**EXAMEN** DE MATEMÁTICAS-I

**SOLUCIÓN** PARTE DE **MATEMÁTICA DISCRETA (5 ptos)**

CONVOCATORIA DE **JULIO** (08/07/2011). CURSO 2010-11
GRADO EN INGENIERÍA MULTIMEDIA
UNIVERSIDAD DE ALICANTE

**Marca la opción correcta: (2,5 ptos)**

**1.- Sea el grafo dirigido G =(V,A), diremos que G es simple si:**

| | |
|---|---|
| a) | No tiene bucles |
| b) | Si hay al menos un arco uniendo cada par de vértices distintos |
| c) | Si tiene como máximo un bucle y hay al menos un arco uniendo cada par de vértices distintos |
| **d)** | No tiene bucles ni existe un par de vértices unidos por arcos con la misma dirección |

**2.- Si G =(V,A) es un grafo no dirigido, V={a,b,c,d}, y, entre otras, tenemos las siguientes aristas: {a,b}, {a,c}, {d,a} {c,d}, {b,c}, entonces:**

| | |
|---|---|
| a) | El vértice "a" es adyacente al vértice {a,b} |
| **b)** | El cardinal del conjunto de vértices adyacentes al vértice "a" es mayor o igual que 3 |
| c) | El cardinal del conjunto de vértices adyacentes al vértice "a" es menor que 3 |
| d) | El grado de "a" es 3 |

**3.- Sea G=(V,A), V ={a,b,c,d,e} y A={{a,b},{c,e},{e,d}, {d,c}}. Entonces:**

| | |
|---|---|
| a) | La matriz de incidencia de este grafo tiene un 2. |
| b) | La matriz de adyacencia de este grafo está formada por las siguientes filas: F1:(0 1 0 0 0), F2: (1 0 0 0 0), F3: (0 0 0 1 1), F4: (0 0 1 0 1), F5: (0 0 1 1 1). |
| **c)** | La matriz de adyacencia de este grafo sólo tiene ceros y unos |
| d) | La diagonal de la matriz de adyacencia tiene un 1 |

**4.- Sea G un grafo no dirigido que tiene 5 vértices. Cuatro de esos vértices tienen el mismo grado y el otro es un vértice de grado uno. Indica cuál de las siguientes afirmaciones es cierta:**

| | |
|---|---|
| a) | Si el grafo tiene 6 aristas, entonces el grado de esos 4 vértices es 3 |
| b) | Es posible construir un grafo con las características del enunciado del problema y que tenga 6 aristas |
| c) | Es posible construir un grafo con las características del enunciado del problema y que tenga 9 aristas |
| **d)** | Es imposible obtener un grafo con las características del enunciado del problema |

**5.- Indica cuál de las siguientes afirmaciones es cierta:**

| | |
|---|---|
| **a)** | La matriz de peso de un grafo es una matriz cuadrada. |
| b) | La matriz de peso de todo grafo dirigido no puede ser simétrica. |
| c) | La matriz de peso de todo grafo dirigido es simétrica. |
| d) | Las dimensiones de la matriz de peso coinciden con las de la matriz de incidencia |

**6.- Sea G un grafo dirigido cuya matriz de incidencia es de orden 4x7 y 3 de sus filas son F1: (1 0 0 -1 0 0 -1), F2: (0 1 0 0 1 1 1), F4: (0 0 2 0 0 -1 0). Si identificamos los vértices y arcos por su posición en dicha matriz, la fila F3 tiene los siguientes valores:**

| | |
|---|---|
| a) | F3 = (-1 -1 0 1 -1 0 1) |
| b) | F3 = (0 0 0 0 0 0 0) |
| c) | F3 = (-1 -1 0 1 -1 0 0) |
| d) | No sabemos los valores de F3, necesitamos saber la matriz de adyacencia |

**7.- El camino más corto entre dos vértices de un grafo ponderado es:**

| | |
|---|---|
| a) | El camino con menor número de aristas o arcos entre dichos vértices |
| b) | El camino con mayor número de aristas o arcos entre dichos vértices |
| c) | El camino de peso mínimo entre dichos vértices. |
| d) | El camino de peso máximo entre dichos vértices |

**8.- El camino crítico entre dos vértices de un grafo ponderado es:**

| | |
|---|---|
| a) | El camino con menor número de aristas o arcos entre dichos vértices |
| b) | El camino de peso máximo entre dichos vértices |
| c) | El camino de peso mínimo entre dichos vértices. |
| d) | El camino con mayor número de aristas o arcos entre dichos vértices |

**9.- Supongamos que en un grafo ponderado tenemos un camino más corto entre los vértices 1 y j. Sea k el vértice inmediatamente anterior al j en ese camino. Entonces:**

| | |
|---|---|
| a) | uj = uk + wkj |
| b) | uk = uj + wjk |
| c) | uj = uk + wjk |
| d) | uk = uj + wkj |

**10.- Las ecuaciones de Bellman se utilizan para:**

| | |
|---|---|
| a) | Calcular los pesos de los caminos más largos de un vértice v1 al resto en un grafo acíclico |
| b) | Calcular los pesos de los caminos más cortos de un vértice v1 al resto en un grafo acíclico |
| c) | Calcular los pesos de los caminos más largos de un vértice v1 al resto en un grafo en el que existe al menos un circuito |
| d) | Calcular el grado de cada vértice en un grafo dirigido |

## Ejercicio-1 (1 pto)

Dado un grafo dirigido G cuya matriz de adyacencia está dada en la siguiente tabla**:**

A =

| Vértices | a | b | c | d | e |
|---|---|---|---|---|---|
| a | **0** | **0** | **1** | **0** | **0** |
| b | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |
| c | **0** | **0** | **0** | **0** | **2** |
| d | **1** | **1** | **0** | **0** | **0** |
| e | **1** | **1** | **0** | **1** | **0** |

**a)** **(0,35 ptos)** Calcula la **matriz de accesibilidad** R = [rij] $(1 \le i,j \le 5)$ utilizando el algoritmo de **Warshall.** El cálculo de la sucesión de matrices que genera el algoritmo lo haces en hoja aparte y la adjuntas. Escribe la matriz R en la siguiente tabla:

R =

| Vértices | a | b | c | d | e |
|---|---|---|---|---|---|
| a | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |
| b | **0** | **1** | **0** | **0** | **0** |
| c | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |
| d | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |
| e | **1** | **1** | **1** | **1** | **1** |

**b)** **(0,25 ptos)** Explica razonadamente qué vértices son **alcanzables** desde el vértice “a” y qué vértices alcanzan a “a”.

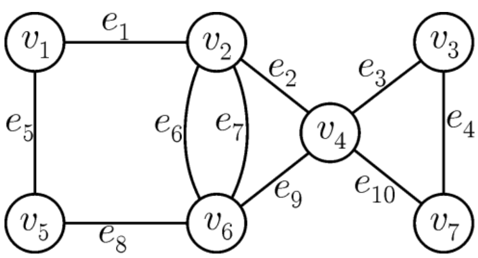
**Solución**

Como en la matriz de accesibilidad R la fila 1 del vértice “a” está compuesta por unos, podemos afirmar que el vértice “a” alcanza a todos los demás vértices. Como la columna 1 tiene un 1 en las filas 1, 3, 4 y 5, se concluye que el vértice “a” es alcanzable desde él mismo y desde los vértices c, d y e.

**c)** **(0,35 ptos)** Calcula las **componentes conexas** de G en hoja adjunta y las escribes aquí:

| | |
|---|---|
| Número de componentes conexas de G = | **2** |
| Escribe los conjuntos de vértices correspondientes a cada componente conexa = | **{a,c,d,e} {y}** |

**Ejercicio-2 (1,5 ptos)** Dado el siguiente grafo no dirigido:




**a) (0,35 ptos)** Escribe una condición necesaria y suficiente para que un grafo no dirigido sea un grafo euleriano.

**Solución**

Un grafo G, no dirigido y conexo, es euleriano si y sólo si, no tiene vértices de grado impar.

**b) (0,75 ptos)** Si el grafo dado cumple las condiciones oportunas que has indicado en a) entonces posee un tour euleriano. Si es así, aplica el algoritmo de Fleury para encontrar dicho tour.

**Solución**

Tour euleriano = e3e4e10e9e7e1e5e8e6e2

**c) (0,40 ptos)** Escribe una condición necesaria y suficiente para que un grafo contenga un camino euleriano. ¿El grafo dado puede tener un camino euleriano?

**Solución**

Un grafo G contiene un camino euleriano si, y sólo si, tiene exactamente dos vértices de grado impar.
El grafo dado no cumple la condición dada para que tenga un camino euleriano.