{3}\,\Omega}$$

El circuito quedará ahora como:

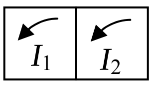


Vemos que la corriente circulará en sentido antihorario, y su valor lo podemos hallar de la potencia disipada en la resistencia de 2Ω:

$$P = R\,I^2\,; \quad \rightarrow \quad I = \sqrt{P/R} = \sqrt{4.5/2} = 3/2\,A$$

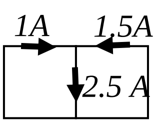
Ahora resulta directo calcular el valor de R:
(10/3 + 2 + 1 + R) I = 1 + 16 ; (19/3 + R) (3/2) = 17 ; $\boxed{R = 5\,\Omega}$

(b) Para hallar la potencia disipada en cada generador, primero calculamos las intensidades de rama. Si empleamos el método de corrientes de malla, aprovechamos que ya conocemos el valor de la corriente en la malla derecha. Con plantear una de las dos mallas es suficiente:



Para la malla drcha.: $-4\,I_1 + 12\,I_2 = 22$; $-4\,I_1 + 12\,(3/2) = 22$; $I_1 = -1$ A

De este modo nos quedarán las siguientes corrientes en cada rama:

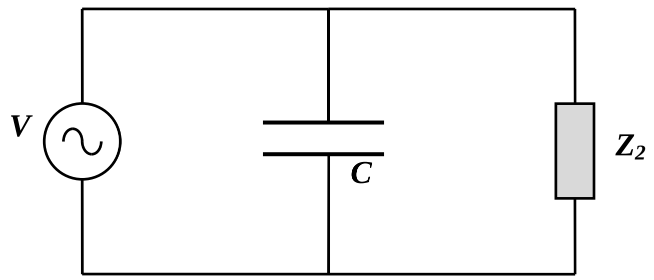


Y la potencia disipada vendrá dada en cada generador por:

$$\boxed{P_{24V} = 1(1)^2 = 1\,W} \quad \boxed{P_{6V} = 1(2.5)^2 = 6.25\,W} \quad \boxed{P_{16V} = 1(1.5)^2 = 2.25\,W}$$

P.3 Un condensador de 200 μF y una impedancia $\overline{Z} = 40\underline{|60^o\rangle}$ Ω forman una conexión en paralelo con una fuente de alimentación de tensión $V=100\sqrt{2}\,sen\left(250t-30^o\right)$ V. Calcula: (a) La impedancia equivalente [0,75 puntos]. (b) La corriente que circula por cada rama [0,5 puntos]. (c) La potencia activa del generador [0,25 puntos].

Resolución:



a) $V = 100\underline{|-30\rangle}$; $\quad X_C = \dfrac{1}{Cw} = \dfrac{1}{200\cdot 10^{-6}\cdot 250} = 20\ \Omega$

$$\overline{Z}_1 = -j20 = 20\underline{|-90^o\rangle}; \qquad \overline{Z}_2 = 40\underline{|60^o\rangle} = 20 + j34{,}64;$$

$$\overline{Z}_e = \frac{\overline{Z}_1\cdot\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1+\overline{Z}_2} = \frac{20\underline{|-90^o\rangle}\cdot 40\underline{|60^o\rangle}}{-j20+20+j34{,}64} = \frac{800\underline{|-30^o\rangle}}{20+j14{,}64} = \frac{800\underline{|-30^o\rangle}}{24{,}79\underline{|36{,}20^o\rangle}},$$

$$\boxed{\overline{Z}_e = 32{,}27\underline{|-66{,}20^o\rangle} = (13 - j29{,}53)\ \Omega}$$

---

b) $\overline{I}_1 = \dfrac{\overline{V}}{\overline{Z}_1} = \dfrac{100\underline{|-30\rangle}}{20\underline{|-90\rangle}} = 5\underline{|60\rangle}\quad A$; $\qquad \overline{I}_2 = \dfrac{\overline{V}}{\overline{Z}_2} = \dfrac{100\underline{|-30\rangle}}{40\underline{|60\rangle}} = 2{,}5\underline{|-90\rangle}\quad A$

---

c)

$$P_{AC} = V_{ef}\cdot I_{Tef}\cos\varphi$$

Siendo: $I_{Tef} = \dfrac{V_{ef}}{Z_e} = \dfrac{100}{32{,}27} = 3{,}1\ A \qquad y \qquad \varphi = -66{,}20^o$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{P_{AC} = 100\cdot 3{,}1\cdot\cos(-66{,}2^o) = 125\quad W}$$