Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Alumno:	
Grupo prácticas:	
DNI:	
Email:	

Práctica final de Matemáticas II, ¿?-05-2014

Instrucciones generales:
En primer lugar comprueba que la versión de Geogebra instalada en tu ordenador es la 4.2.60. Debes crear en el escritorio una carpeta a la que nombrarás con el grupo de prácticas al que perteneces, tus apellidos, tu nombre y tu DNI (ejemplo GRUPO 06 RUIZ SANCHEZ ALBERTO DNI 32455861D) y guardar en ella todos los archivos que se indiquen en los distintos apartados, con los nombres que se asignen. Cuando finalice el examen, deberás copiar tu carpeta en la carpeta del ordenador del profesor, correspondiente al grupo de prácticas al que perteneces, ir a su mesa para que el profesor compruebe que todos los archivos se han copiado correctamente y, a continuación, borrar la carpeta creada y vaciar la papelera.

1) Secuencia de circunferencias *(1'5 puntos)* Guarda el archivo con el nombre: **GR--PRA01.ggb**

- Crea un deslizador, r, que tome valores comprendidos entre 2 y 50 con incremento 1 (esta variable indicará el radio de las semicircunferencias que se definirán a continuación).
- Crea un deslizador, n, que tome valores comprendidos entre 0 y r con incremento 1.
- Define la función $f(x)=\sqrt{-(x+r)^2+r^2}$, cuya gráfica se corresponde con una semicircunferencia con centro en el punto (-r,0) y radio r. Oculta f.
- Define la función $g(x) = -\sqrt{-(x - r)^2 + r^2}$, cuya gráfica se corresponde con una semicircunferencia con centro en el punto (r,0) y radio r. Oculta g.

a) *(0'75 puntos)* Combinando los comandos Secuencia[] y Circunferencia[], construye una Lista1 de circunferencias con centro en el punto (-i,f(-i)) y radio i, con i = 0, 1,…, n.

Anota la instrucción utilizada	Secuencia[Circunferencia[(-i, f(-i)), i], i, 0, n]

b) *(0'75 puntos)* Combinando los comandos Secuencia[] y Circunferencia[], construye una Lista2 de circunferencias con centro en el punto (i,g(i)) y radio i, , con i = 0, 1,…, n.

Anota la instrucción utilizada	Secuencia[Circunferencia[(i, g(i)), i], i, 0, n]

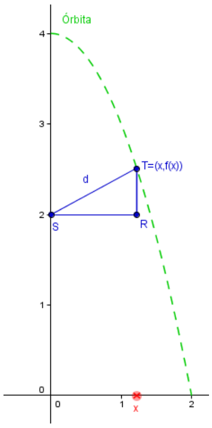
Moviendo el deslizador r se puede cambiar el radio de las semicircunferencias f y g y desplazando el deslizador n se obtiene una figura simétrica.

2) **Punto sobre una curva más cercano a un punto dado** *(3'5 puntos)*

Guarda el archivo con el nombre: **GR--PRA02.ggb**

Dado el punto S=(0,2) y la función f(x) = $-x^2 + 4$, debes obtener el punto T=(x,f(x)), sobre la curva f, cuya distancia al punto S sea mínima. El problema lo podríamos asociar a encontrar el punto en el que la Tierra (T) está más cerca del Sol (S) si sigue la órbita marcada por la curva f.

a) *(0'5 puntos)* Construcción.



Para simplificar vamos a centrar nuestro estudio en el cuadrante positivo. Define, para ello,

- el punto S = (0,2).
- La función f(x) = $-x^2 + 4$, de manera que se muestre sólo en el intervalo [0,2]. Edita sus propiedades para que muestre el subtítulo Órbita y un trazo discontinuo de color verde.
- Un punto auxiliar, X, sobre el eje de abscisas (X = Punto[EjeX]) que vamos a considerar que tiene coordenadas (x,0). Edita sus propiedades para que muestre el subtítulo x y utilice el estilo de punto × con color rojo. Comprueba que puedes moverlo libremente por el eje de abscisas.
- El punto T=(x,f(x)). Edita sus propiedades para que muestre el subtítulo T=(x,f(x)) con color azul. Comprueba que se mueve por la gráfica de f cuando desplazas X a lo largo del eje de abscisas.

Anota la instrucción utilizada	T= (x(X), f(x(X)))

- El punto R=(x,2). Edita sus propiedades para que se muestre en color azul.
- El segmento ST. Edita sus propiedades para que muestre el subtítulo d con color azul.
- Los segmentos SR y RT. Edita sus propiedades para que se muestren en color azul.

b) *(1'5 puntos)* Función a optimizar.

- Obtén la función d(x) que mide la distancia entre S y T en función de x.

Anota la función	d(x) = $\sqrt{x^2 + \left(-x^2 + 4 - 2\right)^2} = \sqrt{x^2 + \left(-x^2 + 2\right)^2}$

- Define la función d(x) y su derivada d'(x) de manera que se muestren sólo en el intervalo [0,2].

c) *(1'5 puntos)* ¿Qué coordenadas tiene el punto T, sobre la curva f, cuya distancia al punto S es mínima?

Coordenadas de T	T = (1.22 , 2.5)
Anota las instrucciones utilizadas (puedes visualizar el protocolo de construcción y anotar las instrucciones)	L={Raíces[d',0,2]} L_2=(x(Elemento[L,2]), O(x(Elemento[L,2])))

3) Área entre dos curvas *(2'5 puntos)* Guarda el archivo con el nombre: **GR--PRA03.ggb**

a) *(0'25 puntos)* Utilizando el comando Función[], define las funciones $f(x) = x^3 - 8x^2 + 19x - 12$ y $g(x) = -2x^3 + 16x^2 - 38x + 24$ en el intervalo [1,4].

b) *(0'25 puntos)* Obtén los tres puntos de intersección entre f y g y llámalos A, B y C.

Anota la instrucción utilizada y los puntos obtenidos	Interseca[f, g]
	A=(1,0), B=(3,0), C=(4,0)

c) *(1 punto)* Determina el área de la región delimitada por la gráfica de f y el eje de abscisas. Almacena su valor en la variable $Áreaf_{[1,4]}$.

Anota las instrucciones utilizadas y el valor de $Áreaf_{[1,4]}$	Áreaf_{AB}=Integral[f, x(A), x(B)] Áreaf_{BC}=Integral[f, x(B), x(C)] Áreaf_{[1,4]} = Áreaf_{AB} - Áreaf_{BC} $Áreaf_{[1,4]}$ = 3.08

d) *(1 punto)* Determina el área de la región encerrada entre las gráficas de f y g. Almacena su valor en la variable Áreafg.

Anota las instrucciones utilizadas y el valor de Áreafg	h= Función[abs(f(x) - g(x)), 1, 4] Áreafg=Integral[h, x(A), x(C)] Áreafg = 9.25

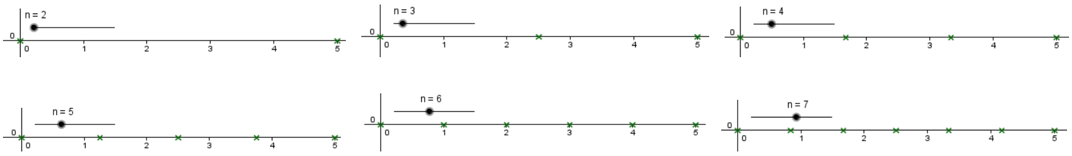
4) Aproximación de una función mediante un polinomio de interpolación *(2'5 puntos)*

Guarda el archivo con el nombre: **GR--PRA04.ggb**

Vamos a aproximar la función $f(x) = -(x-4)\, e^{(x-4)}+4$ mediante un polinomio de interpolación obtenido a partir de una serie de puntos de muestreo $(x,f(x))$, con $x\in[0,5]$.

- Define, en primer lugar f.
- Define un deslizador n que tome valores comprendidos entre 2 y 11 con incremento 1. Esta variable indica el número de puntos de muestreo.

Vamos a tomar como puntos de muestreo aquellos cuyas abscisas sean los extremos del intervalo [0,5] y los valores intermedios que dividen el intervalo en n-1 partes iguales. Así, para n=2 consideraremos las abscisas {0,5}, para n=3 consideramos las abscisas $\left\{0, \frac{5}{2}, \frac{2\cdot 5}{2}\right\}$, para n=4 consideramos las abscisas $\left\{0, \frac{5}{3}, \frac{2\cdot 5}{3}, \frac{3\cdot 5}{3}\right\}$, para n=5 consideramos las abscisas $\left\{0, \frac{5}{4}, \frac{2\cdot 5}{4}, \frac{3\cdot 5}{4}, \frac{4\cdot 5}{4}\right\}$,etc. Observa las figuras:



a) *(0'5 puntos)* Completa el comando Puntos_X = Secuencia[(* 5 / (*-*), 0), i, 0, n - 1] para crear una lista con los puntos sobre el eje X cuyas abscisas son las de muestreo. Edita sus propiedades para que muestre el estilo de punto × con color verde. Comprueba que al mover el deslizador se obtienen las abscisas mostradas en las figuras.

Anota la instrucción utilizada: Puntos_X = Secuencia[(i*5 / (n-1), 0), i, 0, n - 1]

b) *(0'5 puntos)* Haciendo uso exclusivamente del comando Secuencia[], crea una lista con los puntos de muestreo (x,f(x)) y llámala $Puntos_f$. Edita sus propiedades para que se muestren con color rojo. Comprueba que al mover el deslizador se obtienen los puntos de muestreo sobre la gráfica de f.

Anota la instrucción utilizada: Puntos_f = Secuencia[(i*5/(n-1),f(i*5/(n-1)),i,o,n-1]

c) *(0'5 puntos)* Define un polinomio de interpolación, p(x), que pase por los puntos de la lista $Puntos_f$. Edita sus propiedades para que muestre con color rojo.
Observa que al desplazar el deslizador se obtiene un polinomio de grado n-1 que, cuanto mayor es el número de puntos de muestreo, más se ajusta a la gráfica de f en el intervalo de muestreo [0,5].

Anota la instrucción utilizada: p=Polinomio[Puntos_f]

Para medir el error que se comete, dado que el cálculo de la integral es lento, vamos a tomar una variable que sume las diferencias $|f(i)-p(i)|$, con i = 0, 0'1, 0'2, 0'3, …, 4'9, 5.

d) *(0'5 puntos)* Crea una lista, $Lista_{Dif}$, con las diferencias $|f(i)-p(i)|$, con i = 0, 0'1, 0'2, 0'3, …, 4'9, 5.

Anota la instrucción utilizada: Lista_{Dif} = Secuencia[abs(f(i) - p(i)), i, a, b, 0.1]

e) *(0'5 puntos)* Define la variable Dif como la suma de las diferencias $|f(i)-p(i)|$ almacenadas en $Lista_{Dif}$. ¿A partir de que valor de n la variable Dif se anula?

Instrucción utilizada para definir Dif: Dif=Suma[Lista_{Dif}]

Valor de n: n = 9