Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Alumno:	
Grupo prácticas:	*GR03*
DNI:	
Email:	

Práctica final de Matemáticas II, 20-05-2012

Instrucciones generales:
En primer lugar comprueba que la versión de Geogebra instalada en tu ordenador es la 4.2.60. Debes crear en el escritorio una carpeta a la que nombrarás con el grupo de prácticas al que perteneces, tus apellidos, tu nombre y tu DNI (ejemplo GRUPO 03 RUIZ SANCHEZ ALBERTO DNI 32455861D) y guardar en ella todos los archivos que se indiquen en los distintos apartados, con los nombres que se asignen. Cuando finalice el examen, deberás copiar tu carpeta en la carpeta del ordenador del profesor, correspondiente al grupo de prácticas al que perteneces, ir a su mesa para que el profesor compruebe que todos los archivos se han copiado correctamente y, a continuación, borrar la carpeta creada y vaciar la papelera.

1) Área de un semicírculo *(1'5 puntos)* Guarda el archivo con el nombre: **GR03PRA01.ggb**

Define la función $f(x) = \sqrt{-x^2 + 25}$, cuya gráfica se corresponde con una semicircunferencia con centro en el punto (0,0) y radio 5. Crea un deslizador, n, que tome valores comprendidos entre -5 y 5 con incremento 0'1.

a) *(0'7 puntos)* Utiliza el comando Secuencia[] para construir una lista de puntos cuyas abscisas tomen los valores desde -5 hasta n con incremento 0'1 y cuyas ordenadas sean las imágenes mediante f de esos valores. Llámala $\text{Lista}_{\text{puntos}}$.

Anota la instrucción utilizada	**Secuencia[(i, f(i)), i, -5, n, 0.1]**

b) *(0'3 puntos)* Utiliza el comando Polígono[] para crear un polígono cuyos vértices son los puntos de la lista $\text{Lista}_{\text{puntos}}$. Llámalo P.

Anota la instrucción utilizada	**Polígono[L_{puntos}]**

c) *(0'2 puntos)* Define una variable que valga el área del semicírculo comprendido entre el segmento que une los puntos (-5,0) y (5,0) y la gráfica de f en el intervalo [-5,5]. Llámala Área.

Anota la instrucción utilizada	**Área=π*5^2/2**

d) *(0'3 puntos)* Sitúa el deslizador n en el valor -5 y desplázalo hasta que alcance el valor 5. Observa el valor de las variables Área y P y realiza tus comentarios en el espacio reservado a continuación.

Observaciones sobre el valor de las variables Área y P	**A medida que n va creciendo, el polígono P obtenido se aproxima cada vez más al semicírculo y, en consecuencia, el área del mismo se acerca cada vez más a la del semicírculo.**

2) Teorema del valor medio *(2'5 puntos)* Guarda el archivo con el nombre: **GR03PRA02.ggb**

Recordemos, en primer lugar, el enunciado del teorema del valor medio:

Si $f:[a,b]\to R$ es una función continua en [a,b] y derivable en]a,b[, entonces existe $c\in]a,b[$ tal que $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Geométricamente el teorema del valor medio se interpreta como que existe, al menos, un valor $c\in]a,b[$ tal que la pendiente de la recta tangente a f en el punto C=(c,f(c)) (que como sabemos vale f'(c)) coincide con la pendiente de la recta que pasa por los puntos A=(a,f(a)) y B=(b,f(b)) $\left(\text{que como sabemos vale } \frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)$.

a) *(1'25 puntos)* Construcción:

- Representa gráficamente la función $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5$ y define a = -1, b = 1, A=(a,f(a)) y B=(b,f(b)).
- Define un deslizador c que tome los valores comprendidos entre a y b con incremento 0'01.
- Define el punto C=(c,f(c)).
- Llama r a la recta que pasa por los puntos A y B y muestra su ecuación en forma explícita (y=mx+n).

Anota la instrucción utilizada	**Recta[A, B]**
Ecuación explícita de r	**y = 3 x +3**

- Llama t a la recta tangente a la gráfica de f en el punto C y muestra su ecuación en forma explícita.

Anota la instrucción utilizada	**Tangente[C, f]**
Ecuación explícita de t	**y = 13 x + 13 (cuando c=a=-1)**

- Define m_r como la pendiente de la recta r, m_t como la pendiente de la recta t y Diferencia como $m_r - m_t$.

b) *(1'25 puntos)* ¿Pará que dos valores $c_1\in]a,b[$ y $c_2\in]a,b[$ se verifica el teorema del valor medio?

Valores de c	**c_1 = -0.4**	**c_2 = 0.84**

3) Área entre dos curvas *(2'5 puntos)*

Guarda el archivo con el nombre: **GR03PRA03.ggb**

a) *(0'25 puntos)* Utilizando el comando Función[], define las funciones $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ y $g(x) = -2x^3 + 6x^2 - 4x$ en el intervalo [0,2].

b) *(0'25 puntos)* Obtén los tres puntos de intersección entre f y g y llámalos A, B y C.

Anota la instrucción utilizada y los puntos obtenidos	
	Interseca[f, g]
	A=(0 ,0), B=(1 ,0), C=(2 ,0)

c) *(1 punto)* Determina el área de la región delimitada por la gráfica de f y el eje de abscisas. Almacena su valor en la variable $Área_{[0,2]}$.

Anota las instrucciones utilizadas y el valor de $Área_{[0,2]}$	**Áreaf_{AB}= Integral[f, x(A), x(B)]** **Áreaf_{BC}=-Integral[f, x(B), x(C)]** **Áreaf_{[0,2]}= Áreaf_{[0,2]}** **Área[0,2] = 0.5**

d) *(1 punto)* Determina el área de la región encerrada entre las gráficas de f y g. Almacena su valor en la variable Áreafg.

Anota las instrucciones utilizadas y el valor de Áreafg	**H=Función[Simplifica[abs(f(x) - g(x))], 0, 2]** **Áreafg=Integral[h, x(A), x(C)]** **Áreafg = 1.5**

4) Método de Newton *(3'5 puntos)* Guarda el archivo con el nombre: **GR03PRA04.ggb**

Debes implementar el método de Newton para localizar las raíces de la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{10}$.

- Define, en primer lugar f.
- Define un deslizador n que tome valores comprendidos entre 1 y 20 con incremento 1. Esta variable indica la iteración que se está realizando.
- Define un deslizador p_1 que tome valores comprendidos entre -9 y 9, con incremento 0'1 y sitúalo en el valor $p_1 = -9$. Esta variable contiene el valor inicial desde el que se empieza a iterar.

Como sabes, la ecuación de recurrencia que se utiliza para el método de Newton es

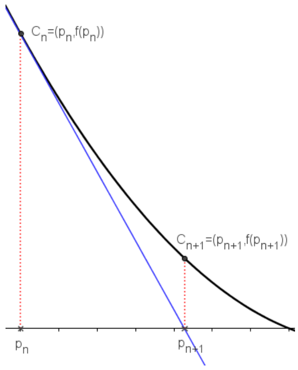
$$p_{n+1} = p_n - \frac{f(p_n)}{f'(p_n)}, \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \cdots$$

a) *(1 punto)* Utiliza la hoja de cálculo y

- asigna a la casilla A1 el valor p_1 (ten en cuenta que p_1 puede variar)
- asigna a la casilla A_{n+1} el valor p_{n+1}, para n = 1, 2, … , 19 (al final del proceso deben estar rellenas las casillas A1 hasta A20).

Observarás en las casillas de la columna A que la sucesión $\{p_1, p_2, \ldots, p_{19}, p_{20}\}$ converge a una de las raíces de f.

b) *(1'5 puntos)* Para representar gráficamente el método



- crea, en primer lugar, una lista llamada Abscisas con los valores p_1, p_2, …, p_{19}, p_{20} (recuerda que están almacenados en las casillas A1 hasta A20).
- Utilizando el comando Elemento[] sobre la lista Abscisas, define el punto sobre el eje de abscisas $X_n = (p_n,0)$. Editando las propiedades de X_n haz que se muestre el subtítulo p_n con estilo de punto × (observa la figura).
- Utilizando el comando Elemento[] sobre la lista Abscisas, define el punto sobre el eje de abscisas $X_{n+1} = (p_{n+1},0)$. Editando las propiedades de X_{n+1} haz que se muestre el subtítulo p_{n+1} con estilo de punto × (observa la figura).
- Define los puntos $C_n = (p_n,f(p_n))$ y $C_{n+1} = (p_{n+1},f(p_{n+1}))$ y traza (con línea discontinua roja) los dos segmentos que unen C_n con X_n y C_{n+1} con X_{n+1} (observa la figura).
- Traza la recta tangente a f en el punto C_n y observa que corta al eje de abscisas en el valor p_{n+1}.
- Activa la opción redondeo a 15 cifras decimales.
- Inserta un texto, que varíe según se desplace el deslizador n, en el que se lea p_n = <<valor de p_n>>; esto es: $p_1 = -9$ (cuando n valga 1), $p_2 = -4.722222222222222$ (cuando n valga 2), etc.

c) *(0'2 puntos)* Partiendo de $p_1 = -9$, ¿qué raíz, x_1, de f se obtiene? ¿A partir de qué iteración, n, la diferencia entre p_n y la raíz x_1 es nula?

x_1 =-2 **n = 8**

d) *(0'2 puntos)* Partiendo de $p_1 = 9$, ¿qué raíz, x_2, de f se obtiene? ¿A partir de qué iteración, n, la diferencia entre p_n y la raíz x_2 es nula?

x_2 = 2 **n = 8**

e) *(0'2 puntos)* Partiendo de $p_1 = 0$, ¿se obtiene alguna raíz de f ?

☐ SI ☒ **NO**

f) *(0'2 puntos)* Partiendo de un valor cualquiera $p_1 \in [-9,0[$, ¿qué raíz se obtiene?

x=-2

g) *(0'2 puntos)* Partiendo de un valor cualquiera $p_1 \in]0,9]$, ¿qué raíz se obtiene?

x=2