

## Tema 5.- ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. (RESUMEN)

### • Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell describen la totalidad de los fenómenos eléctricos y magnéticos. Para campos estáticos (no dependientes del tiempo) los campos E y B son independientes entre sí. Pero para campos variables en el tiempo ambos están interrelacionados, siendo más correcto hablar del **campo electromagnético**.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

La última ecuación constituye la *Ley de Ampère-Maxwell* donde, además de la corriente de conducción  $I$ , se incluye la *corriente de desplazamiento*. En espacio libre y en ausencia de corrientes y distribuciones de carga, las dos últimas ecuaciones adoptan la forma:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

### • Ondas EM armónicas.

Estas ecuaciones predicen la existencia de ondas electromagnéticas. Nos indican que un campo B variable en el tiempo origina un campo E variable en el tiempo. A su vez, la segunda ecuación, nos indica que un campo E variable en el tiempo origina un campo B variable en el tiempo. Ambos campos se inducen y sustentan mutuamente. De estas ecuaciones se deriva que los campos eléctricos y magnéticos en el vacío deben cumplir la *ecuación de onda*:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2}$$

Siendo: 
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.995 \times 10^8 \text{ m/s}$$

la velocidad de las ondas EM en el vacío.

Estas ecuaciones son satisfechas, entre otras, por *funciones de onda* de la forma:

$$E_z(y, t) = E_0 \sin(\omega t - ky)$$

$$B_x(y, t) = B_0 \sin(\omega t - ky)$$

La primera ecuación representa un campo eléctrico de amplitud  $E_0$  oscilando en la dirección del eje Z, de forma sinusoidal y propagándose en el sentido positivo del eje Y. La segunda ecuación representa un campo magnético de amplitud  $B_0 = E_0/c$ , vibrando en la dirección del eje X y propagándose, también, en la el sentido de las Y positivas. Ambos campos están en fase (alcanzan los máximos, los mínimos y los ceros en los mismos puntos), son perpendiculares entre sí y se propagan en la dirección del eje Y en el sentido que determina el producto vectorial  $\vec{E} \times \vec{B}$ , con una velocidad  $c = f\lambda$  siendo la frecuencia  $f = \omega/2\pi$  y la longitud de onda  $\lambda = 2\pi/k$ , respectivamente. Las ondas E.M. son ondas transversales porque las magnitudes perturbadas (campos eléctrico y magnético) vibran en direcciones perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Las ondas transversales pueden polarizarse. En este caso se trata de *ondas polarizadas planas* porque las oscilaciones de ambos campos se mantienen en un plano: ZY para el campo eléctrico y XY para el campo magnético.

### • Antenas emisión y recepción

Las fuentes de ondas EM son las cargas eléctricas aceleradas. Cuando una carga oscila a una determinada frecuencia, se origina una onda EM de esa misma frecuencia. La manera de producir ondas EM es mediante antenas dipolares eléctricas (corrientes rectilíneas oscilantes) o antenas dipolares magnéticas (espiras) o combinaciones o variaciones de éstas.

La potencia radiada por una antena dipolar eléctrica no es isotropa. Si la antena está orientada según el

eje Z, la intensidad de emisión es nula a lo largo del eje Z y máxima en el plano XY.

Cuando una onda EM se propaga en un medio material, su velocidad de propagación es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

Se define el índice de refracción del medio como

$$n = c/v$$

Que se puede expresar en función de la permeabilidad y permitividad relativas como:

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

Para la mayoría de medios que transmiten ondas EM  $\mu_r \approx 1$  (medios no ferromagnéticos) y por tanto

$$n \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

Como la permitividad relativa depende de la frecuencia de la onda EM, su velocidad depende de la frecuencia de la radiación. Esto origina la *dispersión* de la onda en un medio material.

- **Energía, Intensidad y vector de Poynting.**

La **densidad de energía** de una onda electromagnética viene dada por la expresión:

$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} \text{ [J/m}^3\text{]}$$

Se cumple que las densidades de energía eléctrica y de energía magnética son iguales en una onda EM. Es decir, fijado un volumen, la energía se reparte por igual entre el campo eléctrico y el magnético. Tenemos, por tanto, que

$$u = \epsilon_0 E^2 = B^2 / \mu_0$$

La **intensidad** de una onda EM se define como la cantidad de energía que fluye, por unidad de tiempo, a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación de la onda. Es decir:

$$I = \frac{dU}{dt dA} \text{ [J/sm}^2\text{=W/m}^2\text{]}$$

Se sigue entonces que la Intensidad de la onda EM se puede obtener multiplicando la densidad de energía por la velocidad a la que la energía fluye por dicha superficie, es decir, la velocidad de propagación de la onda:

$$I = uc \text{ [W/m}^2\text{]}$$

El **vector de Poynting** se define de la siguiente forma:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

siendo su módulo

$$S = |\vec{S}| = I$$

y su dirección y sentido los de propagación de la onda electromagnética.

En el caso de una onda armónica, la intensidad media  $S_m$  (valor medio del vector de Poynting) vale:

$$S_m = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 c = \frac{c B_0^2}{2\mu_0}$$

Se sigue, por tanto, que la intensidad de una onda EM es proporcional al cuadrado de su amplitud. Normalmente, cuando se habla de la intensidad de una onda se refiere a la intensidad promedio.