DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Prácticas Lección 1 y 2 **MATEMÁTICA DISCRETA** **Aritmética entera y modular**

Práctica 1 Calcula desarrollando e indicando el algoritmo que corresponda, razonadamente y con la ayuda de ArtEM, el mcd(25, 115) y el mcm(25, 115). Con ayuda del desarrollo realizado obtén dos enteros s y t tales que $\text{mcd}(25, 115) = 25s + 115t$.

Práctica 2 Resuelve, de forma razonada, la siguiente ecuación diofántica y comprueba luego que el resultado es correcto mediante ArtEM:

$$-45x + 32y = 7, \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

Práctica 3 Un distribuidor de equipos informáticos efectuó un pedido de entre 1000 y 1500 equipos a un fabricante. Éste se los envió en contenedores completos con capacidad para 68 equipos cada uno. El distribuidor los repartió a los diferentes puntos de venta usando furgonetas con capacidad para 20 equipos, y quedando 32 equipos sin repartir en el almacén. ¿Cuántos equipos pidió el distribuidor a la fábrica? Ayúdate de ArtEM para comprobar que tus cálculos han sido efectuados correctamente.

Práctica 4 Lee atentamente la descripción de los algoritmos de la opción números primos de ArtEM y averigua cuáles de los siguientes números son primos y en caso de que no lo sean haz, razonadamente, su descomposición en números primos.

$$123456, \ 9999, \ 363, \ 8861.$$

Práctica 5 Disponemos de dos tipos de ladrillos de 56 y 21 cm para construir una pared de 7 metros. Explica cuáles son las distintas maneras posibles de llevar a cabo este trabajo. Comprueba las operaciones que sean posibles con ArtEM.

Práctica 7 Resuelve las siguientes cuestiones sin utilizar ArtEM, y luego comprueba los cálculos que sean posibles con ArtEM:

1. Calcular el valor de la función de Euler en 35, $\varphi(35)$.
2. Calcular $[27]^{\varphi(35)}$ en $\mathbb{Z}_{35}$. Obtener el resultado como representante de clase entre 0 y 34.
3. ¿Cuál es el resto de dividir 2^{99} entre 35?
4. Calcular $[27]^3$ en $\mathbb{Z}_{35}$. Obtener el resultado como representante de clase entre 0 y 34.
5. Se sabe que un determinado planeta tarda en completar su órbita alrededor de una cierta estrella 35 años. Si actualmente se encuentra en la posición A y transcurren 27^{99} años, ¿cuántos años más deben transcurrir para que vuelva a encontrarse en la misma posición A?

Práctica 8 Utilizando el alfabeto de ArtEM que identifica las letras minúsculas del alfabeto (a-z) y el espacio en blanco con $\mathbf{Z}_{28}$ y usando el código clásico dado en clase con $r = 5$ y $s = 4$, codifica la siguiente frase utilizando ArTEM: hola mama. Haz tú dicha codificación a mano y de forma razonada. A continuación explica cuál será la función de decodificación para volver al mensaje original y decodifica el mensaje cifrado obtenido a mano. Comprueba el resultado con ArTEM. Razona además si es posible tomar $r = 7$ en este código clásico con el alfabeto utilizado.

$\boxed{\text{ANTEM}}$

Lección 1 y 2

3) ~~V~~ Variables

z: equipos

x: contenedores

y: furgonetas

$1000 \leq z \leq 1500$

$z \equiv 0 \pmod{68}$

$z \equiv 32 \pmod{20}$

$\boxed{\begin{array}{l} z = 68x \\ z = 20y + 32 \end{array}}$

$68x = 20y + 32$

$\boxed{68x - 20y = 32} \rightarrow$ Ec. diofántica

$\underset{A}{68x} \quad \underset{B}{-20y} = \underset{C / DN}{32}$

$a = 68$

$b = -20$

$c = 32$

1) Algoritmo Euclides

mcd (68, 20):

$68 = 20 \times 3 + 8$ ✓ $\rightarrow D$

$20 = 8 \times 2 + 4$ ✓

$8 = 4 \times 2 + 0$

2) Identidad de Bezout

$\boxed{d = as + bt}$

$\boxed{a = qb + r}$

$20 = 8 \times 2 + 4$

$\boxed{r = q(-b) + a}$

$4 = 8(-2) + 20$

$4 = [68 + 20(-3)](-2) + 20 = 68(-2) + 20(6) + 20 = 68(-2) + 20(7)$

$4 = 68(-2) + 20(7)$ ~~$s = 7$, $t = 2$~~

~~$4 = 20(7) - 68(2)$~~

$4 = 68(-2) - 20(-7) \left\langle \begin{array}{l} s = -2 \\ t = -7 \end{array} \right.$

3) $C/D = 32/4 = 8 \Rightarrow$ Tiene solución

4) $A = \alpha D \Rightarrow 68 = \alpha 4 \Rightarrow \boxed{\alpha = 68/4 = 17}$

$B = \beta D \Rightarrow -20 = \beta 4 \Rightarrow \boxed{\beta = -20/4 = -5}$

5) Solución particular

$\left. \begin{array}{l} D = 4 \\ Dn = 32 \end{array} \right\} n = \frac{Dn}{D} = 32/4 = 8$

$ns \quad nt$

$(x_0; y_0) = (-16, -56)$

6) Solución general

$x = x_0 + \beta k = -16 + 5(-k) = -16 + 5k$

$y = y_0 - \alpha k = -56 - 17(k) = -56 + 17k$

7) Comprobación

$\left\{ \begin{array}{l} x = -16 + 5 = -11 \\ y = -56 + 17 = -39 \end{array} \right.$

$68(-11) - 20(-39) = 32$

$z = 68x = 68(-16+5k) = -1088+340k$

$z = 20x+32 = 20(-56+17k)+32 = -1120+340k+32 = -1088+340k$

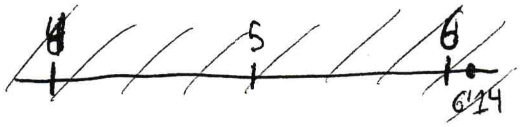
$1000 \leq z \leq 1500$ → Pasa sumando a ambos lados

$1000 \leq -1088+340k \leq 1500$

$2088 \leq 340k \leq 2588$

$\frac{2088}{340} \leq k \leq \frac{2588}{340}$

$6'14 \leq k \leq 7'61$



$k \in \{7\}$

$z = -1088+340k$

$z = -1088+340(7)$

$z = -1088+2380$

$z = 1292$ equipos

4) $n = 123456$ → No es primo

$n = 9999$ → No es primo

$n = 363$ → No es primo

$n = 8861$ → Es primo

~~int num2;~~
~~for(int i=0; num2 != 0; i++)~~
~~n/2 = num2;~~

5) $Ax+By=C$

$56x+21y=700$ → Ec. diofántica

A B C

$a=56$
$b=21$
$c=70$

① Algoritmo de Euclides

mcd(56, 21)

$56 = 21 \times 2 + 14$ ✓
$21 = 14 \times 1 + 7$ ✓
$14 = 7 \times 2 + 0$

② Bézout

$\boxed{d = as + bt}$

$\boxed{a = bq + r}$

$21 = 14(1) + 7$

$\boxed{r = d(-q) + a}$

$7 = 14(-1) + 21$

D $7 = [56+21(-2)](-1)+21 = 21(3)+56(1)$

$7 = 56(1)+21(3)$ $\left\langle \begin{array}{l} s=-1 \\ t=3 \end{array} \right.$

③ $C/D = 700/7 = 100$ → Sí hay solución

④ $A = \alpha D \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{A}{D} = \frac{56}{7} = 8}$

$B = \beta D \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{B}{D} = \frac{21}{7} = 3}$

⑤ Solución particular

$\left. \begin{array}{l} D=7 \\ DN=700 \end{array} \right\} N = 700/7 = 100$

$X_0 = NS = -100$
$Y_0 = NT = 300$

$(-100, 300)$

⑥ Solución general

$$\boxed{\begin{array}{l} X = X_0 + \beta k = -100+3k \\ Y = Y_0 - \alpha k = 300-8k \end{array}}$$

$k \in \mathbb{R}$

⑦ Comprobación

$\left. \begin{array}{l} x = -97 \\ y = 292 \end{array} \right\}$ $56x+21y=700$

$56(-97)+21(292)=700$