Sveučilište u Zagrebu

**Fakultet elektrotehnike i računarstva**

Ispitni rok iz predmeta **TEORIJA INFORMACIJE**,26. lipnja 2012.

**Napomena:**

Svaki točno riješen zadatak boduje se s najviše 10 bodova. Svaki zadatak potrebno je rješavati na zasebnom listu papira. U svakom potpitanju jasno istaknite konačni odgovor. Svaka izračunata veličina mora imati točnu brojčanu vrijednost i po potrebi mjernu jedinicu.

Trajanje ispita: 120 minuta.

**ZADACI**

**1. zadatak**: Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola *X* = {0, 1, 2} s vjerojatnostima pojavljivanja *p*(0) = 0,25, *p*(1) = 0,25 i *p*(2) = 0,5. Svaki od izvorišnih simbola se istodobno šalje preko dva diskretna komunikacijska kanala (slika!) čiji su izlazi *yj*, *j*=1, 2, odnosno *zk*, *k*=1, 2.



Odredite:

1. *H*(*X*), *H*(*Y*);
2. *H*(*Z*);
3. *H*(*Y, Z*);
4. *I*(*X*; *Y*);
5. *I*(*X*; *Z*).

**2. zadatak**: Razmatrajte uređaj za digitalizaciju signala. Taj se uređaj sastoji od serijskog spoja sklopa za uzimanje uzoraka, kvantizatora i sklopa za kodiranje kvantiziranih uzoraka. Na ulaz sklopa za uzimanje uzoraka dolazi analogni signal *x*(*t*) za čiji spektar *X*(*f*) vrijedi: *X*(*f*) ≠ 0 za 0 ≤ |*f*| ≤ 4 kHz, *X*(*f*) = 0 za |*f*| > 4 kHz. U sklopu za uzimanje uzoraka signal *x*(*t*) uzorkujemo frekvencijom koja je 1,25 puta veća od Nyquistove frekvencije uzorkovanja za promatrani signal *x*(*t*). U kvantizatoru svaki uzorak kvantiziramo koristeći jednoliku kvantizaciju s 256 kvantizacijskih razina. Konačno, sklop za kodiranje kvantiziranih uzoraka generira na svom izlazu binarne simbole. Pretpostavimo da su svi uzorci međusobno neovisni.

a) Odredite maksimum srednjeg sadržaja informacije na izlazu kvantizatora.

b) Pod pretpostavkom da su sve moguće kvantizirane vrijednosti uzoraka signala *x*(*t*) međusobno jednako vjerojatne, tj. da su u kvantiziranom signalu sve kvantizacijske razine zastupljene s jednakom vjerojatnošću, odredite vlastiti sadržaj informacije svakog kvantiziranog uzorka.

c) Odredite maksimalnu prijenosnu brzinu na izlazu uređaja za digitalizaciju signala.

d) Pretpostavite da se izlaz iz uređaja za digitalizaciju signala maksimalnom prijenosnom brzinom dovodi na ulaz AWGN kanala širine prijenosnog pojasa 10 kHz (prijenosna funkcija kanala *H*(*f*) različita je od nule u pojasu od -10 kHz do 10 kHz). Odredite minimalni potreban omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu (u decibelima!) pa da kroz ovakav kanal bude moguć prijenos informacije bez gubitaka.

e) Odredite učinkovitost prijenosnog pojasa AWGN kanala definiranog u potpitanju d). Napomena: omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu ima minimalni iznos pri kojem je kroz ovakav kanal moguć prijenos informacije bez gubitaka.

**3. zadatak:** Diskretno bezmemorijsko izvorište generira simbole iz skupa simbola *X* = {*a*, *b*, *c*}. Vjerojatnosti pojavljivanja simbola su sljedeće: **p** = [0,4999999 0,4999999 0,0000002], slijedno gledano. Optimalnim binarnim Huffmanovim kodom kodiraju se sve moguće *N*-torke danih simbola (Na primjer, za *N*=2 kodiraju se svi parovi danih simbola, za *N*=3 sve trojke,...).

1. Odredite entropiju danog skupa simbola.
2. Odredite minimalnu duljinu bloka simbola, *N*, koju je potrebno kodirati tako da srednja duljina kodne riječi (bit/simbol) bude unutar granica (*H*(*X*), 1.01ˑ*H*(*X*)]. **Napomena:** Kod proračuna srednje duljine kodne riječi zanemariti utjecaj svih *N*-torki u kojima se pojavljuje simbol *c*, dok se kod kodiranja zanemarenje ne može uzimati.

**4. zadatak:** Dan je binarni ciklični blok kôd *K* [15, 7] s generirajućim polinomom *g*(*x*)=*x*8+*x*7+ *x*6+ *x*4+1.

1. Odredite kodnu brzinu danog koda.
2. Dokažite da *g*(*x*) može biti generirajući polinom koda *K*.
3. Na ulazu kodera danog koda pojavljuje se poruka čiji je polinomski zapis *d*(*x*)=*x*4+ *x*+1. Odredite polinomski i binarni zapis kodne riječi u sistematičnom obliku.
4. Je li *c*(*x*)= *x*14+*x*5+*x*+1 kodna riječ koda *K*?
5. Skicirajte koder danog cikličnog koda.

**5. zadatak**: Na ulaz linearnog i vremenski nepromjenjivog prijenosnog sustava dolazi signal *x*(*t*) = −1 + 2⋅cos2(5⋅103∙*t*) [V]. Prijenosni sustav definiran je prijenosnom funkcijom *H*(*f*) na sljedeći način:

a) Odredite izraz za spektar signala *x*(*t*).

b) Odredite izraz za signal *y*(*t*) na izlazu sustava.

c) Odredite izraz za točke *tk* na vremenskoj osi u kojima impulsni odziv sustava prolazi kroz nulu, tj. *h*(*tk*) = 0.

d) Na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovodimo signal koji ima obilježje Gaussovog bijelog šuma (stacionarni slučajni proces u širem smislu). Taj je slučajni proces familija Gaussovih slučajnih varijabli od kojih svaka ima identičnu razdiobu određenu funkcijom gustoće vjerojatnosti:



Odredite srednju vrijednost signala na izlazu prijenosnog sustava.

e) Ako na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovedemo slučajni signal opisan u potpitanju d), odredite izraz za spektralnu gustoću snage signala na izlazu prijenosnog sustava.