C1. Un deuterón es acelerado entre dos puntos donde existe una diferencia de potencial. Calcula el valor de la diferencia de potencial si el deuterón alcanza una velocidad de $1.5 \cdot 10^6$ m/s partiendo del reposo [0.75 puntos] ¿En qué punto hay mayor potencial, en el inicial o en el final? Razona la respuesta [0.25 puntos]. Datos: $q_{deuterón}=1.6\cdot10^{-19}$ C; $m_{deuterón}=3.34\cdot10^{-27}$ kg

RESOLUCIÓN:

La diferencia de potencial en función del trabajo está dada por:

$$W = -\Delta U = -q \cdot \Delta V \quad \Rightarrow \quad (V_i - V_f) = \frac{W}{q} \qquad (1)$$

Siendo: $$W = \Delta E_c = E_f - E_i = \frac{1}{2}\cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2}\cdot m \cdot v_i^2 = \frac{1}{2}\cdot m \cdot v_f^2 \qquad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$(V_i - V_f) = \frac{m \cdot v_f^2}{2 \cdot q} = \frac{3.34\cdot10^{-27} \cdot \left(1.5 \cdot 10^6\right)^2}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 2.35 \cdot 10^4 \quad V$$

El potencial es mayor en el punto inicial, tal como refleja la expresión anterior. Dado que la carga es positiva, si se desplaza por la acción de un campo eléctrico, lo hará en sentido del campo. Por tanto el sentido del campo eléctrico debe ser de punto inicial a final y el potencial crecerá en sentido contrario.

C2. Cargamos un condensador de 20 nF con una pila de 5 V. Una vez cargado lo aislamos. A continuación reducimos la distancia entre sus placas a la mitad e introducimos entre ellas un dieléctrico de ε_r=2. ¿Que energía hay almacenada en dicho condensador? [1 punto]

RESOLUCIÓN:

La carga que adquiere el condensador a conectarlo a la pila es:

$$Q = C_0 \cdot V = 100 \quad nC$$

Si reducimos a la mitad la distancia entre placas la capacidad es: $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot s}{d/2} = 2\frac{\varepsilon_0 \cdot s}{d} = 2C_0$

Y al introducir el dieléctrico: $C_f = \varepsilon_r C_1 = \varepsilon_r 2C_0 = 4C_0 = 80 \quad nF$

Por lo tanto la energía almacenada en el condensador es:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_f} = \frac{1}{2}\cdot\frac{(100 \ x10^{-9})^2}{80 \ x10^{-9}} = 62.5 \ nJ$$

C3. Un espectrómetro de masas tiene un voltaje acelerador de $5kV$ y un campo magnético de $0.5\,T$. Una partícula con carga $+e$ es acelerada primero y luego obligada a describir una semicircunferencia en la región donde existe el campo magnético. El radio de giro es de 20 cm. Determina la masa de la partícula. [1 punto]

RESOLUCIÓN:

Debido al voltaje acelerador la partícula ionizada adquiere una velocidad:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{2qV}{m} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

Una vez dentro del campo magnético, los iones se mueven describiendo una semicircunferencia de radio r:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Sustituyendo la expresión de la velocidad, tenemos: $r = \sqrt{\dfrac{2 \cdot m \cdot V}{q \cdot B^2}}$

De donde se despeja la masa de la partícula:

$$m = \frac{q\,B^2 r^2}{2V} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.5^2 \cdot 0.2^2}{2 \cdot 5000} = 1.6 \cdot 10^{-25}\,kg\ ,$$

:

C4. Tenemos una bobina 1 con 500 espiras y una bobina 2 con 3000 espiras. Cuando por la primera circula una intensidad de corriente de 1 A, se produce un flujo de 10^{-6} Wb en cada espira de la segunda bobina. Calcula: (a) El coeficiente de inducción mutua entre ambas [0.5 puntos]. (b) El flujo de campo magnético que se induce en la bobina 1 debido a la corriente que circula por la bobina 2, cuando por esta última pasan 0.1 A [0.5 puntos]

RESOLUCIÓN:

(a) $\Phi_{Total\,2} = N_2 \cdot \Phi_{espira\,2} = M_{21} \cdot I_1 \quad \Rightarrow \quad M_{21} = \dfrac{N_2 \cdot \Phi_{espira\,2}}{I_1} = \dfrac{3000 \cdot 10^{-6}}{1} = 3 \cdot 10^{-3}\ H$

(b) El coeficiente de inducción mutua entre 1 y 2 es igual que entre 2 y 1. Es decir, $M_{21} = M_{12} = M$,

De modo que: $\Phi_{Total\,1} = M \cdot I_2 = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 0.1 = 3 \cdot 10^{-4}\ Wb$

C5. Una onda electromagnética plana armónica, con longitud de onda $\lambda=2\mu m$ y período $T=6.666\text{x}10^{-15}$ s, se propaga en sentido negativo del eje Y. El campo magnético en t=0 e y=0 es: $\vec{B}(0,0) = B_0\,\vec{k}\,[T]$, siendo $B_0=10^{-8}$ T. (a) ¿En qué medio se propaga la onda? [0.25 puntos]. (b) Escribe las ecuaciones de los campos eléctrico y magnético asociados a la onda [0.75 puntos].

RESOLUCIÓN:

a) La velocidad de la onda EM se puede calcular como: $v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{\omega}{k} = 3\times 10^8$ [m/s].

A esa velocidad, necesariamente, se propaga por el vacío (o el aire).

b) Para conocer las expresiones del campo magnético y eléctrico comparamos con las ecuaciones generales de una onda que se propaga en sentido negativo del eje Y, y cuyo campo magnético vibra en la dirección del eje Z, como se expresa en el enunciado. Los módulos de E y B son:

$$B_Z = B_0\ sen(\omega t + ky + \Psi_0)\ [T]$$
$$E_x = E_0\ sen\,(\omega t + ky + \Psi_0)\ [V\,/\,m]$$

Donde Ψ_0 es una fase arbitraria que podemos determinar con los datos del problema.,

Como: $B_Z(0,0) = B_0[T] \quad \Rightarrow \quad sen\Psi_0 = 1, \quad \Rightarrow \quad \Psi_0 = \pi/2$

Por otra parte: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 3\pi\times 10^{14}$ [rad/s].

El número de onda: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \pi\times 10^6$ [m^{-1}]

Y la amplitud de E: $E_0 = B_0 c = 3$ [V/m]

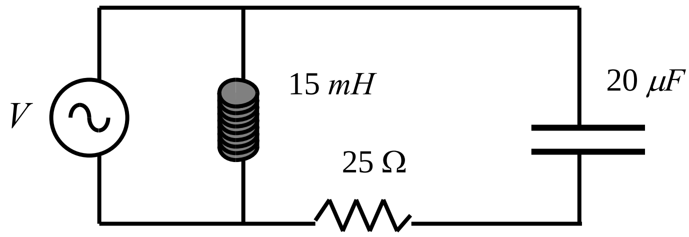
Como se tiene que cumplir que el sentido de propagación $(-\vec{j})$ esté determinado por el producto $\vec{E}\times\vec{B}$; y $\vec{B} = B\,\vec{k} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = E\,\vec{i}$

Por lo tanto:

$$\boxed{\vec{B} = 10^{-8}\,sen(3\pi\times 10^{14}\,t + \pi\times 10^6\,y + \frac{\pi}{2})\,\vec{k}\ [T]}$$

$$\boxed{\vec{E} = 3\,sen(3\pi\times 10^{14}\,t + \pi\times 10^6\,y + \frac{\pi}{2})\,\vec{i}\quad [V\,/\,m]}$$

C6. En el circuito de la figura, calcula: (a) La corriente suministrada por la fuente [0.5 puntos]. (b) La potencia disipada en R, L y C [0.5 puntos].
Dato: $V = 300\sqrt{2}\, sen\left(2000\ t + 45^0\right)$



RESOLUCIÓN:

(a) Para calcular la corriente total necesitamos conocer la impedancia equivalente:

$$\overline{V} = 300\lfloor 45^\circ \rangle; \qquad Lw = 15\cdot 10^{-3}\cdot 2000 = 30\ \Omega; \qquad \frac{1}{Cw} = \frac{1}{20\cdot 10^{-6}\cdot 2000} = 25\ \Omega$$

$$\overline{Z}_1 = jLw = j30 = 30\lfloor 90^\circ \rangle; \qquad \overline{Z}_2 = R = 25 = 25\lfloor 0^\circ \rangle; \qquad Z_3 = \frac{-j}{Cw} = -j25 = 25\lfloor -90^\circ \rangle;$$

Z_2 y Z_3 están en serie:

$$\overline{Z}_{23} = 25 - j25 = 25\sqrt{2}\lfloor -45^\circ \rangle$$

Z_1 está en paralelo con Z_{23}:

$$\overline{Z}_e = \frac{\overline{z}_1\cdot\overline{z}_2}{\overline{z}_1+\overline{z}_2} = \frac{30\lfloor 90^\circ \cdot 25\sqrt{2}\lfloor -45^\circ}{25 + j5} = \frac{750\sqrt{2}\lfloor 45^\circ}{\sqrt{650}\lfloor 11{,}31^\circ} = 41{,}6\lfloor 33{,}69^\circ\ \ \Omega$$

$$\overline{I}_T = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}_e} = \frac{300\lfloor 45^\circ \rangle}{41{,}6\lfloor 33{,}69^\circ \rangle} = 7{,}21\lfloor 11{,}31^\circ \rangle; \qquad \rightarrow \qquad \boxed{I_T = 7{,}21\sqrt{2}\, sen(2000t + 11{,}31^\circ)\quad A}$$

(b) L y C no disipan potencia, sólo la almacenan y la devuelven al circuito.
La potencia disipada en R es:

$P_{dR} = I_{2ef}^2 \cdot R$; siendo $I_{2ef} = \dfrac{V_{ef}}{Z_{23}} = \dfrac{300}{25\sqrt{2}} = 8{,}49\ A;$

$$\Rightarrow \quad P_{dR} = (8{,}49)^2\cdot 25 = 1800\ W$$

Como es la única resistencia presente en el circuito, también podemos calcularla como:

$$P_{dR} = P_{AC} = V_{ef}\cdot I_{Tef}\cdot\cos\varphi = 300\cdot 7{,}21\cdot\cos 33{,}69^\circ = 1800\ W$$

P1. Dos conductores esféricos descargados, separados por una distancia muy grande, se conectan mediante un hilo conductor de capacidad despreciable. Una carga total Q de 20 μC se coloca sobre esta combinación de esferas. Si los radios de las esferas son 4 cm y 6 cm, calcula: (a) El campo eléctrico en la superficie de cada esfera [1.5 puntos]. (b) El potencial eléctrico a una distancia R/2 del centro de cada esfera [0.5 puntos]

RESOLUCIÓN:

a) Como las dos esferas están conectadas por un conductor, el potencial es el mismo en ambas:

$$V_1 = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} = k \cdot \frac{Q_2}{r_2} = V_2 \qquad \Rightarrow \qquad Q_1 = \frac{r_1}{r_2} \cdot Q_2$$

De las condiciones del problema: $Q = Q_1 + Q_2$

Sustituyendo Q_1 en la expresión de Q:

$$Q = \frac{r_1}{r_2} \cdot Q_2 + Q_2 = \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) \cdot Q_2 \quad \Rightarrow \quad Q_2 = \frac{Q \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{(4+6) \cdot 10^{-2}} = 12 \cdot 10^{-6} \quad C$$

Y Q_1 es: $Q_1 = Q - Q_2 = (20 - 12) \cdot 10^{-6} = 8 \cdot 10^{-6} \quad C$

La intensidad de campo eléctrico en la superficie de cada esfera es:

$$E_{r_1} = k \cdot \frac{Q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 4{,}5 \cdot 10^7 \quad \frac{N}{C}$$

$$E_{r_2} = k \cdot \frac{Q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 3 \cdot 10^7 \quad \frac{N}{C}$$

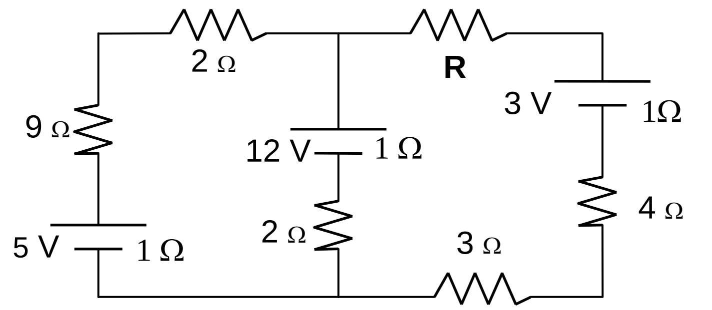
En ambos casos la dirección es radial y el sentido hacia fuera de la superficie porque la carga es positiva.

b) Al ser esferas conductoras la carga se distribuye en la superficie de las mismas. El potencial es constante en todo el volumen de la esfera (superficie equipotencial) e igual al que tiene en su superficie. Dado que los puntos donde pide calcular el potencial son puntos interiores en cada esfera, su potencial será:

$$V_1 = k \cdot \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-2}} = 18 \cdot 10^5 \quad V \quad ; \qquad V_2 = k \cdot \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2}} = 18 \cdot 10^5 \quad V$$

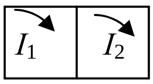
En este último apartado sólo es necesario calcular el valor de un potencial ya que el otro es igual.

P2. En el circuito de la figura, calcula: (a) El valor de R, sabiendo que la *f.e.m.* de 5 V actúa como receptor y que la potencia que se disipa en la resistencia de 9 Ω es de 1 W [1 punto]. (b) La potencia que aportan o consumen las *f.e.m.* presentes en el circuito [1 punto].



RESOLUCIÓN:

a) Con la expresión de la potencia que se disipa en una resistencia, obtenemos el valor de I_1:



$$P_R = R \cdot I^2; \qquad P_{9\Omega} = 9 \cdot I_1^2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}\,A$$

Con la ecuación de la malla 1ª podemos calcular I_2: $\quad 15 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 = -7$;

si f.e.m. 5 V actúa como receptor $\Rightarrow$ I_1 tiene sentido antihorario: $I_1 = -\frac{1}{3}\,A$

$$\Rightarrow \quad -5 - 3 \cdot I_2 = -7 \qquad \rightarrow \quad I_2 = \frac{2}{3}\,A$$

Planteando ahora la ecuación de malla 2ª:

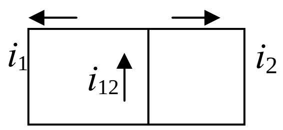
$$-3 \cdot I_1 + (R+11) \cdot I_2 = 9 \quad \rightarrow \quad -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + (R+11) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = 9 \qquad \Rightarrow \qquad \underline{R = 1\,\Omega}$$

---

b) Para calcular la potencia aportada o consumida por las f.e.m. necesitamos conocer la corriente que circula por cada rama: i_1 *e* i_2 las conocemos del apartado anterior, e i_{12} es:

$$i_{12} = I_1 - I_2 = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -1\,A$$ ($i_{12} = 1$ A en el sentido de I_2)

Sentido real de las corrientes



Teniendo en cuenta el sentido de las corrientes:

Fem (5V) consume: $P_C = \varepsilon_5 \cdot i_1 + i_1^2 \cdot r = 5 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 1 = 1{,}78\,\boldsymbol{W}$

Fem (3V) consume: $P_C = \varepsilon_3 \cdot i_2 + i_2^2 \cdot r = 3 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 1 = 2{,}44\,\boldsymbol{W}$

Fem (12V) aporta: $P_{AP} = \varepsilon_{12} \cdot i_{12} - i_{12}^2 \cdot r = 12 \cdot 1 - (1)^2 \cdot 1 = 11\,\boldsymbol{W}$