

Napomena:

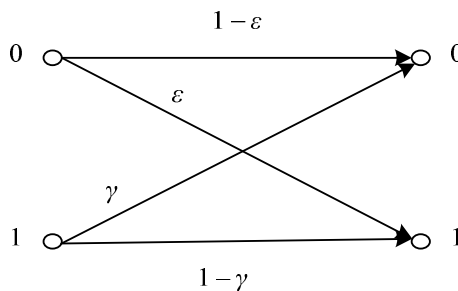
Svaki točno riješen zadatak boduje se s najviše 10 bodova. Svaki zadatak potrebno je rješavati na zasebnoj listi papira. U svakom potpitanju jasno istaknite konačni odgovor. Svaka izračunata veličina mora imati točnu brojčanu vrijednost i po potrebi mjernu jedinicu.

U zadacima koji su razdvojeni na više dijelova (tzv. I. dio, II. dio,...) ne postoji nikakva povezanost između navedenih dijelova.

Trajanje ispita: 150 minuta.

ZADACI

1. Zadatak: {10 bodova} Zadan je diskretni bezmemorijski komunikacijski kanal:



Također, vrijedi $\varepsilon, \gamma \neq \{0, 1\}$.

Linearni binarni blok kôd s generirajućom matricom $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ se koristi za zaštitu informacijskih bitova iz kôdera informacije koji se prenose zadanim komunikacijskim kanalom. Također, svi bitovi na izlazu kôdera informacije su međusobno neovisni. Dekoder kanala koristi sva svojstva kôda u cilju detektiranja pogrešaka. Odredite prosječnu vjerojatnost nedetektiranih pogrešaka.

2. Zadatak: Zadan je slučajni signal $X(t) = A + B \cdot t$ gdje su A i B neovisne slučajne varijable s jednolikom razdiobom na intervalu $[-1, +1]$.

- {3 boda}** Odredite očekivanje od $X(t)$, tj. $\mu_X(t)$.
- {5 bodova}** Odredite autokorelacijsku funkciju $R_X(t_1, t_2)$ slučajnog signala $X(t)$.
- {2 boda}** Je li $X(t)$ stacionaran u širem smislu? Obrazložite odgovor!

3. Zadatak: (I. dio) {6 bodova} Koji od niže navedenih kodova su ciklični? Obrazložite odgovor.

- i) $K_1 = \{000, 100, 010\}$
- ii) $K_2 = \{000, 100, 010, 001\}$
- iii) $K_3 = \{000, 111\}$
- iv) $K_4 = \{0000, 1010, 0101, 1111\}$

(II. dio) {4 boda} Zadana je matrica provjere pariteta \mathbf{H} linearnog binarnog blok koda [7, 3].

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dekoder danog kod koristi sindromsko dekodiranje koje mu osigurava ispravljanje svih jednostrukih kao i svih susjednih dvostrukih pogrešaka. Neka je primljena kodna riječ $\mathbf{c}' = [0000011]$. Odredite najvjerojatniju poslanu kodnu riječ \mathbf{c} .

4. Zadatak: {10 bodova} Signal $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}}u(t)$ [V] dovodi se na ulaz idealnog niskopropusnog filtra (NPF). Odredite graničnu frekvenciju NPF-a, f_g , tako da je energija signala na njegovom izlazu jednaka polovici energije signala na njegovom ulazu.

Napomena: $\int \frac{1}{a^2 + b^2 x^2} dx = \frac{1}{ab} \arctan\left(\frac{b}{a}x\right) + \text{konst.}$

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

5. Zadatak: (I. dio) {4 boda} Zadana je funkcija gustoće vjerojatnosti razina signala $x(t)$ kao

$$f_X(x) = \begin{cases} 0,5 - 0,25 \cdot |x| & \text{za } -2 \text{ V} \leq x \leq 2 \text{ V} \\ 0 & \text{inače} \end{cases}.$$

Uzorci signala se dovode na ulaz kvantizatora koji koristi četiri kvantizacijske razine ($L=4$). Kvantizirani uzorci signala kodiraju se Huffmanovim kodom. **Napomena:** kvantizator provodi jednoliko kvantiziranje i amplitude uzoraka nalaze se u intervalu $[-2 \text{ V}, +2 \text{ V}]$. Odredite srednju duljinu kodne riječi Huffmanovog kodiranja.

(II. dio) {3 boda} Potrebno je binarnim jednoznačno dekodabilnim kodom kodirati $n + 3$ izvorišna simbola, $n \in \mathbb{N}$, ali tako da prva tri simbola imaju duljinu kodne riječi 3 bita, dok ostali simboli trebaju imati duljinu kodne riječi 8 bita. Odredite najveći n za koji je navedeni uvjet kodiranja zadovoljen.

(III. dio) {3 boda} Neka su X i Y diskretne slučajne varijable koje poprimaju vrijednosti iz diskretnih skupova \mathcal{X} i \mathcal{Y} , slijedno gledano. Neka je $H(X) = 11$ bit/simbol i neka je $H(Y|X) = H(X|Y)$. Odredite najmanji mogući broj elemenata skupa \mathcal{Y} .