C1. Sabiendo que en las proximidades de la corteza terrestre hay un campo eléctrico uniforme de 100 V/m, dirigido hacia la Tierra, calcula la carga que debe tener un cabello de 2.10^{-3} g de masa para que quede suspendido en el aire [1 punto]. Nota: tomar g=10 m/s^2

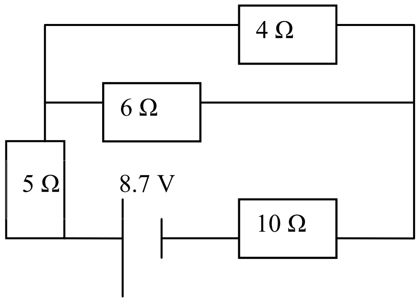
RESOLUCIÓN:

Para que el cabello flote la fuerza eléctrica que aparece sobre él debe compensar su peso.

$$\vec{F}_G + \vec{F}_E = 0, \quad \text{siendo:} \quad \vec{F}_G = mg(-\vec{j}) \quad \text{y} \quad \vec{F}_E = q \cdot E(-\vec{j})$$

Por tanto: $mg + qE = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q = -\dfrac{mg}{E} = -\dfrac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{100} = -0{,}2\ \mu C$

C2. Tenemos el esquema de resistencias representado en la figura. Calcula la potencia disipada por efecto Joule de cada una de ellas.



RESOLUCIÓN:

La potencia disipada por efecto Joule es: $P = I^2 \cdot R$. *Por lo* tanto tenemos que calcular la intensidad que recorre cada resistencia.

$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R_T} = \frac{8.7}{(5+10+2.4)} = 0.5A$$

$$\boxed{P_5 = 0.5^2 \cdot 5 = 1.25\ W; \quad P_{10} = 0.5^2 \cdot 10 = 2.5\ W}$$

Para calcular la intensidad que pasa por las resistencias de 6Ω y 4 Ω:

$$V_4 = V_6 = I_4 \cdot 4 = I_6 \cdot 6 \quad y \quad I_4 + I_6 = 0.5A$$

obtenemos:

$$I_4 = 0.3A \quad I_6 = 0.2A \quad \text{luego:}$$

$$\boxed{P_4 = 0.3^2 \cdot 4 = 0.36\ W \quad y \quad P_6 = 0.2^2 \cdot 6 = 0.24\ W}$$

C3. A lo largo del eje de una bobina cilíndrica haces pasar un hilo conductor rectilíneo, que puedes considerar infinito. Tanto por la bobina como por el hilo rectilíneo pasa una corriente I. ¿Qué fuerza ejerce la bobina sobre el hilo? ¿Qué fuerza ejerce el hilo sobre la bobina? Justifica tus respuestas. [1 punto]

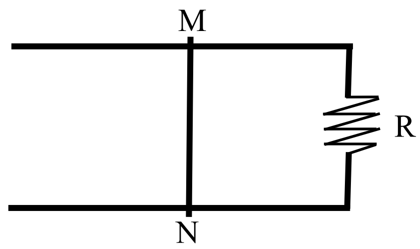
RESOLUCIÓN:

En general, un campo magnético $\vec{B}$ ejerce una fuerza sobre una corriente eléctrica I que viene dada por $d\vec{F} = I\, d\vec{l} \wedge \vec{B}$, donde hemos considerado un pequeño tramo $d\vec{l}$ del conductor por el que circula la corriente.

El campo $\vec{B}$ creado por la bobina es paralelo al eje de la misma y por tanto paralelo al hilo, en consecuencia $d\vec{l} \wedge \vec{B} = 0$ por tanto **no se ejerce fuerza sobre el hilo**.

Las líneas de campo $\vec{B}$ creadas por el hilo son concéntricas con el mismo y por tanto concéntricas con las espiras de la bobina. Así, en cualquier punto de la bobina los vectores campo $\vec{B}$ y tramo de la espira $d\vec{l}$ son paralelos entre sí. Por tanto, **tampoco se ejerce fuerza sobre la bobina**.

C4. En el circuito de la figura la barra conductora MN puede deslizar libremente. Supón que se aplica un campo magnético uniforme a lo largo de la dirección perpendicular al plano del circuito. ¿Bajo qué condiciones la variación del campo magnético producirá el acercamiento de la barra MN hacia la resistencia? [1 punto]



RESOLUCIÓN:

Hay dos opciones posibles:

1) Campo $\vec{B}$ tiene sentido hacia dentro del papel y aumenta su magnitud. La corriente inducida por la Ley de Lenz debe tener sentido antihorario. La corriente en la barra móvil será por tanto de M hacia N. El campo magnético crea una fuerza magnética $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ sobre esta corriente que acercará la barra móvil hacia R.

2) Campo $\vec{B}$ tiene sentido hacia fuera del papel y aumenta su magnitud. La corriente inducida por la Ley de Lenz debe tener sentido horario. La corriente en la barra móvil será por tanto de N hacia M. El campo magnético crea una fuerza magnética $\vec{F} = I\,\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ sobre esta corriente que acercará la barra móvil hacia R.

En definitiva, **siempre que aumente la magnitud del campo** $\vec{B}$ la barra MN se acercará hacia R. Esto es lógico, ya que de este modo disminuye el área del circuito y se compensa el aumento de flujo de campo magnético.

C5. Calcula: a) El índice de refracción del medio en el que se propaga la onda $\vec{E} = 100\, sen(10^6\, y - 1.5\times 10^{14}\, t)\vec{k}\ [V/m]$ [0.5 puntos]. b) La expresión completa del campo magnético asociado, indicando dirección y sentido de propagación de la onda electromagnética [0.5 puntos].

RESOLUCIÓN:

a) Comparando con la ecuación general del campo eléctrico de una onda plana armónica

$$E_Z = E_0 sen(\omega t - ky)[V/m] \qquad \Rightarrow \qquad w = 1.5\cdot 10^{14}\ [rad/s] \qquad y \qquad k = 10^6\ \ [m^{-1}]$$

La velocidad de la onda EM se puede calcular como: $v = \lambda \cdot f = \dfrac{w}{k} = 1.5\cdot 10^8\ [m/s]$

Por lo tanto el índice de refracción es: $n = \dfrac{c}{v} = 2$

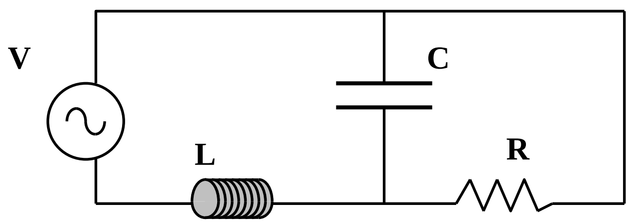
b) El campo magnético asociado debe tener la misma fase y una amplitud dada por:

$$B_0 = \frac{E_0}{v} = \frac{1}{1.5}10^{-6} \text{ [T]}$$

La onda se propaga en el sentido positivo del eje Y. Entonces, el campo magnético debe estar en el eje X, sentido positivo: $\vec{B} = \frac{1}{1.5}10^{-6}\, sen(10^6 y - 1.5\times 10^{14} t)\vec{i}\ [T]$

C6. En el circuito de la figura, calcula: (a) La impedancia equivalente [0.5 puntos]. b) La potencia disipada en la resistencia [0.5 puntos].

Datos: $V = 200\sqrt{2}\,sen(1000\,t + 30)\,\boldsymbol{V}$; $C = 50\ \boldsymbol{\mu F}$; $L = 20\ \boldsymbol{mH}$; $R = 30\ \boldsymbol{\Omega}$



RESOLUCIÓN:

(a)

$$X_L = L\cdot w = 0{,}02\cdot 1000 = 20\ \Omega; \qquad X_C = 1/(C\cdot w) = 1/(50\cdot 10^{-6}\cdot 1000) = 20\ \Omega$$

$$\overline{Z}_L = j20 = 20\underline{|90^{\circ}\rangle}; \qquad \overline{Z}_C = -j20 = 20\underline{|-90^{\circ}\rangle}; \qquad Z_R = 30 = 30\underline{|0^{\circ}\rangle};$$

Z_C y Z_R están en paralelo, luego:

$$\overline{Z}_{RC} = \frac{\overline{Z}_R\cdot\overline{Z}_C}{\overline{Z}_R + \overline{Z}_C} = \frac{30\underline{|0^{\circ}\rangle}\cdot 20\underline{|-90^{\circ}\rangle}}{30 - j20} = \frac{600\underline{|-90^{\circ}\rangle}}{36{,}06\underline{|-33{,}69^{\circ}\rangle}} = 16{,}64\underline{|-56{,}31^{\circ}\rangle} = 9{,}23 - j13{,}85 \quad \Omega$$

Z_{RC} y Z_L están en serie:

$$\overline{Z}_e = \overline{Z}_L + \overline{Z}_{RC} = j20 + 9{,}23 - j13{,}85 = 9{,}23 + j6{,}15 = 11{,}09\underline{|33{,}68^{\circ}\rangle}\ \Omega$$

(b) Solo hay una R, por tanto la potencia disipada en la resistencia es igual a la potencia activa del generador:

$$P_{AC} = I_{ef}\cdot V_{ef}\cdot\cos\varphi$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{Z_e} = \frac{200}{11{,}09} = 18{,}03\ \text{A} \qquad \Rightarrow \qquad P_{AC} = 18{,}03\cdot 200\cdot\cos(33{,}68^{\circ}) = 3000\ \text{W}$$

También podría calcularse, aunque es más difícil, a partir de conocer la intensidad que circula por R, de la siguiente forma:

$$P_{dR} = I^2_{\mathrm{Re}f}\cdot R$$

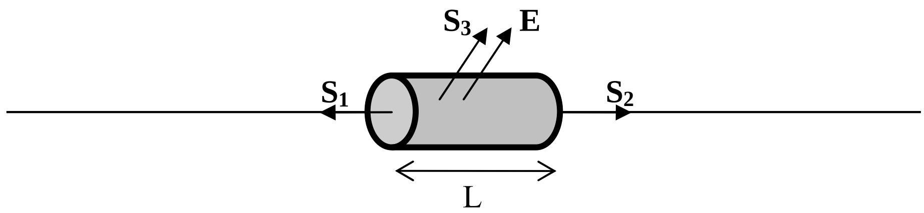
siendo: $I_{\mathrm{Re}f} = \frac{V_{ABef}}{Z_{RC}}$; con: $\overline{V}_{AB} = \overline{V} - \overline{V}_L = \overline{V} - \overline{I}_T\cdot\overline{Z}_L$

P1. a) Utilizando la ley de Gauss, deduce el campo eléctrico que crea una carga lineal infinita de densidad uniforme $\lambda > 0$, en un punto que se encuentra a una distancia r de la misma [1 Punto]. b) Una carga lineal infinita de densidad uniforme $\lambda = -1\mu C/m$ es paralela al eje Y, estando situada en $x=-2m$. Una carga puntual de $1\mu C$ está localizada en el punto $(1,1)$. Calcula el campo eléctrico en el punto $(0,0)$ [1 Punto]. Dato: K=9.10^9 Nm^2/C^2

RESOLUCIÓN:

a) Utilizando la ley de Gauss: $$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \bullet \vec{dS} = \frac{Q_{encerrada}}{\varepsilon_0}$$

Elegimos como superficie gaussiana un cilindro de radio r y longitud L, coincidiendo la distribución de carga con el eje axial del cilindro. Dividimos la superficie de este cilindro en 3 partes: S_1 y S_2 superficies de las bases y S_3 superficie lateral.



$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \bullet \vec{dS} = \int_{S_1} \vec{E} \bullet \vec{dS_1} + \int_{S_2} \vec{E} \bullet \vec{dS_2} + \int_{S_3} \vec{E} \bullet \vec{dS_3} =$$

$$\int_{S_1} \left|\vec{E}\right| \cdot \left|\vec{dS_1}\right| \cdot \cos 90^0 + \int_{S_2} \left|\vec{E}\right| \cdot \left|\vec{dS_2}\right| \cdot \cos 90^0 + \int_{S_3} \left|\vec{E}\right| \cdot \left|\vec{dS_3}\right| \cdot \cos 0^0 = 0 + 0 + \int_{S_3} \left|\vec{E}\right| \cdot \left|\vec{dS_3}\right| \cdot 1 =$$

$$\left|\vec{E}\right| \cdot \left|\vec{S_3}\right| \cdot 1 = \left|\vec{E}\right| \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \quad (1)$$

La carga encerrada es: $Q_{encerrada} = \lambda \cdot L \quad (2)$

Aplicando la ley de Gauss y despejando E, obtenemos: $$\left|\vec{E}\right| = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \varepsilon_0}$$

La dirección es radial y el sentido hacia afuera por ser positiva la carga encerrada.

b) El campo total es la suma del campo que crea la línea y el campo que crea la carga.

$$\left|\vec{E}\right|_{línea} = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} = \frac{10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}{2\pi \cdot 2} = 9 \cdot 10^3 \left(N/C \right)$$

$$\vec{E}(0,0)_{línea} = -9 \cdot 10^3 \vec{i} \left(N/C \right)$$

$$\vec{E}_{carga\ puntual} = k\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r; \qquad \vec{r} = (0,0) - (1,1) = (-1,-1) \Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{2}; \qquad \vec{u}_r = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\vec{E}(0,0)_{carga\ puntual} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{2} \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right) = \left(-3'18 \cdot 10^3, -3'18 \cdot 10^3 \right) N/C$$

El campo total en *P* es:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_{P_{carga}} + \vec{E}_{P_{línea}} = (-12'18 \cdot 10^3 \vec{i} - 3'18 \cdot 10^3 \vec{j})\ N/C$$

P2. En el circuito de la figura 1, calcula los valores que debe tomar de la f.e.m. ε para que por la misma circule una corriente de 1 A en el sentido AB ó en el sentido BA [1.5 puntos]. Si sustituimos dicha f.e.m. por un condensador de capacidad C=40 nF, tal como muestra la figura 2, ¿Qué carga adquiere el condensador cuando se alcanza el equilibrio en el circuito? [0.5 puntos].

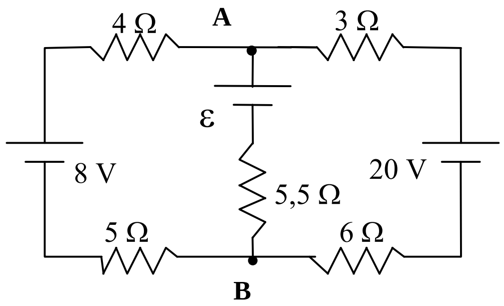


FIG.- 1

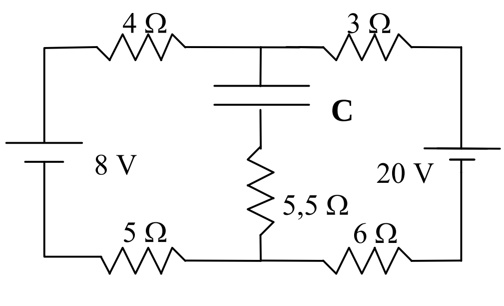
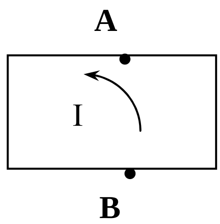


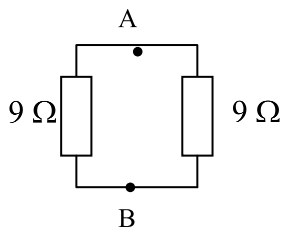
FIG.- 2

RESOLUCIÓN:



a) El problema se simplifica si calculamos el equivalente de Thevenin de la malla exterior entre los puntos A y B.

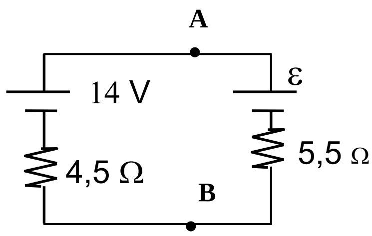
$$I = \frac{20-8}{18} = 2/3\ \boldsymbol{A}$$



$$V_A - V_B = \sum_{i=1}^{n} I_i \cdot R_i - \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = (2/3)\cdot(5+4) - (-8) = 14\ \boldsymbol{V}$$

$$R_{Th} = \frac{9.9}{9+9} = 4{,}5\ \Omega$$

por lo tanto nos queda: →



Si queremos que circule una corriente de 1 A en sentido AB:

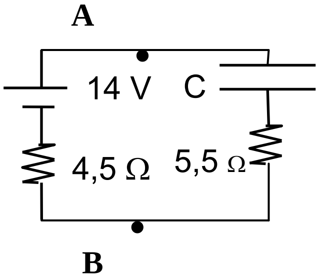
$$I_1 = \frac{14-\varepsilon}{10} = 1\ \boldsymbol{A} \quad \rightarrow \quad 14-\varepsilon = 10 \quad \rightarrow \quad \varepsilon = 4\ \boldsymbol{V}$$

Y si tiene que circular en sentido BA, entonces:

$$I_1 = \frac{\varepsilon-14}{10} = 1\ \boldsymbol{A} \quad \rightarrow \quad \varepsilon-14 = 10 \quad \rightarrow \quad \varepsilon = 24\ \boldsymbol{V}$$

---

b) Utilizando el equivalente de Thevenin calculado anteriormente:



Cuando se alcanza el equilibrio $I = 0 \Rightarrow \quad V_C = 14$ V

Luego: $q = V_C \cdot C = 14 \cdot 40 \cdot 10^{-9} = 560\ nC = 0{,}56\ \mu C$