

Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial



Alumno:

Grupo teoría:

DNI:

Email:

(de	a)

Ejercicios de Cálculo Diferencial e Integral, 2015/16

Instrucciones generales:

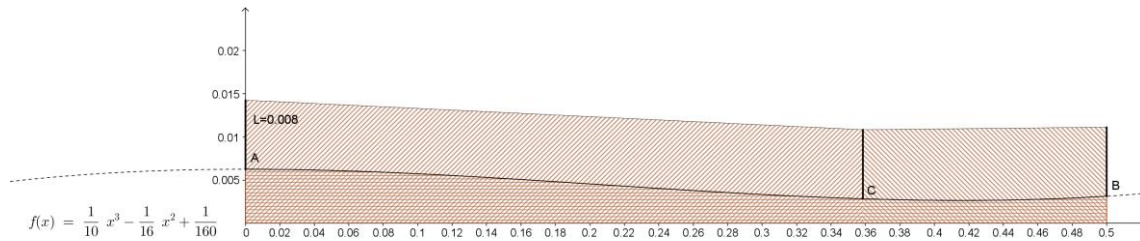
Todos los ejercicios deben estar bien explicados y realizados a mano.

Se deben de entregar como máximo el día 17 de Abril.

	Nota	
Ejercicio 1	2,5	
Ejercicio 2	2	
Ejercicio 3	2,5	
Ejercicio 4	2	
Ejercicio 5	1	
Total		

1. El poste A dista del poste B 0,5 km., y se quiere colocar un poste intermedio C entre ambos. A todos los efectos, en todo este ejercicio, consideraremos que el cable que va de un extremo superior de un poste al extremo superior del otro, lo hace en línea recta y NO mediante una catenaria. El perfil de las elevaciones del terreno viene dado por la función

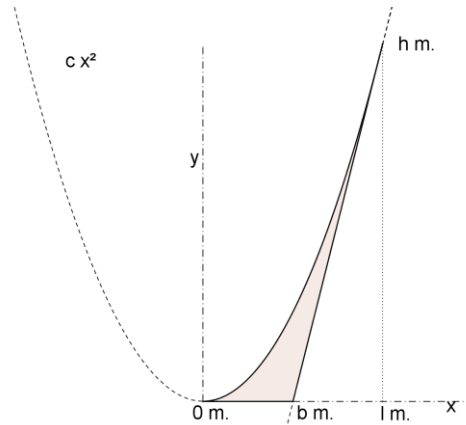
$$f(x) = \frac{1}{10} x^3 - \frac{1}{16} x^2 + \frac{1}{160} \text{ km.}, \quad \text{como se aprecia en el dibujo:}$$



- a. Determina a qué distancia del poste A hay que colocar el poste C para que el área que delimitan el cable, los postes A y B , y el perfil del terreno ($f(x)$), sea la mínima posible, sabiendo que la longitud de los postes es de 8 m. ($L = 0,008$ km.).

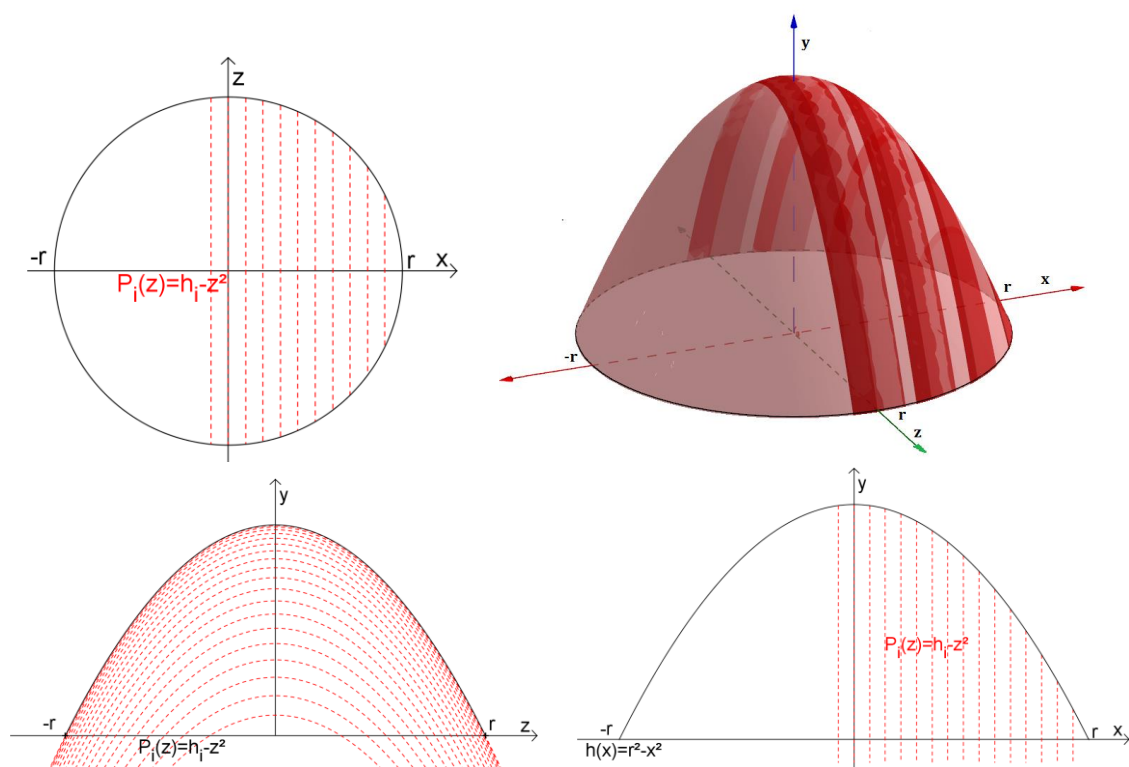
- b. Calcula cuál es la distancia mínima del cable a suelo entre el poste A y C y entre el C y B y comprueba que no incumple la norma de estar alejado al menos 6 metros (0,006 km.).

2. Se pretende modelar una obra artística para adornar como escultura el centro de la próxima rotonda de la ciudad. La escultura consistirá en una plancha de metal con forma de aleta que está formada por un lado curvo y dos rectos. El curvo es un arco de una parábola con la forma $f(x) = cx^2$, y los rectos son la base y una tangente a la parábola como se muestra en la imagen imagen:



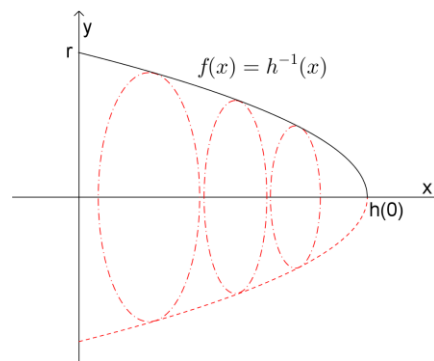
La base es de b metros, pero la escultura ocupa l metros de ancho por h de alto. El grosor de la plancha deberá ser $\frac{3}{25(l^3 - 2l^2 + 3l)}$ metros, y su volumen de 10 litros ($0,01 \text{ m}^3$). Determina el coeficiente c para curva, en función de l para cumplir con la restricción del volumen, y el ancho l para que la escultura tenga la altura h mínima.

3. Las secciones verticales de una cúpula de base circular de radio r , son parábolas de la forma $P_i(z) = h_i - z^2$ donde h_i es la altura de la parábola, que viene determinada por la expresión $h(x) = r^2 - x^2$:



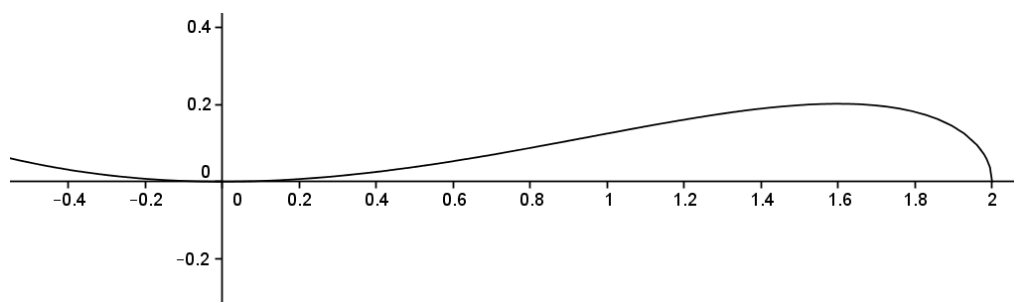
- a. Sabiendo que la que $\int \sqrt{r^2 - x^2}^3 = \frac{x}{8}(5r^2 - 2x^2)\sqrt{r^2 - x^2} + \frac{3r^4}{8} \arcsen\left(\frac{x}{r}\right) + c$ es una integral conocida, calcula el volumen de la cúpula mediante secciones planas, superficies de parábolas $P_i(z)$ a lo largo del eje x .

- b. Abate ahora la cúpula haciendo coincidir el eje y sobre el x y calcula su volumen considerándola una figura de revolución:



Comprueba que el volumen resultante es el mismo que en el apartado a.

4. Un tanque en el ala de un avión de motor a reacción tiene la forma de un sólido de revolución generado al girar la región acotada por la gráfica $y = \frac{1}{8}x^2\sqrt{2-x}$ y la recta $x = 0$ alrededor del eje x , donde x e y se miden en metros. Calcula el volumen del tanque.



5. El cálculo un valor aproximado x se resuelve mediante la ecuación de segundo grado:

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

cuyos coeficientes se han determinado con una precisión de una décima:

$$A = 1 \pm 0,1$$

$$B = -7 \pm 0,1$$

$$C = 12 \pm 0,1$$

Calcula las posibles soluciones para ese valor aproximado x indicando sus correspondientes cotas de error absoluto en cada caso.

