Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial

Alumno:	
Grupo teoría:	(de a)
DNI:	
Email:	

Ejercicios de Cálculo e Interpolación de Matemáticas II, 2015/16

Instrucciones generales:

Todos los ejercicios deben estar bien explicados y realizados a mano.

Se deben de entregar el día del examen, 30 de Mayo.

	Nota	
Ejercicio 1	1,75	
Ejercicio 2	1,75	
Ejercicio 3	1,75	
Ejercicio 4	1,75	
Ejercicio 5	3	
Total		

1. La función $f(x) = x^5 - 2x^3 + 3x - 4$ tiene una raíz en el intervalo $[-2, 2]$. Utilizando el método de la bisección, ¿Calcula cuántas iteraciones te aseguran, para asegurar un error relativo (límite de tolerancia) inferior a un 1%?

Aplica el método y calcula en cada iteración una cota del error relativo. Comprueba que se cumple el apartado anterior.

Realiza los cálculos con todos los valores redondeados a 5 decimales, salvo las cotas de error relativo en cada iteración que puedes expresar en porcentaje con sólo un par de decimales.

$n =$ ____

i	a	b	c	h	f(a)	f(b)	f(c)	δ

2. Comprueba si se cumple el teorema de la convergencia del método de Newton para el valor $c_0 = 4$ en el intervalo $[3\,,4]$ y la función $f(x) = \frac{e^x}{8} + \frac{1}{e^x} - \operatorname{sen}(x) - 4$.

   Si las condiciones del teorema se cumplen, aplica el método de Newton a partir de ese valor inicial, hasta obtener una raíz de la ecuación con una precisión de al menos 10^{-5}.

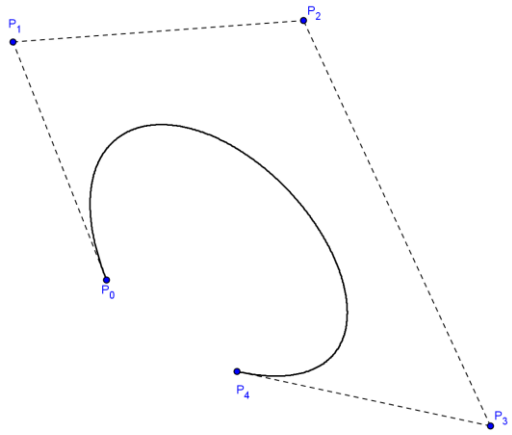
   Realiza los cálculos con todos los valores redondeados a 7 decimales.

i	a	c	h	f(a)	f'(a)	f(c)

3. La curva paramétrica $b(t)=\sum_{i=0}^{n} a_i t^i = a_n t^n + a_{n-1}t^{n-1}+\cdots+a_1 t + a_0$ donde $b(t)\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ para $0\le t\le 1$ y $a_i \in \mathbb{R}^2$ para $0\le i\le n$ es en realidad una curva de Bezier de grado n formulada en forma polinómica si sus coeficientes cumplen con la expresión $a_i=\binom{n}{i}\left(\sum_{j=0}^{i}\left((-1)^j\binom{i}{j}P_{i-j}\right)\right)$ y donde los $P_i \in \mathbb{R}^2$ para $0\le i\le n$ son los correspondientes puntos de control de la curva de Bezier.

   Compruébalo para una curva de Bezier de grado 4:

$$b(t)=a_4t^4+a_3t^3+a_2t^2+a_1t+a_0$$



4. Construir un spline cúbico interpolador de extremo natural para los puntos:

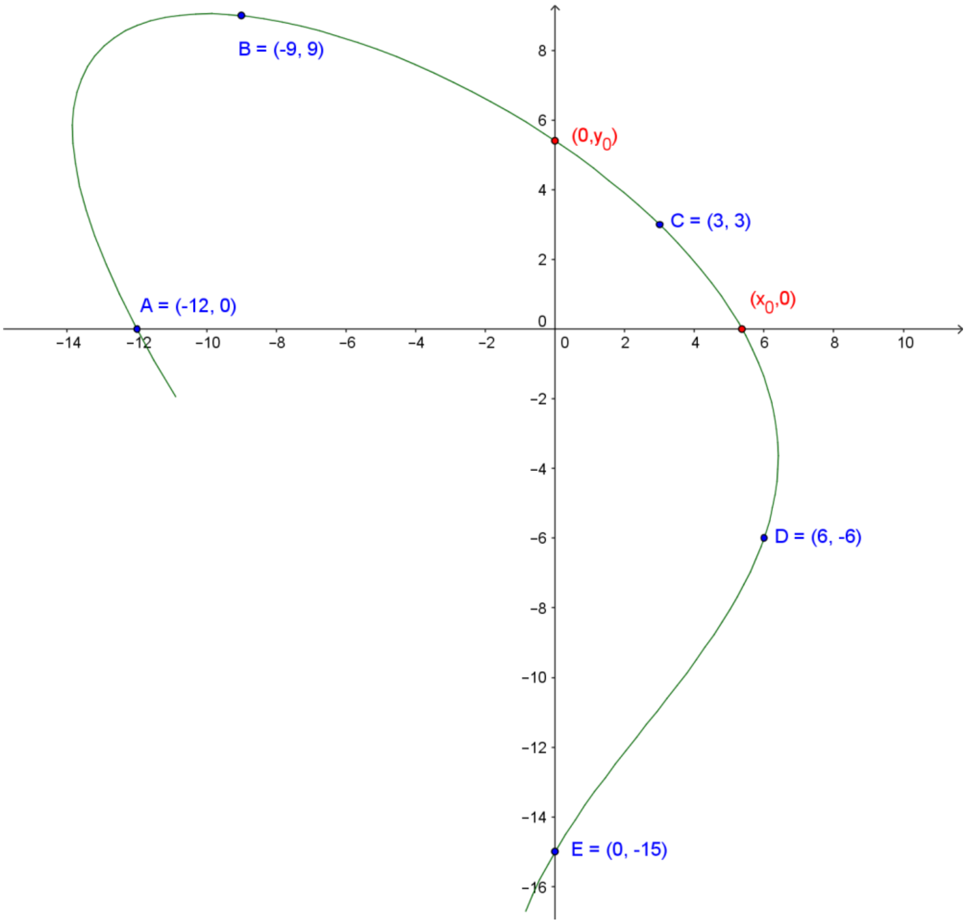
$$(1,0),\ (2,8),\ (4,4),\ (5,4) \text{ y } (9,8).$$

Procura expresar, mientras puedas, los valores en fracción, y en caso de tener que realizar cálculos con decimales redondea a 5 decimales antes de volver a operar.

	x_i	**y_i**	**h_i**	**a_i**	**b_i**	**c_i**	**d_i**
0							
1							
2							
3							
4							

5. Interpola mediante diferencias divididas en 2D, con un polinomio para abscisas X(t) y otro polinomio para ordenadas Y(t), la curva que pasa por los puntos A, B, C, D y E.

   Luego calcula con el método regula falsi, con una cota de error absoluto menor a 10^{-4}, los valores x_0 e y_0 correspondientes a los puntos de corte de la curva interpolada con los ejes de coordenadas. En caso de tener que realizar cálculos con decimales redondea a 5 decimales antes de volver a operar.



	t	X(t)	Y(t)
A	0	-12	0
B	¼	-9	9
C	½	3	3
D	¾	6	-6
E	1	0	-15

t_i	$X(t_i)$	$X[t_{i-1},t_i]$	$X[t_{i-2},t_{i-1},t_i]$	$X[t_{i-3},\ldots,t_i]$	$X[t_0,\ldots,t_n]$

t_i	$Y(t_i)$	$Y[t_{i-1},t_i]$	$Y[t_{i-2},t_{i-1},t_i]$	$Y[t_{i-3},\ldots,t_i]$	$Y[t_0,\ldots,t_n]$

$X(t) =$ ________ t^4 ________ t^3 ________ t^2 ________ t ________

$Y(t) =$ ________ t^4 ________ t^3 ________ t^2 ________ t ________

i	a	b	c	h	X(a)	X(b)	X(c)

i	a	b	c	h	Y(a)	Y(b)	Y(c)