Sveučilište u Zagrebu

**Fakultet elektrotehnike i računarstva**

Ispitni rok iz predmeta **TEORIJA INFORMACIJE**,7. veljače 2012.

**Napomena:**

Svaki točno riješen zadatak boduje se s najviše 10 bodova. Svako točno riješeno potpitanje boduje se s najviše 2 boda. Svaki zadatak potrebno je rješavati na zasebnom listu papira. U svakom potpitanju jasno istaknite konačni odgovor. Svaka izračunata veličina mora imati točnu brojčanu vrijednost i po potrebi mjernu jedinicu.

Trajanje ispita: 120 minuta.

**ZADACI**

**1. zadatak**: Razmatrajte diskretni informacijski kanal s međusobno neovisnim ulazima i izlazima, prikazan na slici.



Vjerojatnosti pojave simbola na ulazu kanala zadane su kao *p*(*xi*), *i* = 1, .. , *m*. Vjerojatnosti pojave simbola na izlazu kanala zadane su kao *p*(*yj*), *j* = 1, .. , *n*. Nadalje, vrijedi:



Nadalje, svaki ulazni simbol *xi*, *i* = 1, .. , *m*, preslikava se u bilo koji od izlaznih simbola *yj*, *j* = 1, .. , *n*, s jednakom vjerojatnošću: *p*(*yj*|*xi*) = 1/*n*, ∀ *i*, *j*. Kanal je dodatno definiran matricom združenih vjerojatnosti [*P*(*X*,*Y*)] koja ima *n* identičnih stupaca:



U potpitanjima a), b), c) i d) odredite tražene veličine kao funkcije isključivo varijabli *n* i *pi*:

a) Izraz za *H*(*X*).

b) Izraz za *H*(*Y*).

c) Izraz za *H*(*X*|*Y*)

d) Izraz za i *H*(*Y*|*X*).

e) Odredite kapacitet zadanog kanala.

**2. zadatak**: Razmatrajte uređaj za digitalizaciju signala. Taj se uređaj sastoji od serijskog spoja sklopa za uzimanje uzoraka, kvantizatora i sklopa za kodiranje kvantiziranih uzoraka. Na ulaz sklopa za uzimanje uzoraka dolazi analogni signal *x*(*t*) za čiji spektar *X*(*f*) vrijedi: *X*(*f*) ≠ 0 za 0 ≤ |*f*| ≤ 4 kHz, *X*(*f*) = 0 za |*f*| > 4 kHz. U sklopu za uzimanje uzoraka signal *x*(*t*) uzorkujemo frekvencijom koja je 1,25 puta veća od Nyquistove frekvencije uzorkovanja za promatrani signal *x*(*t*). U kvantizatoru svaki uzorak kvantiziramo koristeći jednoliku kvantizaciju s 256 kvantizacijskih razina. Konačno, sklop za kodiranje kvantiziranih uzoraka generira na svom izlazu binarne simbole. Pretpostavimo da su svi uzorci međusobno neovisni.

a) Odredite maksimum srednjeg sadržaja informacije na izlazu kvantizatora.

b) Pod pretpostavkom da su sve moguće kvantizirane vrijednosti uzoraka signala *x*(*t*) međusobno jednako vjerojatne, tj. da su u kvantiziranom signalu sve kvantizacijske razine zastupljene s jednakom vjerojatnošću, odredite vlastiti sadržaj informacije svakog kvantiziranog uzorka.

c) Odredite maksimalnu prijenosnu brzinu na izlazu uređaja za digitalizaciju signala.

d) Pretpostavite da se izlaz iz uređaja za digitalizaciju signala maksimalnom prijenosnom brzinom dovodi na ulaz AWGN kanala širine prijenosnog pojasa 10 kHz (prijenosna funkcija kanala *H*(*f*) različita je od nule u pojasu od -10 kHz do 10 kHz). Odredite minimalni potreban omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu (u decibelima!) pa da kroz ovakav kanal bude moguć prijenos informacije bez gubitaka.

e) Odredite učinkovitost prijenosnog pojasa AWGN kanala definiranog u potpitanju d). Napomena: omjer srednje snage signala prema srednjoj snazi šuma u kanalu ima minimalni iznos pri kojem je kroz ovakav kanal moguć prijenos informacije bez gubitaka.

**3. zadatak:** Informacijski izvor generiradugačak slijed binarnih simbola. Svi su simboli međusobno neovisni. Broj simbola nula u slijedu je dva puta veći od broja simbola jedan. **Napomena**: prilikom proračuna svih veličina koristite barem četiri decimalna mjesta.

a) Odredite entropiju zadanog skupa simbola.

b) Odredite binarni Huffmanov kôd koji osigurava da srednja duljina kodne riječi nije veća od 0,94 bit/simbol, te potom ispišite dobivene kodne riječi i njihove duljine. **Napomena:** Potrebno je pronaći onaj binarni Huffmanov kôd čija je srednja duljina kodne riječi najbliža traženoj i istodobno manja od nje.

c) Koliko iznosi srednja duljina kodne riječi (bit/simbol) dobivena nakon kodiranja provedenog u potpitanju b)?

d) Odredite efikasnost danog koda.

e) Rješenje potpitanja b) daje nam skup od *n* kodnih riječi s duljinama *li*, *i* = 1, ..., *n*. Dokažite da općenito za bilo koji skup od *n* kodnih riječi s duljinama *li*, *i* = 1, ..., *n*, proračunatim pod b) postoji prefiksni kôd.

**4. zadatak:** Dan je linearni binarni ciklični kôd *K*, [*n*, *k*] = [?, 11]. Poznato je da kodne riječi [001111111111000] i [111111111111111] pripadaju danom kodu.

a) Odredite kodnu brzinu danog koda.

b) Odredite generirajući polinom, *g*(*x*), koda *K*.

c) Skicirajte koder kanala danog cikličnog koda.

d) Na ulazu kodera kanala koda *K* pojavljuje se poruka [00000000111]. Odredite cikličnu provjeru zalihosti za danu poruku u polinomskom i binarnom zapisu.

e) Odredite cikličnu provjeru zalihosti za prvu kodnu riječ koja se pojavljuje na izlazu kodera kanala dualnog koda *K*┴, ako se na njegovom ulazu pojavljuje slijed bitova 00010001000...

**5. zadatak**: Na ulaz linearnog i vremenski nepromjenjivog prijenosnog sustava dolazi signal *x*(*t*) = −1 + 2⋅cos2(5⋅103∙*t*) [V]. Prijenosni sustav definiran je prijenosnom funkcijom *H*(*f*) na sljedeći način:

a) Odredite izraz za spektar signala *x*(*t*).

b) Odredite izraz za signal *y*(*t*) na izlazu sustava.

c) Odredite izraz za točke *tk* na vremenskoj osi u kojima impulsni odziv sustava prolazi kroz nulu, tj. *h*(*tk*) = 0.

d) Na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovodimo signal koji ima obilježje Gaussovog bijelog šuma (stacionarni slučajni proces u širem smislu). Taj je slučajni proces familija Gaussovih slučajnih varijabli od kojih svaka ima identičnu razdiobu određenu funkcijom gustoće vjerojatnosti:



Odredite srednju vrijednost signala na izlazu prijenosnog sustava.

e) Ako na ulaz zadanog prijenosnog sustava dovedemo slučajni signal opisan u potpitanju d), odredite izraz za spektralnu gustoću snage signala na izlazu prijenosnog sustava.