



دانشگاه تهران
پردیس دانشکده‌های فنی

محاسبات عددی

گزارش پروژه

سید علیرضا جاوید

۸۱۰۱۹۸۳۷۵

استاد

دکتر آریانیان

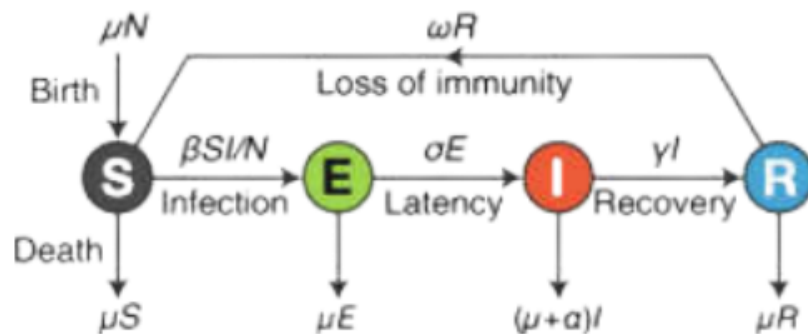
۱۹ تیر ۱۴۰۱

فهرست مطالب

فهرست مطالب	
۱	مقدمه
۲	محاسبه تعداد بیماران در زمان های متفاوت
۳	محاسبه تعداد مجموع بیماران در طی ۵ سال

۱ مقدمه

هدف از این پروژه شبیه سازی انتشار ویروس های واگیر دار از نظر سرعت و الگوی پخش و مرگ و میر ناشی از آن است. برای این منظور جامعه را به دسته های مستعد بیماری، در معرض بیماری، بیماران با عوارض مشهود و بیماران بهبود یافته تقسیم میکنیم. با در نظر گرفتن فاکتور هایی چون نرخ زاد و ولد، احتمال سرایت ویروس، دوران نهفتگی، طول بیماری، مصونیت در برابر بیماری و رفع مصونیت در برابر آن به چهار معادله دیفرانسیل و چهار مجهول می رسم. در تصویر زیر می توانیم این ۴ استیج و به هم تبدیل شدن آنها را مشاهده کنیم.



شکل ۱: گروه های جامعه و تغییرات آن ها

در این مسئله ما در نهایت به دنبال مجموع بیماران در طی ۵ سال هستیم. بیماران با عوارض مشهود با متغیر I مدل شده اند و با بدست آوردن آن در طی بازه خواسته شده و انتگرال گیری از آن تعداد کل بیماران در بازه مشخص شده بدست می آید. به بیانی دیگر با حل ۴ دستگاه معادله دیفرانسیل از روش رانگ- کوتای مرتبه ۴ و طول گام نصف روز و بازه یکساله دسته مجهولات به دست می آیند. سپس با استفاده از آن و رابطه انتگرال گیری سیمپسون مرکب با پهنای یک روز می توانیم تعداد کل بیماران را بدست آوریم.

۲ محاسبه تعداد بیماران در زمان های متفاوت

در ابتدا باید متغیر های مسئله را در طول گذشت زمان ۵ سال بدست آوریم.
برای این کار از روش رانگ- کوتا مرتبه ۴ با طول گام ۱ استفاده می کنیم. معادلات ما در این بخش به شرح زیر است:

$$\frac{dS}{dt} = \underbrace{\mu N}_{\text{تولد}} - \underbrace{\beta IS/N}_{\text{عفونت}} + \underbrace{\omega R}_{\text{رفع مصونیت}} - \underbrace{\mu S}_{\text{فوت}}$$

$$\frac{dE}{dt} = \underbrace{\beta IS/N}_{\text{عفونت}} - \underbrace{\sigma E}_{\text{نهفتگی}} - \underbrace{\mu E}_{\text{فوت}}$$

$$\frac{dI}{dt} = \underbrace{\sigma E}_{\text{نهفتگی}} - \underbrace{\tau I}_{\text{بهبود}} - \underbrace{(\mu + \alpha) I}_{\text{فوت}}$$

$$\frac{dR}{dt} = \underbrace{\tau I}_{\text{بهبود}} - \underbrace{\omega R}_{\text{رفع مصونیت}} - \underbrace{\mu R}_{\text{فوت}}$$

در روش رانگ- کوتا مرتبه ۴ داریم:

$$K_{1i} = F(t, \bar{Y}) \quad , \quad K_{2i} = F(t, \bar{Y} + \frac{1}{2} \times K_{1i} \times h)$$

$$K_{3i} = F(t, \bar{Y} + \frac{1}{2} \times K_{2i} \times h) \quad , \quad K_{4i} = F(t, \bar{Y} + K_{3i} \times h)$$

$$Y_{i_{n+1}} = Y_{ni} + \frac{h}{6} \times (K_{1i} + 2K_{2i} + 2K_{3i} + K_{4i})$$

حالا باید این الگوریتم را در متلب پیاده سازی کنیم:

```

1  for i=1:n
2  SS = S(i);
3  EE = E(i);
4  II = I(i);
5  RR = R(i);
6
7  k11 = mu*N - beta*SS*II/N+omega*RR;
8  k21 = beta*SS*II/N-sigma*EE-mu*EE;
9  k31 = sigma*EE-tau*II-(mu+alpha)*II;
10 k41 = tau*II-omega*RR-mu*RR;
11
12 SS = S(i) + 0.5*k11*h;
13 EE = E(i) + 0.5*k21*h;
14 II = I(i) + 0.5*k31*h;
15 RR = R(i) + 0.5*k41*h;
16
17 k12 = mu*N - beta*SS*II/N+omega*RR;
```

```

18 k22 = beta*SS*II/N-sigma*EE-mu*EE;
19 k32 = sigma*EE-tau*II-(mu+alpha)*II;
20 k42 = tau*II-omega*RR-mu*RR;
21
22 SS = S(i) + 0.5*k12*h;
23 EE = E(i) + 0.5*k22*h;
24 II = I(i) + 0.5*k32*h;
25 RR = R(i) + 0.5*k42*h;
26
27 k13 = mu*N - beta*SS*II/N+omega*RR;
28 k23 = beta*SS*II/N-sigma*EE-mu*EE;
29 k33 = sigma*EE-tau*II-(mu+alpha)*II;
30 k43 = tau*II-omega*RR-mu*RR;
31
32 SS = S(i) + k13*h;
33 EE = E(i) + k23*h;
34 II = I(i) + k33*h;
35 RR = R(i) + k43*h;
36
37 k14 = mu*N - beta*SS*II/N+omega*RR;
38 k24 = beta*SS*II/N-sigma*EE-mu*EE;
39 k34 = sigma*EE-tau*II-(mu+alpha)*II;
40 k44 = tau*II-omega*RR-mu*RR;
41
42 S(i + 1) = S(i) + (1/6)*(k11 + 2*k12 + 2*k13 + k14)*h;
43 E(i + 1) = E(i) + (1/6)*(k21 + 2*k22 + 2*k23 + k24)*h;
44 I(i + 1) = I(i) + (1/6)*(k31 + 2*k32 + 2*k33 + k34)*h;
45 R(i + 1) = R(i) + (1/6)*(k41 + 2*k42 + 2*k43 + k44)*h;
46 end

```

همانطور که مشخص است حلقه شامل ۵ مرحله می باشد:

۱. بدست آوردن K_1 ها.
 ۲. بدست آوردن K_2 ها با توجه به مقادیر بدست آمده در مرحله قبل.
 ۳. بدست آوردن K_3 ها مانند مرحله قبل.
 ۴. بدست آوردن K_4 ها مانند مرحله قبل و توجه به رابطه کمی متفاوت آن.
 ۵. محاسبه مقدار تابع در این مرحله به کمک رابطه نهایی گفته شده.
- همچنین ما برای هر کدام از مجهولات یک متغیر موقت داریم. پس از اتمام این ۵ مرحله ما مقادیر متغیر های S, E, I و R را در گذر زمان داریم و می توانیم انتگرال از آن را آغاز کنیم.

۳ محاسبه تعداد مجموع بیماران در طی ۵ سال

طبق فرض گفته شده متغیر I نشان دهنده میزان بیماران در زمان و روز مشخص است. با انتگرال گیری و محاسبه مساحت زیر این نمودار تعداد کل بیماران در طی این ۵ سال بدست می آید.

روش سیمپسون مرکب برای انتگرال گیری داریم:

$$\int_b^a f(x)dx = \frac{h}{3} \times (f_0 + 4f_1 + 2f_2 + \dots + f_n)$$

الگوریتم بالا به طور کلی ساده است و برای پیاده سازی آن در متلب داریم:

```
1 INT = h/3*(I(1)+4*sum(I(2:2:n))+2*sum(I(3:2:n))+I(n+1));
```

در کد بالا به این موضوع که به ازای i ابتدا و انتها ضریب ۱، به ازای i های فرد و به ازای i های زوج ضریب ۲ را داریم، توجه شده است.

نهایتاً با اجرای کد و بدست آوردن مقدار نهایی خواهیم داشت:

Total Infected after 5-years = 5.821217e+03 %

شکل ۲: مقدار نهایی بیماران به درصد در طول ۵ سال

می توان از مقدار نهایی فهمید که هر فرد به صورت متوسط ۶۰ بار در این ۵ سال به این بیماری دچار می شود که نشان دهنده شدت ابتلا و مسری بودن آن است.