

SOLUCIÓN a los EJERCICIOS PROPUESTOS SOBRE INTERPRETACIÓN DE RAZONAMIENTOS

EJERCICIO 1. Calcular y escribir todos los conjuntos de interpretaciones I de la proposición:

P: “Me gusta la cerveza pero no el vino” indicando de qué tipo es cada una de dichas interpretaciones.

MC={ce: me gusta cerveza; vi: me gusta vino}.

Fbf-P: $ce \wedge \neg vi$. Número de interpretaciones de fbf-P: $2^n = 4$, ya que $n=2$.

$I_1 = \{ ce=V, vi=V \}$ contraejemplo

$I_2 = \{ ce=V, vi=F \}$ modelo

$I_3 = \{ ce=F, vi=V \}$ contraejemplo

$I_4 = \{ ce=F, vi=F \}$ contraejemplo

EJERCICIO 2. Interpretar la fbf-P del Ejercicio 1 en una tabla de verdad. Completar la tabla.

ce	vi	$\neg vi$	$ce \wedge \neg vi$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

EJERCICIO-3 Interpretar la fbf: $\neg mo \rightarrow \neg ll \wedge ca$ completando la siguiente tabla de verdad.

	mo	ll	ca	$\neg mo$	$\neg ll$	$\neg ll \wedge ca$	$\neg mo \rightarrow \neg ll \wedge ca$
1	V	V	V	F	F	F	V
2	V	V	F	F	F	F	V
3	V	F	V	F	V	V	V
4	V	F	F	F	V	F	V
5	F	V	V	V	F	F	F
6	F	V	F	V	F	F	F
7	F	F	V	V	V	V	V
8	F	F	F	V	V	F	F

EJERCICIO-4 Interpretar la fbf: $p \vee q \rightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$ completando la siguiente tabla de verdad.

	p	q	$\neg p$	$\neg q$	A: $\neg p \wedge \neg q$	B: $\neg A$	C: $p \vee q$	$C \rightarrow B$
1	V	V	F	F	F	V	V	V
2	V	F	F	V	F	V	V	V
3	F	V	V	F	F	V	V	V
4	F	F	V	V	V	F	F	V

EJERCICIO-5 Se demuestra la validez de R1 estudiando la interpretación de su fbf asociada mediante el método del contraejemplo.

R1: $p \rightarrow q, \neg q \Rightarrow \neg p$

Fbf-R1:

Solución

Suponemos que fbf-R1 es falsa.

$$(p \rightarrow q) \wedge (\neg q) = V \quad (1)$$

$$(\neg p) = F \quad (2)$$

De (1) se deduce: $(p \rightarrow q) = V$ y $(\neg q) = V$, $q = F$

De (2) se deduce: $p = V$.

Si $p = V$ y $q = F$ (1) entonces $(p \rightarrow q) = F$, valor de verdad que se contradice con el valor en (1).

Luego la fbf-R1 nunca es F, por lo tanto es tautología y R1 válido.

EJERCICIO-6 Se demuestra la validez de los siguientes razonamientos interpretando su fbf asociada por el método del contraejemplo. Para formalizar usa los MC que se proponen.

R2: *“Una condición necesaria para que no salgas de botellón es que hagas deporte y una condición suficiente para que no vayas a clase es que salgas de botellón. Luego es suficiente que no hagas deporte para que no vayas a clase”.*

Solución

MC = {bo: sales botellón; de: haces deporte; cl: vas a clase}

R2. Fbf-P1: $\neg bo \rightarrow de$, Fbf-P2: $bo \rightarrow \neg cl$, Fbf-Q: $\neg de \rightarrow \neg cl$

Fbf-R2: $(\neg bo \rightarrow de) \wedge (bo \rightarrow \neg cl) \rightarrow (\neg de \rightarrow \neg cl)$

Suponemos que fbf-R2 es falsa.

$$(\neg bo \rightarrow de) \wedge (bo \rightarrow \neg cl) = V \quad (1)$$

$$(\neg de \rightarrow \neg cl) = F \quad (2)$$

De (1) se deduce: $(\neg bo \rightarrow de) = V$ y $(bo \rightarrow \neg cl) = V$

De (2) se deduce: $\neg de = V$, $\neg cl = F$, $de = F$, $cl = V$.

Si $(\neg bo \rightarrow de) = V$ y $de = F$, entonces $\neg bo = F$, $bo = V$. (3)

De (1) se deducía que $(bo \rightarrow \neg cl) = V$ pero de (2) $\neg cl = F$ y de (3) que $bo = V$, luego $(bo \rightarrow \neg cl) = F$, que se contradice con el valor de la fbf en (1). Como aparece una contradicción en la suposición de que Fbf-R2 admite un contraejemplo, tenemos que fbf-R2 es tautología por lo que R2 es válido.

R3: “Si el mayordomo mató al conde, lo hizo con la llave inglesa o con la cuerda. Lo hizo con la cuerda si, y sólo si, lo mató en el vestíbulo y fue con la llave inglesa si, y sólo si, lo mató en la cocina. El asesinato se cometió en la cocina. Por lo tanto, si el mayordomo lo mató, lo hizo con la llave inglesa”.

MC = {ma: mayordomo mata conde; ll: mata con llave inglesa; cu: mata con cuerda; ve: mata en vestíbulo; co: mata en cocina}

Solución

Fbf-P1: $ma \rightarrow in \vee cu$; Fbf-P2: $cu \leftrightarrow ve$; Fbf-P3: $co \leftrightarrow in$; Fbf-P4: co ; Fbf-Q: $ma \rightarrow in$

Estructura R: $ma \rightarrow (in \vee cu)$, $cu \leftrightarrow ve$, $co \leftrightarrow in$, $co \Rightarrow ma \rightarrow in$

Suponemos que existe una interpretación contraejemplo tal que: P1=V, P2=V, P3=V, P4=V, Q=F

Si Q=F \Rightarrow ma=V, in=F

Si in=F, para que P3=V, co=F. Esto se contradice con P4=V. No existe contraejemplo, Raz-2 es válido.

EJERCICIO-7 Se demuestra la validez de los siguientes razonamientos interpretando las fbf de su estructura en una tabla de verdad. MC = {A: se enciende lámpara A; B: enciende lámpara B; L: leemos}

R4: P1: Si se enciende la lámpara A o la B, leemos.

P2: Se enciende A

Q: Leemos.

A	B	L	$A \vee B$	P1: $A \vee B \rightarrow L$	P2: A	Q: L
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	V	F	F

R5: P1: Si se enciende la lámpara A y la B, leemos.

P2: Se enciende A

Q: Leemos

A	B	L	$A \wedge B$	P1: $A \wedge B \rightarrow L$	P2: A	Q: L
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	V
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V
F	F	F	F	V	F	F

R6: P1: Para que vea la tele es necesario que beba cerveza.
P2: Es suficiente que no vea la tele para que me duerma.
P3: Ni bebo cerveza ni veo la tele.
Q: Soy feliz con dos cervezas.

T	C	D	$\neg T$	$\neg C$	$\neg D$	P1: $T \rightarrow C$	P2: $\neg T \rightarrow D$	P3: $\neg C \wedge \neg D$	Q: Fe
V	V	V	F	F	F	V	V	F	V, F
V	V	F	F	F	V	V	V	F	V, F
V	F	V	F	V	F	F	V	F	V, F
V	F	F	F	V	V	F	V	V	V, F
F	V	V	V	F	F	V	V	F	V, F
F	V	F	V	F	V	V	F	F	V, F
F	F	V	V	V	F	V	V	F	V, F
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V, F

EJERCICIO-8 Se demuestra la validez de los siguientes razonamientos buscando un contraejemplo en la estructura del razonamiento. Para formalizar usa los MC que se proponen.

Para R7 y R8, MC = {ma: maki culpable; po: Popeye culpable; pi: pirata culpable}

R7: Razonamiento sobre el robo de la joyería:
P1: Maki, Popeye o El Pirata son culpables.
P2: Si es culpable Popeye, también es Maki o El Pirata.
P3: El Pirata es inocente.
Q: Maki es culpable.

Solución

Suponemos que existe una interpretación contraejemplo tal que: P1=V, P2=V, P3=V, Q=F

$$ma \vee pi \vee po = V \quad (1)$$

$$po \rightarrow pi \vee ma = V \quad (2)$$

$$\neg pi = V \quad (3)$$

$$ma = F \quad (4)$$

Como ma=F (4) y pi=F (3) para que (2)=V, debe ser po = F.

Si po = F, ma=F, pi=F entonces (1) = F

Luego no sucede que todas las premisas sean V y la conclusión F, **no existe contraejemplo**, luego **R7 es válido**.

R8: P1: Es suficiente que Maki sea inocente o Popeye culpable, para que El Pirata sea inocente.
P2: Sólo si El Pirata es inocente, Maki también lo es.
Q: Maki o Popeye o Pirata es culpable.

Solución

Suponemos que existe una interpretación contraejemplo tal que: P1=V, P2=V, P3=V, Q=F

$$\neg ma \vee po \rightarrow \neg pi = V \quad (1)$$

$$\neg ma \rightarrow \neg pi = V \quad (2)$$

$$ma \vee po \vee pi = F \quad (3)$$

De (3) = F se deduce, ma = F, pi = F, po = F.

Con estos valores de verdad, la fbf (1) = V y fbf (2) = V.

I = { ma = F, pi = F, po = F } es un contraejemplo de R8, **R8 NO es válido**

R9: *P1: Aprobaré lógica, si Dios quiere.*

P2: Aprobaré lógica si, y sólo si, estudio y hago todos los ejercicios.

P3: Sin embargo, no he hecho los ejercicios.

Q: Por lo tanto, Dios no quiere que apruebe lógica.

MC = { lo: apruebo lógica; es: estudio; ej: hago ejercicios; di: Dios quiere que apruebe }

Solución

Fbf-P1: $di \rightarrow ap$; Fbf-P2: $ap \leftrightarrow es \wedge ej$; Fbf-P3: $\neg ej$; Fbf-Q: $\neg di$

Estructura R: $di \rightarrow ap, ap \leftrightarrow es \wedge ej, \neg ej \Rightarrow \neg di$

Suponemos que existe una interpretación contraejemplo tal que: $P1=V, P2=V, P3=V, Q=F$

Si $Q=F \Rightarrow \neg di=F \Rightarrow di=V$

Si $di=V$, para que $P1=V \Rightarrow ap=V$;

Si $ap=V$, para que $P2=V \Rightarrow es \wedge ej = V \Rightarrow ej=V$, este valor hace que $P3=F$.

No existe contraejemplo, luego Raz-9 **es válido**.

R10: *Si eres alegre y haces reír a tus amigos aunque seas torpe, entonces eres un tipo OK, pero si no, eres KO. Resulta que: "No eres torpe pero eres alegre y haces reír a tus amigos"*
¿Qué clase de tipo eres?

MC = { al: eres alegre; re: haces reír; to: eres torpe; ok: eres ok; ko: eres ko }

Solución

VER FICHERO : Ejercicios+Sol-Log-M1GII15'16 pag 30.