



Dekompozycja szeregu czasowego

Natalia Nehrebecka

2

Plan zajęć

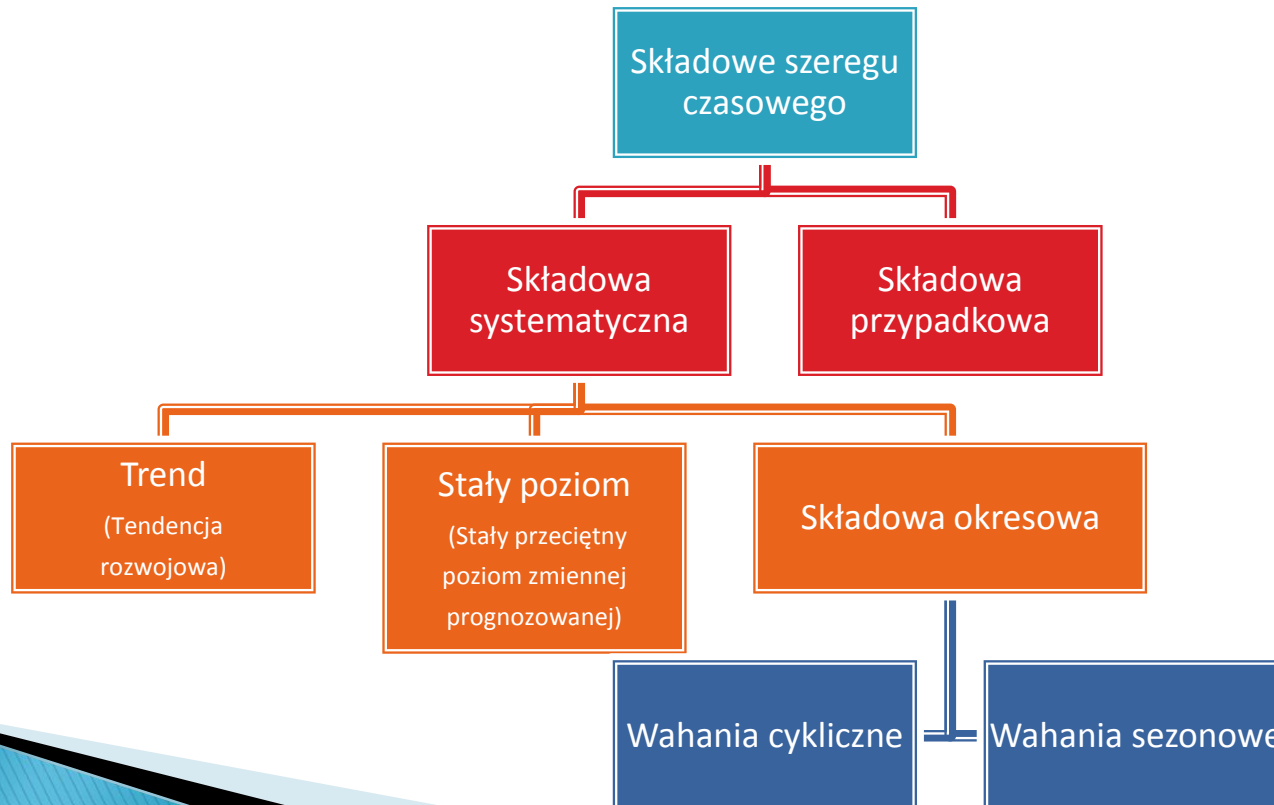
- ▶ Dekompozycja szeregu czasowego
 - Metody wyrównania sezonowego
 - X-12-ARIMA
 - TRAMO/SEATS

Czemu służy dekompozycja szeregu?

- ▶ Analiza szeregów nieskorygowanych sezonowo mogłaby pokazać nieistniejące w rzeczywistości zależności wynikające jedynie z sezonowości, np.:
 - wielkość zużycia energii elektrycznej
 - wartość sprzedaży detalicznej
- ▶ Interesująca jest analiza samych wahań sezonowych w danych i ich relacji na obserwowane zjawiska.

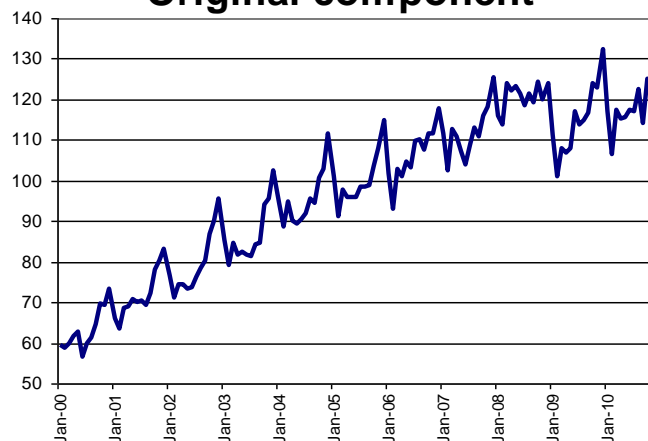
Składowe szeregów czasowych

- ▶ Składowa systematyczna:
 - efekt oddziaływań stałego zestawu czynników na zmienną prognozowaną
- ▶ Składowa przypadkowa (*składnik losowy, wahania przypadkowe*)

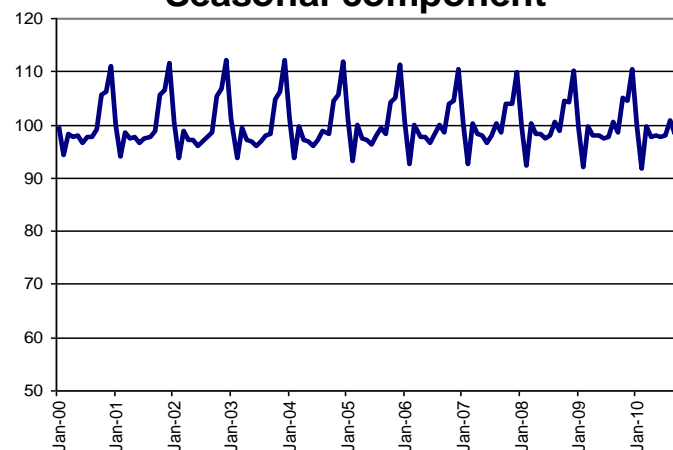


Składowe szeregów czasowych

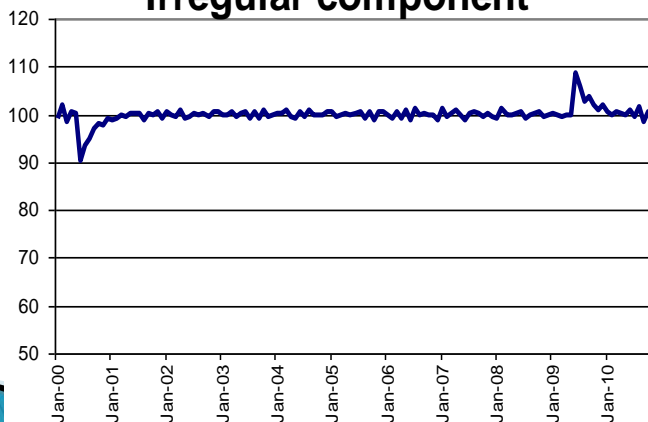
Original component



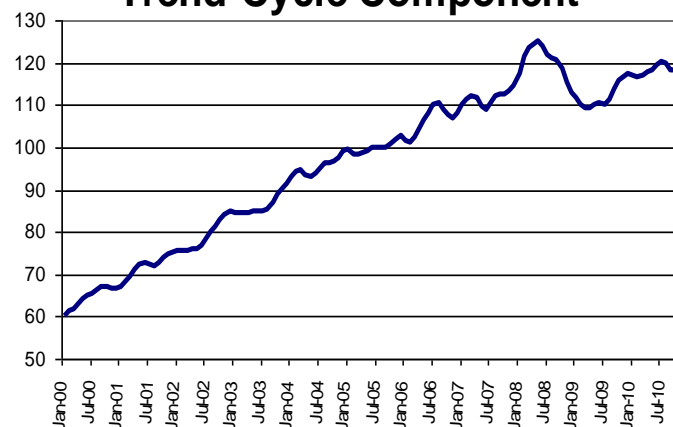
Seasonal component



Irregular component

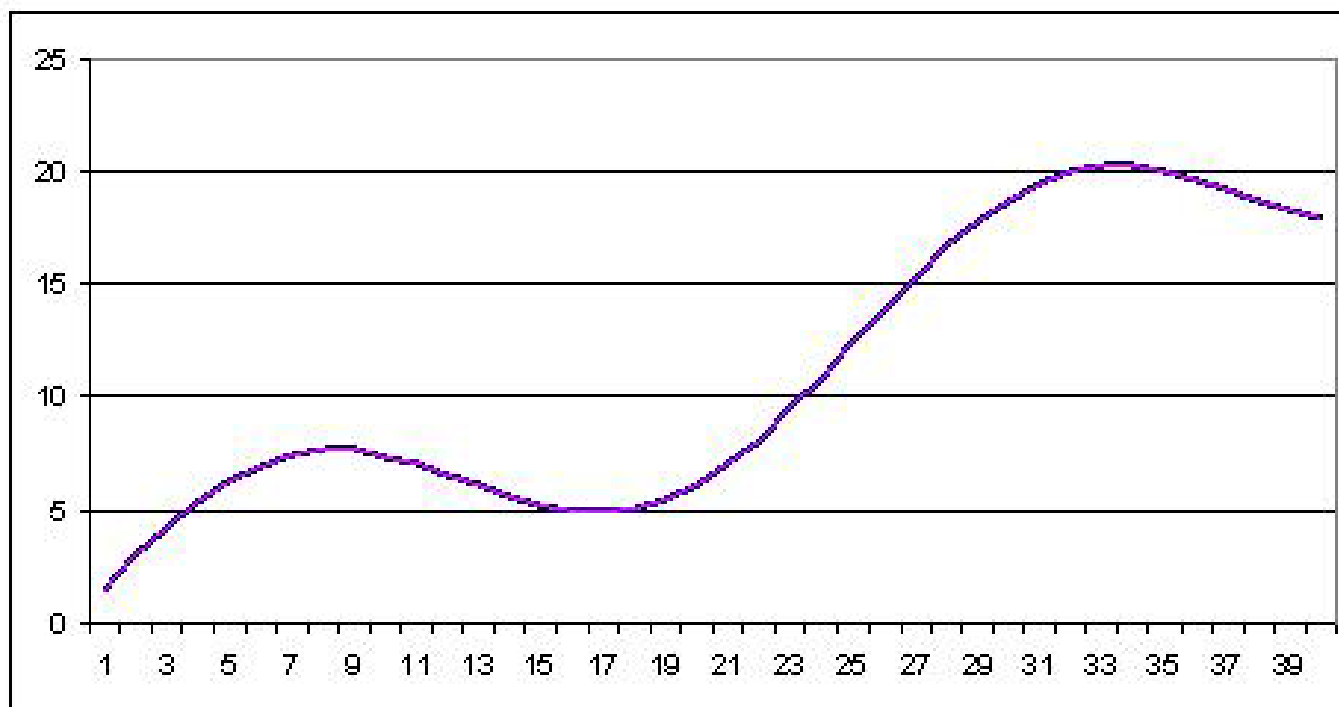


Trend-Cycle Component

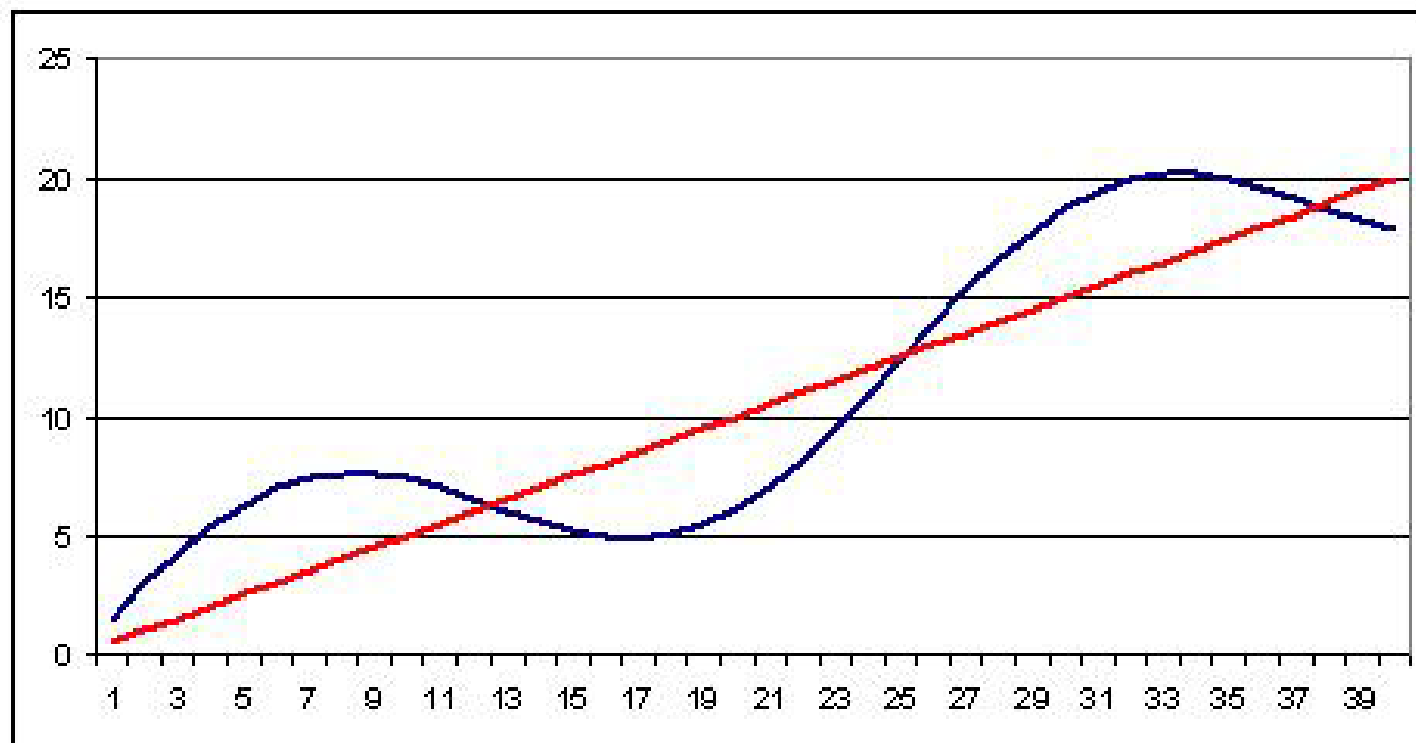


Trend

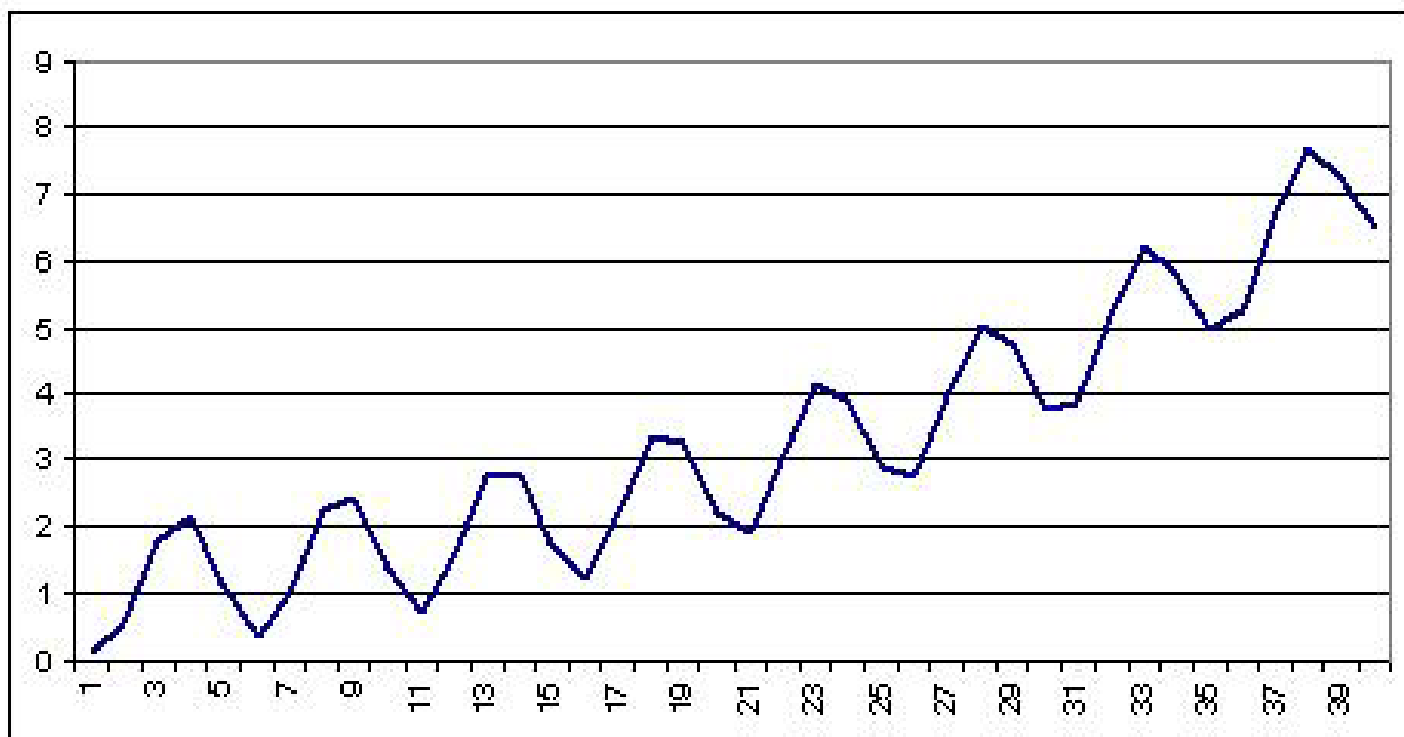
Szereg czasowy



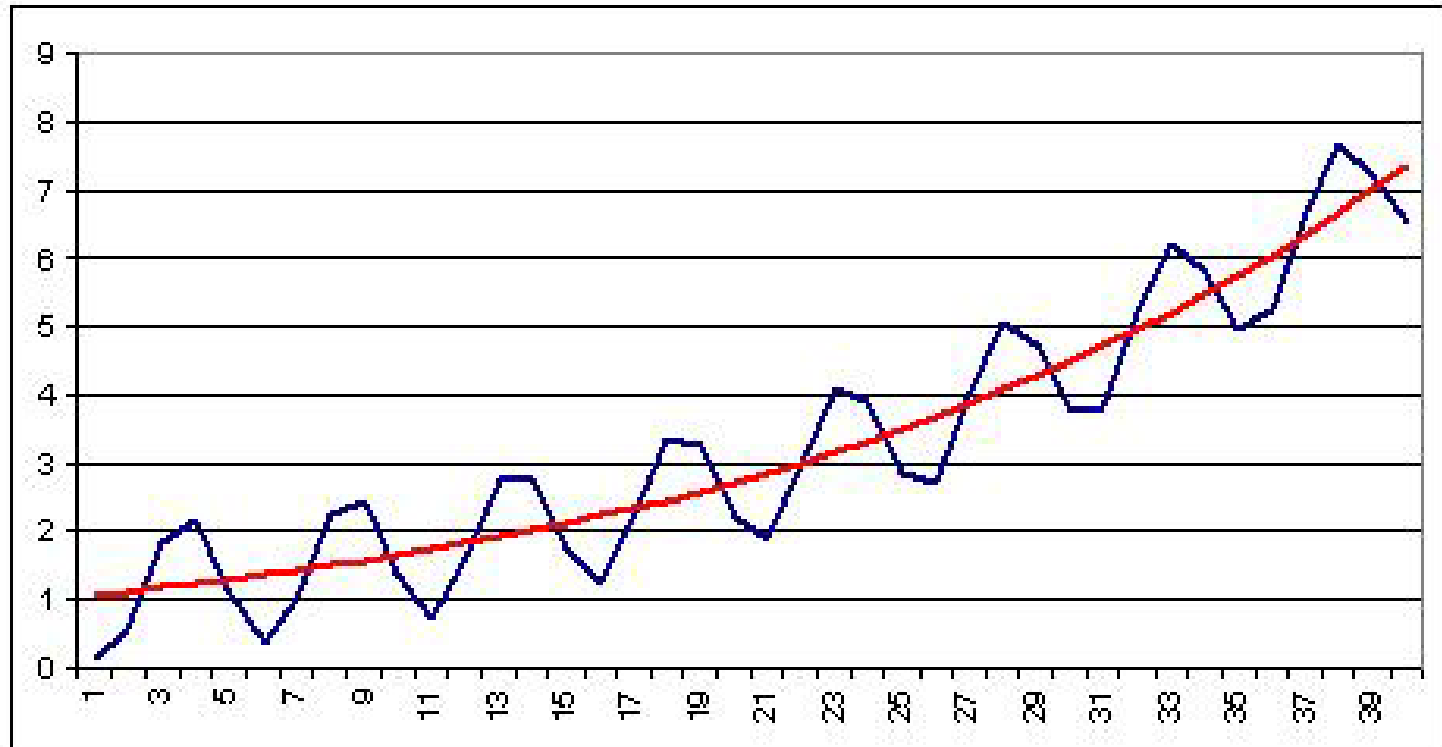
Szereg czasowy i jego trend



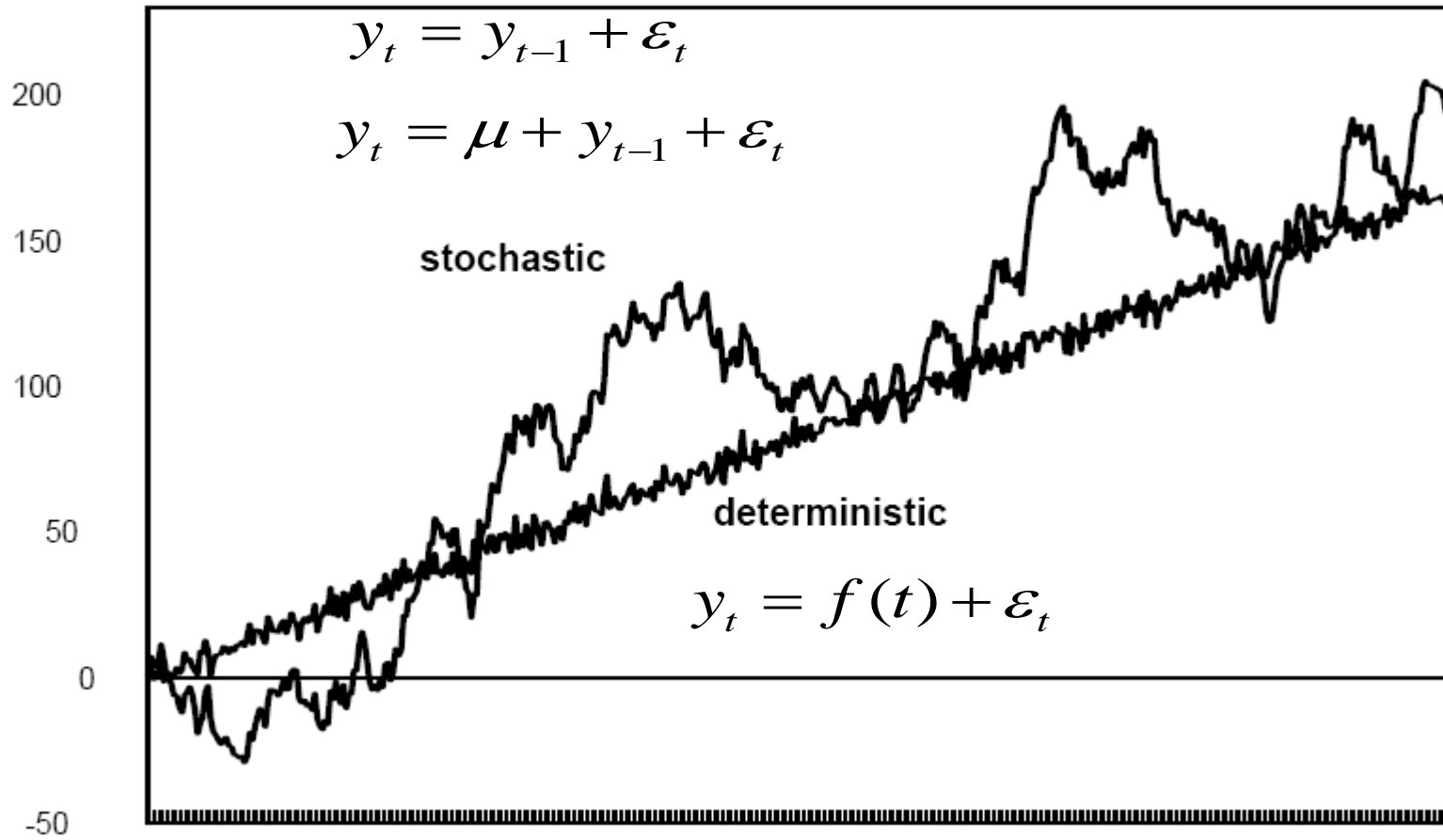
Szereg czasowy



Szereg czasowy i jego trend



Trend

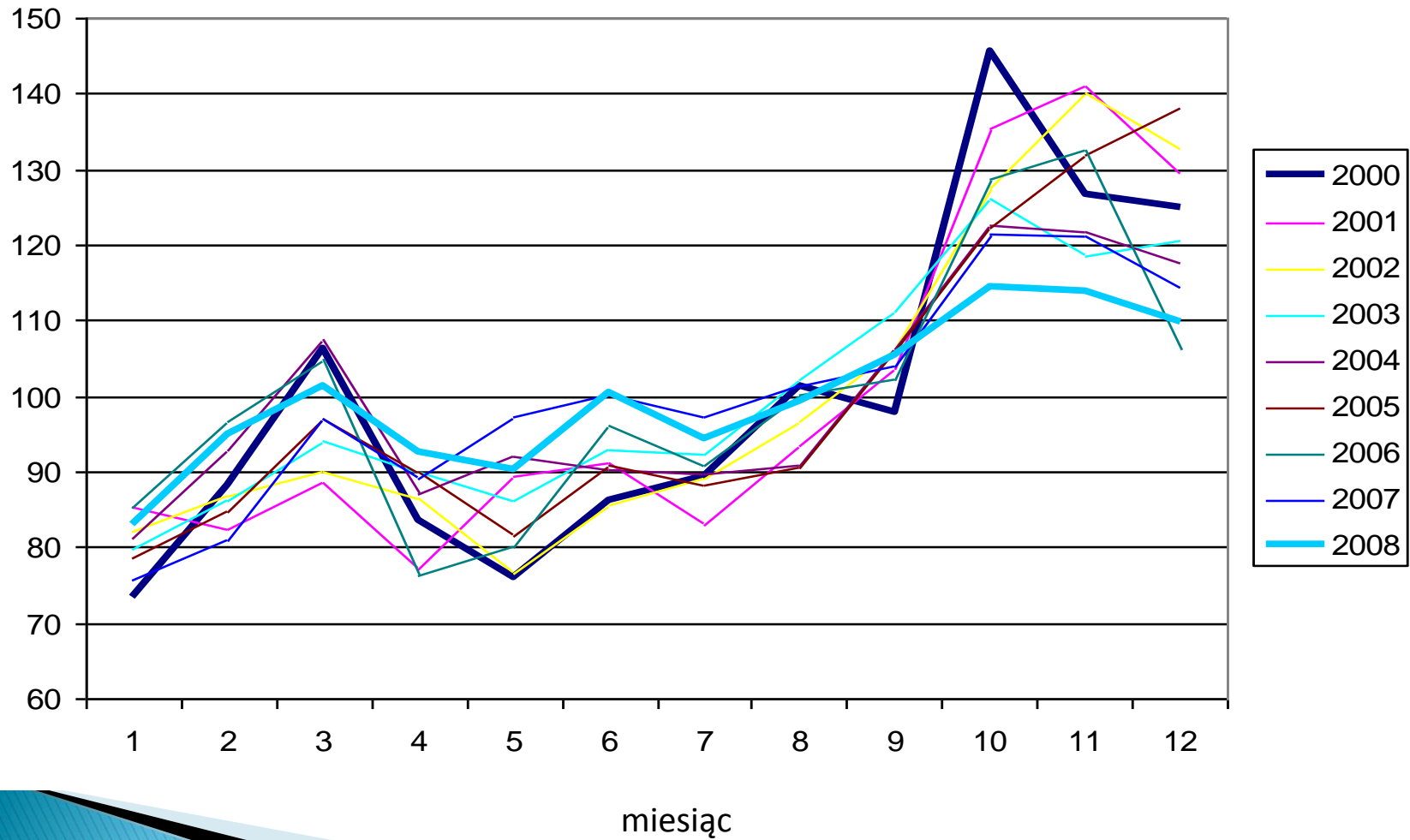


Sezonowość

Wahania sezonowe

- ▶ O sezonowości mówimy, gdy zmienna zmienia się w pewnym cyklu, zwykle związanym z cyklem kalendarzowym.
 - Np.: zmienne kwartalne zwykle mają sezonowość kwartalną, natomiast miesięczne - miesięczną.
- ▶ Często spowodowana jest **czynnikami klimatycznymi** (rolnictwo, budownictwo)
 - Rolnictwo w Polsce
 - Rolnictwo w Egipcie
- ▶ lub **kulturowymi** (sprzedaż detaliczna - Boże Narodzenie),
- ▶ lub **prawno-księgowymi** - dochody ludności i trzynastki.
- ▶ Dlaczego trzeba uważać na sezonowość?

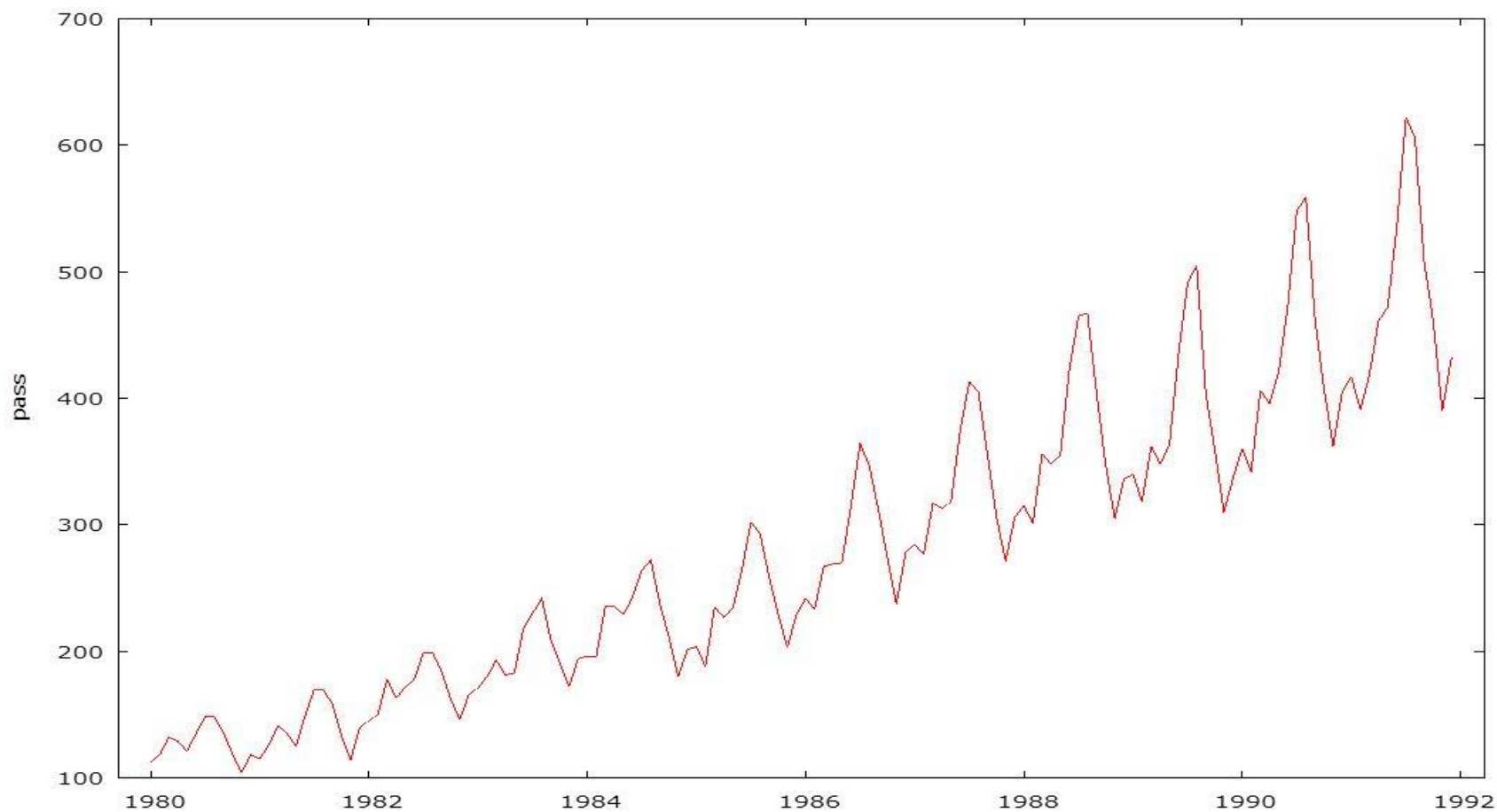
Wahania sezonowe



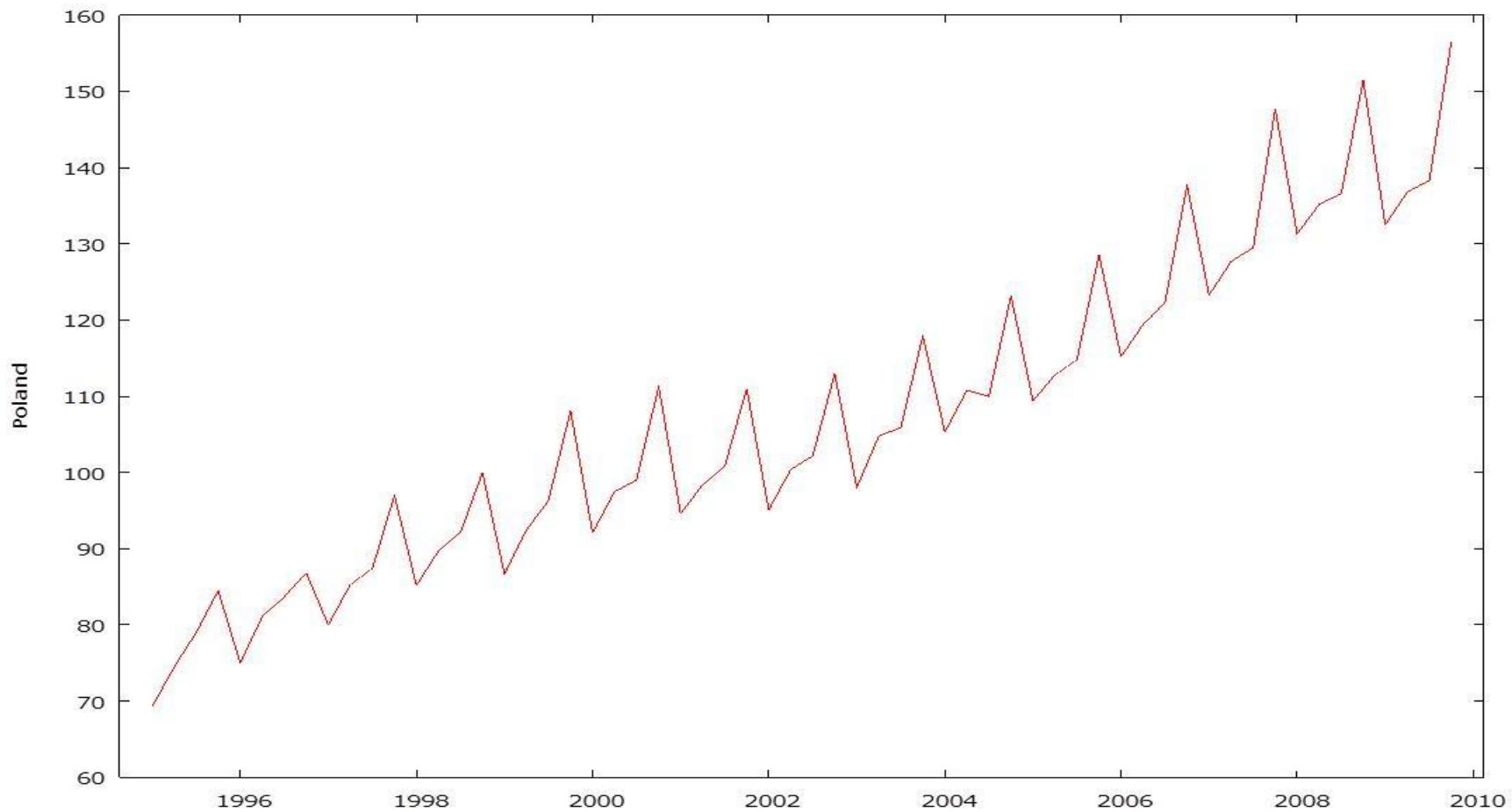
Wahania sezonowe

- ▶ sezonowość multiplikatywna:
 - wahania sezonowe silniejsze przy wzroście poziomu szeregu
- ▶ sezonowość addytywna:
 - amplituda niezależna od poziomu szeregu

Wahania sezonowe



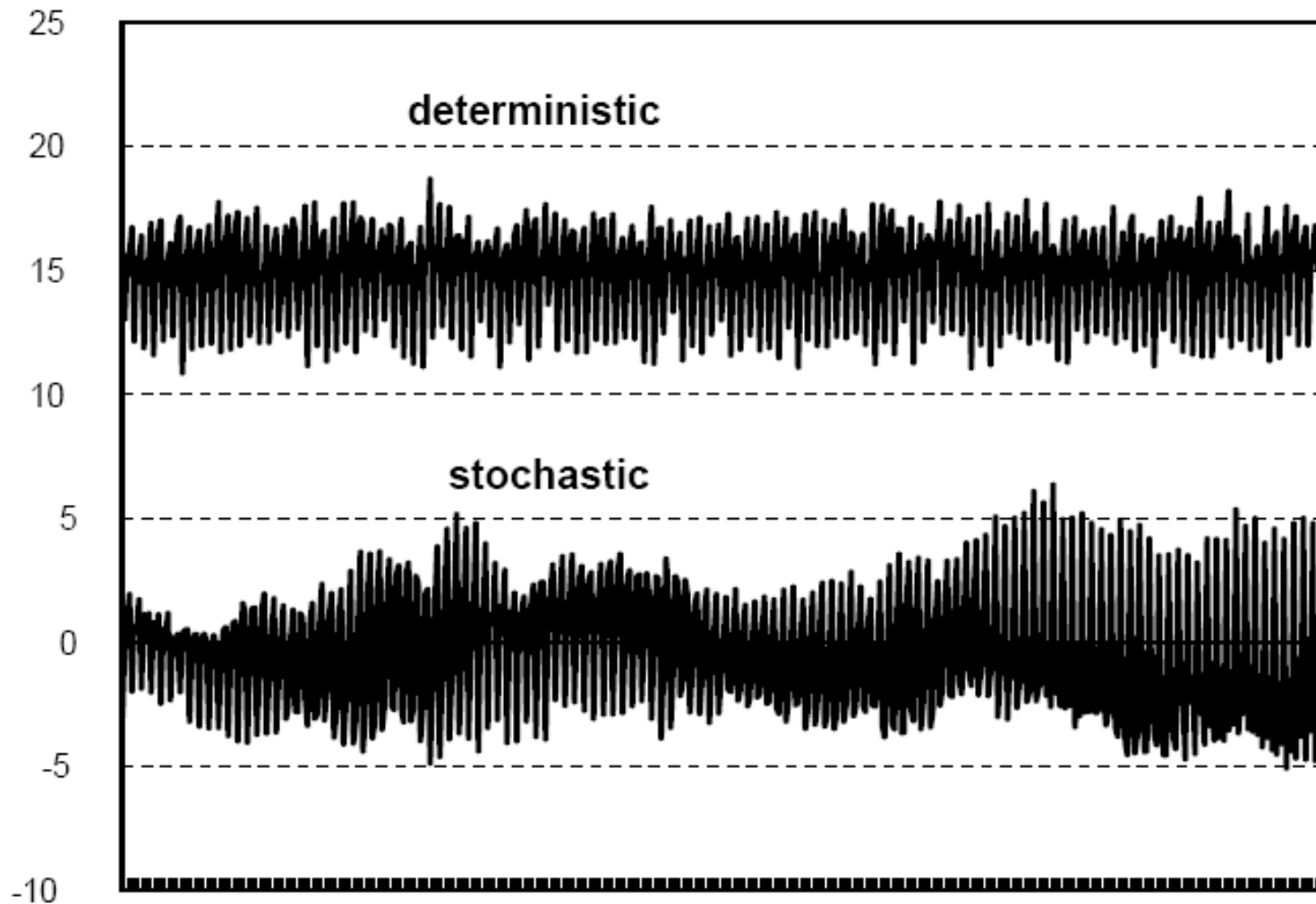
Wahania sezonowe



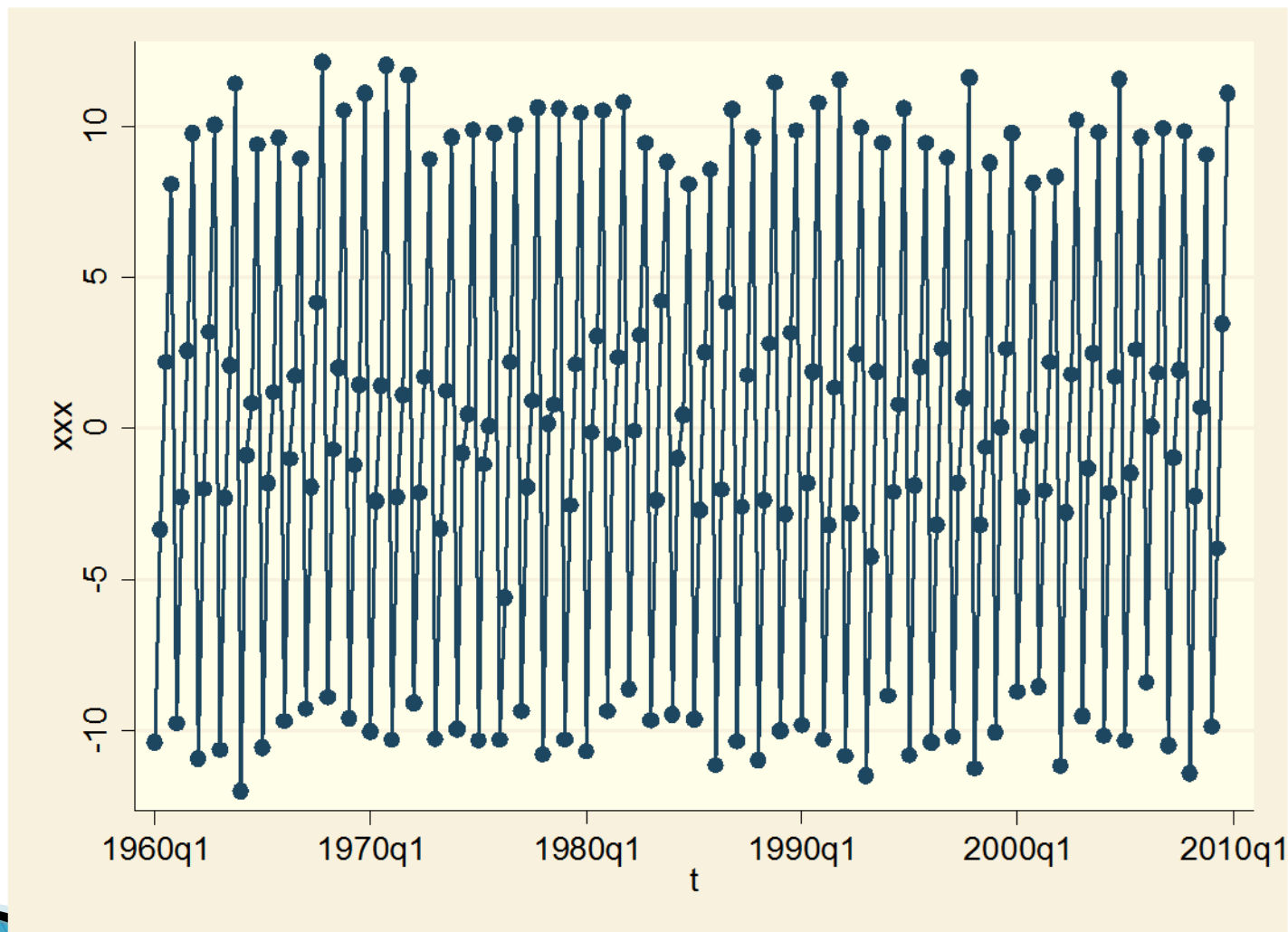
Wahania sezonowe

- ▶ Rozróżnia się dwa rodzaje sezonowości:
- ▶ **Deterministyczną**
 - Wartości obserwacji szeregu cechującego się sezonowością deterministyczną wahają się z amplitudą względnie stałą.
 - Proces, którego bezwarunkowa średnia zależy od podokresu roku (np. miesiąca, kwartału)
 - Ten rodzaj sezonowości jest modelowany za pomocą zmiennych zerojedynkowych, których liczba jest równa liczbie okresów w roku.
- ▶ **Stochastyczną**
 - Sezonowość stochastyczna charakteryzuje się zmiennym w czasie wzorcem sezonowości.

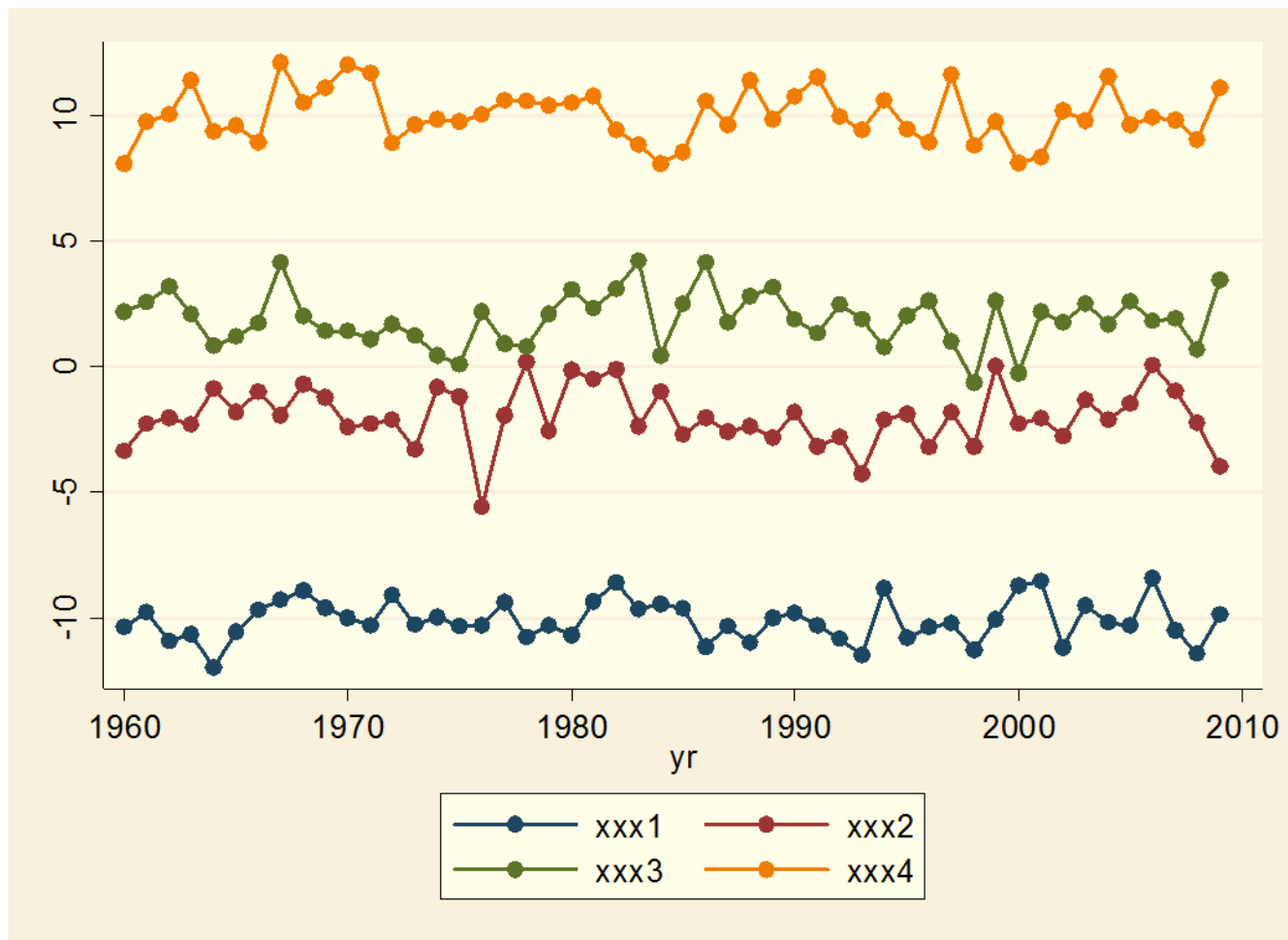
Wahania sezonowe



Sezonowość deterministyczna



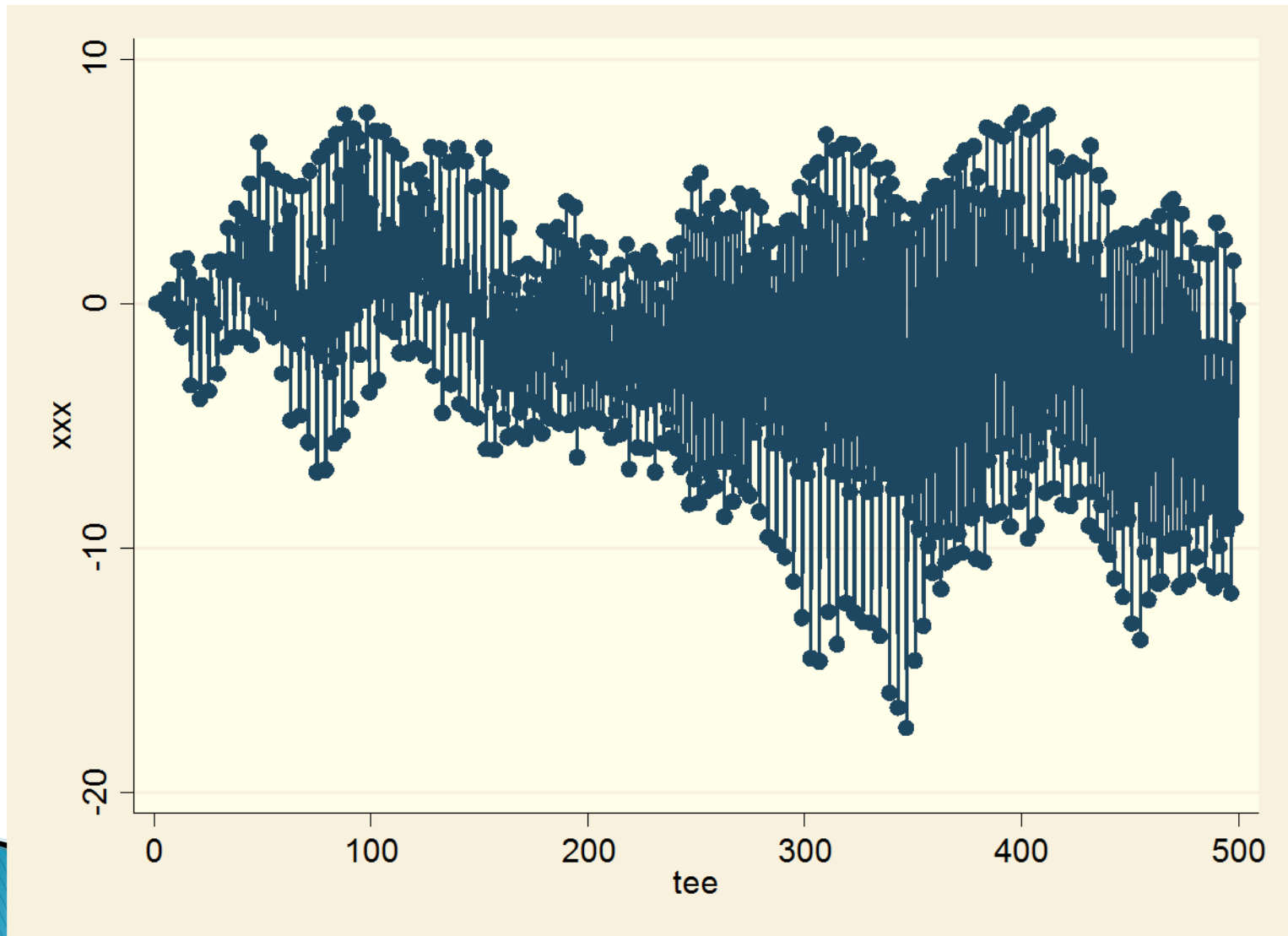
Sezonowość deterministyczna



Uwaga!

- ▶ W praktyce czynniki sezonowe nie są stałe w czasie, z uwagi na występowanie:
 - czynników losowych
 - efektów kalendarzowych (ruchome weekendy, święta)
 - decyzji ekonomicznych

Sezonowość stochastyczna

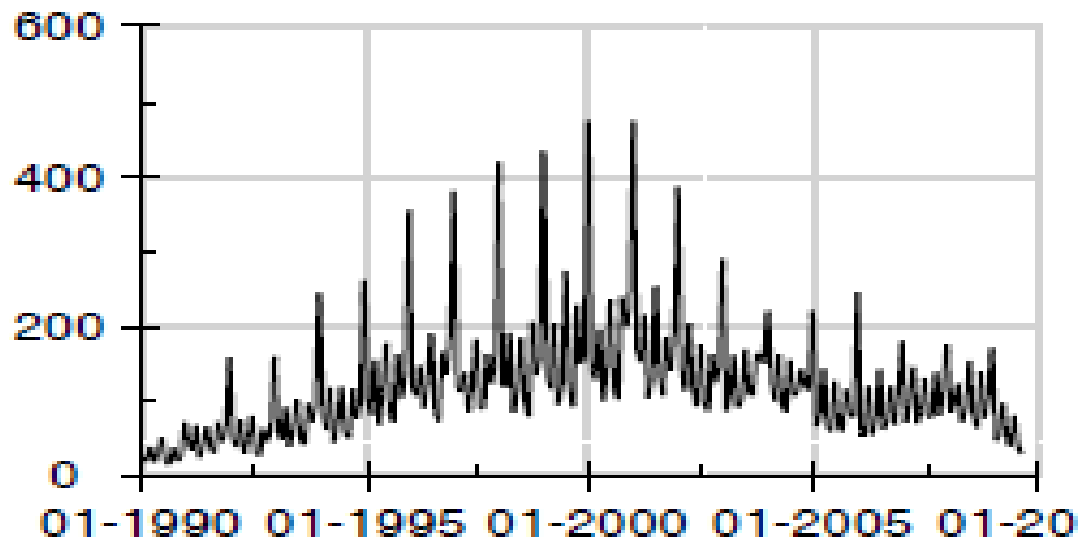


Sezonowość stochastyczna



Metody wyrównania sezonowego

Wykres szeregu czasowego



- ▶ obserwacje nietypowe / błędy w danych?
- ▶ wzorzec wahań sezonowych i ich amplituda?
- ▶ trend?
- ▶ zmiany strukturalne w poziomie / trendzie / charakterze

Metody wyrównania sezonowego

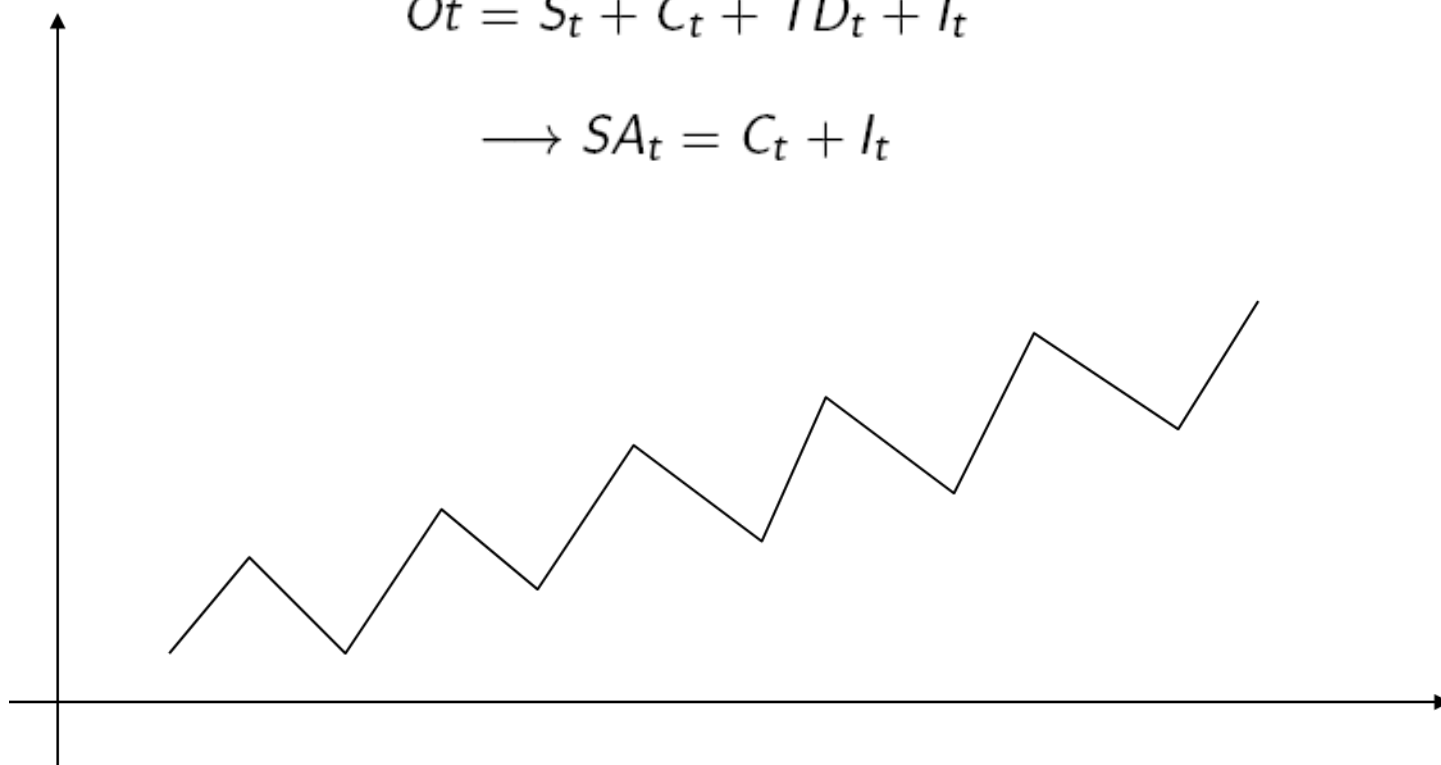
- ▶ Punktem wyjścia jest założenie, że szereg czasowy można zdekomponować na elementy:
- ▶ **cykl i trend C_t** – długookresowy trend, cykl biznesowy i inne składniki cykliczne;
- ▶ **czynnik sezonowy S_t** – regularne fluktuacje sezonowe;
- ▶ **trading-day TD_t** – kształt kalendarza – korekta ze względu na różną **długość miesięcy, liczba dni roboczych** itp.;
nie liczony dla danych kwartalnych
- ▶ **składnik losowy I_t**

Metody wyrównania sezonowego

- ▶ **Postać addytywna** – gdy amplituda wahań sezonowych i losowych jest stała:

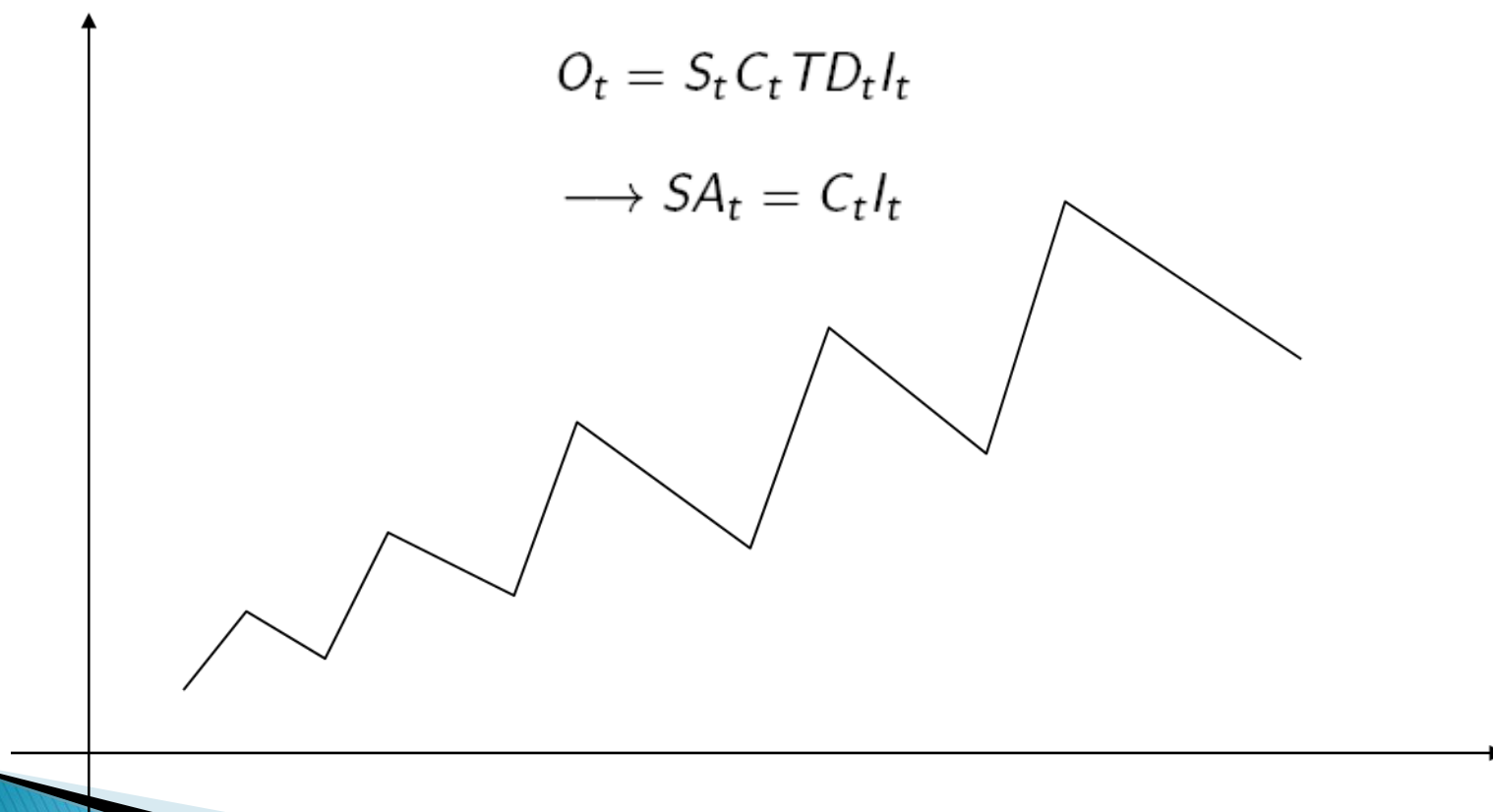
$$O_t = S_t + C_t + TD_t + I_t$$

$$\rightarrow SA_t = C_t + I_t$$



Metody wyrównania sezonowego

- ▶ **Postać multiplikatywna** – gdy amplituda wahań sezonowych i losowych zmienia się wraz z trendem:



Transformacja danych

- ▶ Przed rozpoczęciem właściwego modelowania należy podjąć decyzję odnośnie tego czy przedmiotem dekompozycji będą nieprzekształcone dane, czy też wcześniej należy dokonać ich odpowiedniej transformacji.
 - Możliwość przekształcenia danych dotyczy jedynie szeregów, w których nie występują obserwacje ujemne.

$$y(\lambda) = \begin{cases} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln(y), & \lambda = 0 \end{cases}$$

- ▶ Transformacji wyjściowego szeregu można dokonać za pomocą funkcji, nazywanej **przekształceniem Boxa – Coxa**.

Obserwacje nietypowe

- ▶ o charakterze jednorazowym (**ang.** *additive outlier (AO)*) powodujące zmianę wartości zmiennej zależnej tylko w jednym okresie.
- ▶ AO: Additive Outlier, **[0 0 0 0 1 0 0 0]**

$$AO_t^{(t_0)} = \begin{cases} 1 & \text{dla } t = t_0 \\ 0 & \text{dla } t \neq t_0 \end{cases}$$

Obserwacje nietypowe

- ▶ o charakterze przejściowym (**ang.** *temporary change (TC)*), powodujące tymczasowe przesunięcie poziomu zmiennej zależnej, przy czym powrót ze skokowej zmiany wartości zmiennej zależnej w do poziomu pierwotnego następuje zgodnie z funkcją wykładniczą w postaci.
- ▶ TC: Transitory Change, **[0 0 0 0 1 α α^2 α^3 ... ≈ 0]**
 - gdy $\alpha = 1$ efekt skrajnie uporczywy (LS),
 - gdy $\alpha = 0$ natychmiast przemija (AO)

$$TC_t^{(t_0)} = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < t_0 \\ \alpha^{t-t_0} & \text{dla } t \geq t_0 \end{cases}$$

Obserwacje nietypowe

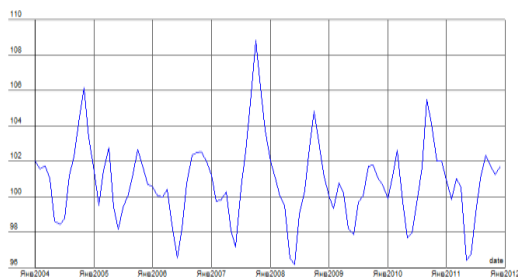
- ▶ o charakterze długotrwałym (**ang. level shift (LS)**), powodujące długotrwałe przesunięcie poziomu zmiennej zależnej. Wpływ zdarzenia takiego rodzaju, jest modelowany za pomocą podstawienia:

$$LS_t^{(t_0)} = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < t_0 \\ 1 & \text{dla } t \geq t_0 \end{cases}$$

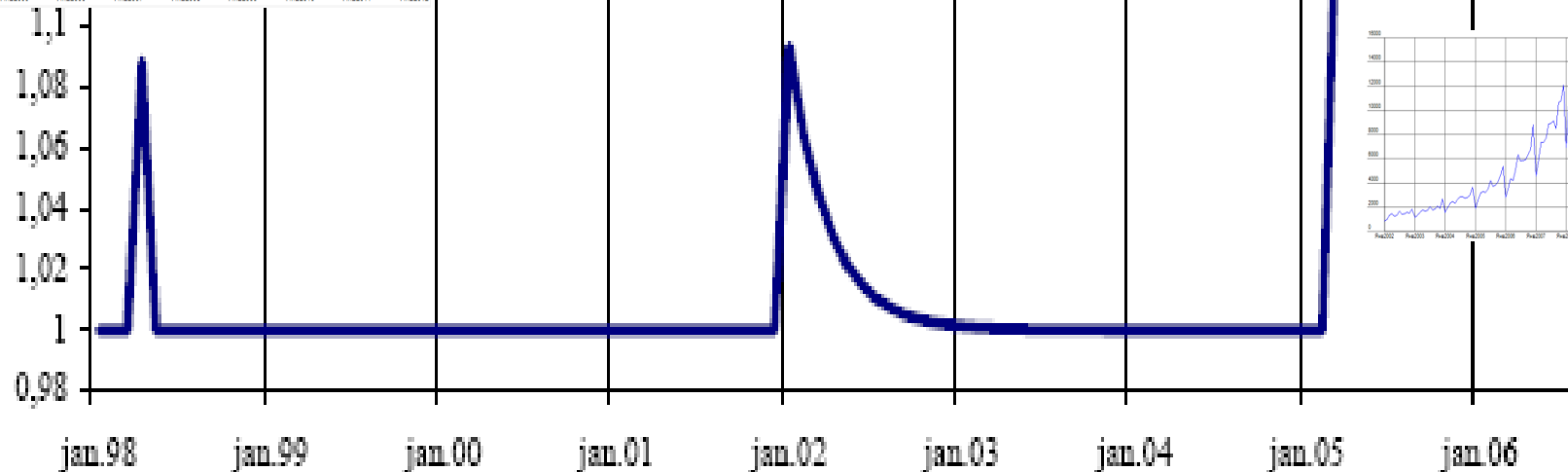
- ▶ LS: Level Shift, [0 0 0 0 1 1 1 1 1]

Przykładowe obserwacje nietypowe

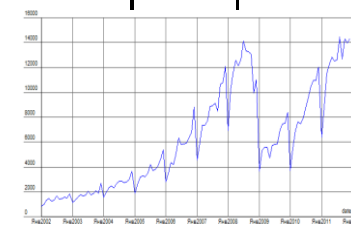
Additive Outlier



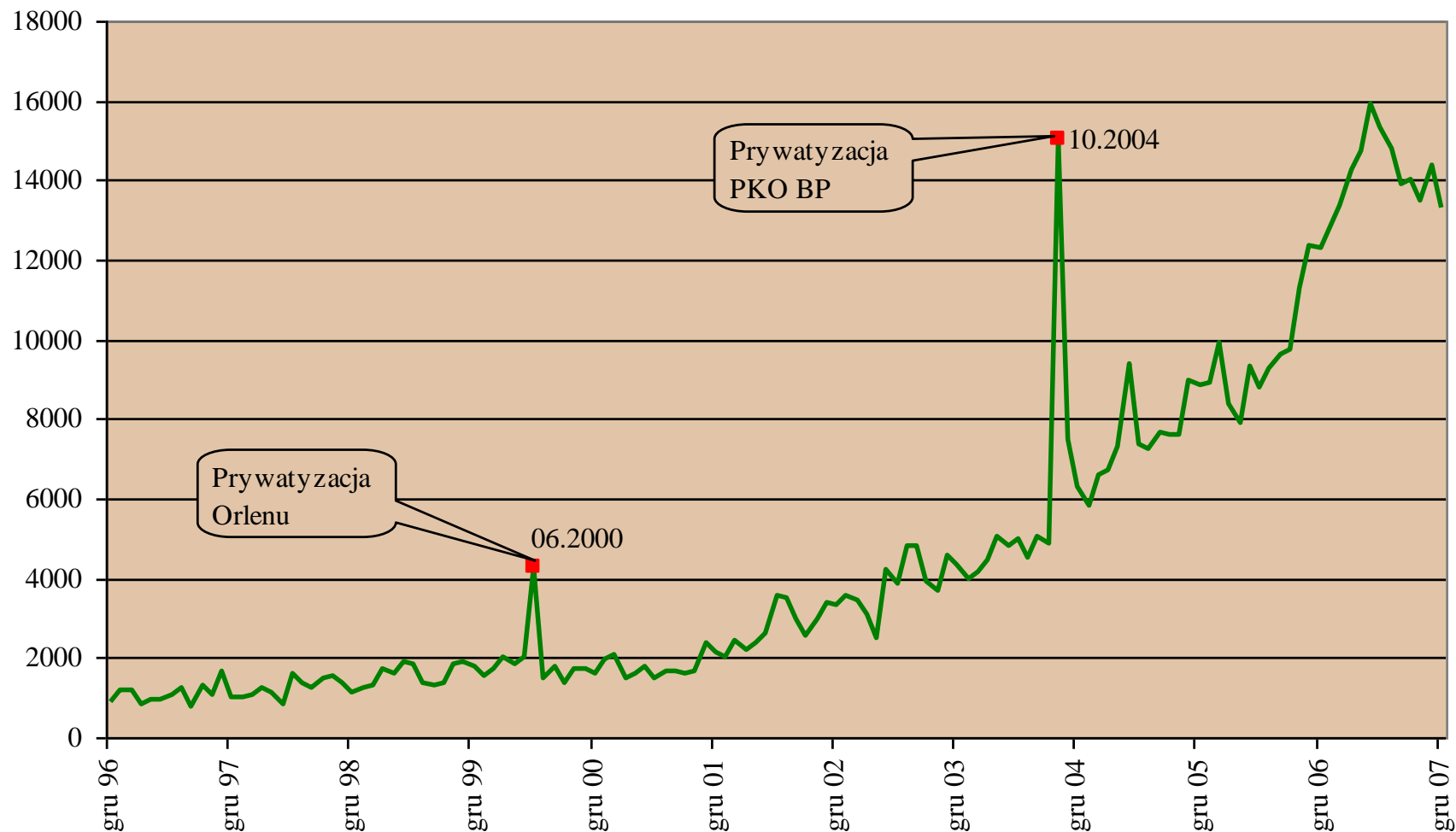
Temporary Change
Shift



Level



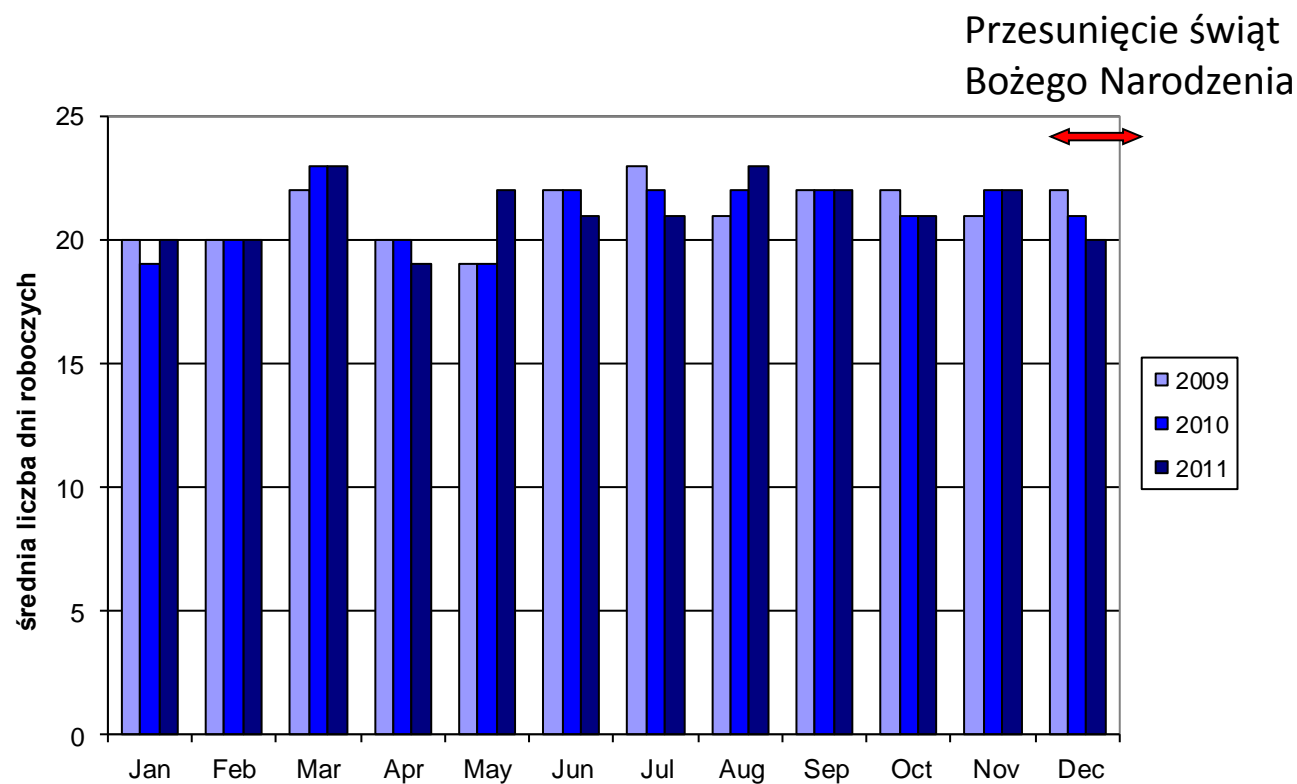
Przykład – Depozyty bieżące niemonetarnych instytucji finansowych



Calendar effects

- ▶ efekt liczby dni roboczych:
 - brak
 - $td1 = \text{weekendy}$,
 - $td2 = td1 + \text{rok przestępny}$,
 - $td6 = 6 \text{ zmiennych } 0-1 \text{ dla różnych dni tygodnia}$,
 - $td7 = td6 + \text{rok przestępny}$
 - kalendarz (zmienne $td?$ oraz święta z kalendarza)
 - zdefiniowane przez użytkownika (na podstawie samodzielnie stworzonych zmiennych)
- ▶ efekt Wielkanocy:
 - ile dni przed trwa? (duration)
- ▶ możliwość testowania istotności wprowadzonych zmiennych $td?$ oraz włączenia / wyłączenia / testowania występowania i długości efektu Wielkanocy (1 / 8 / 15) zwykle od **3** do **8** dni, jeżeli zadawane przez użytkownika

Święta



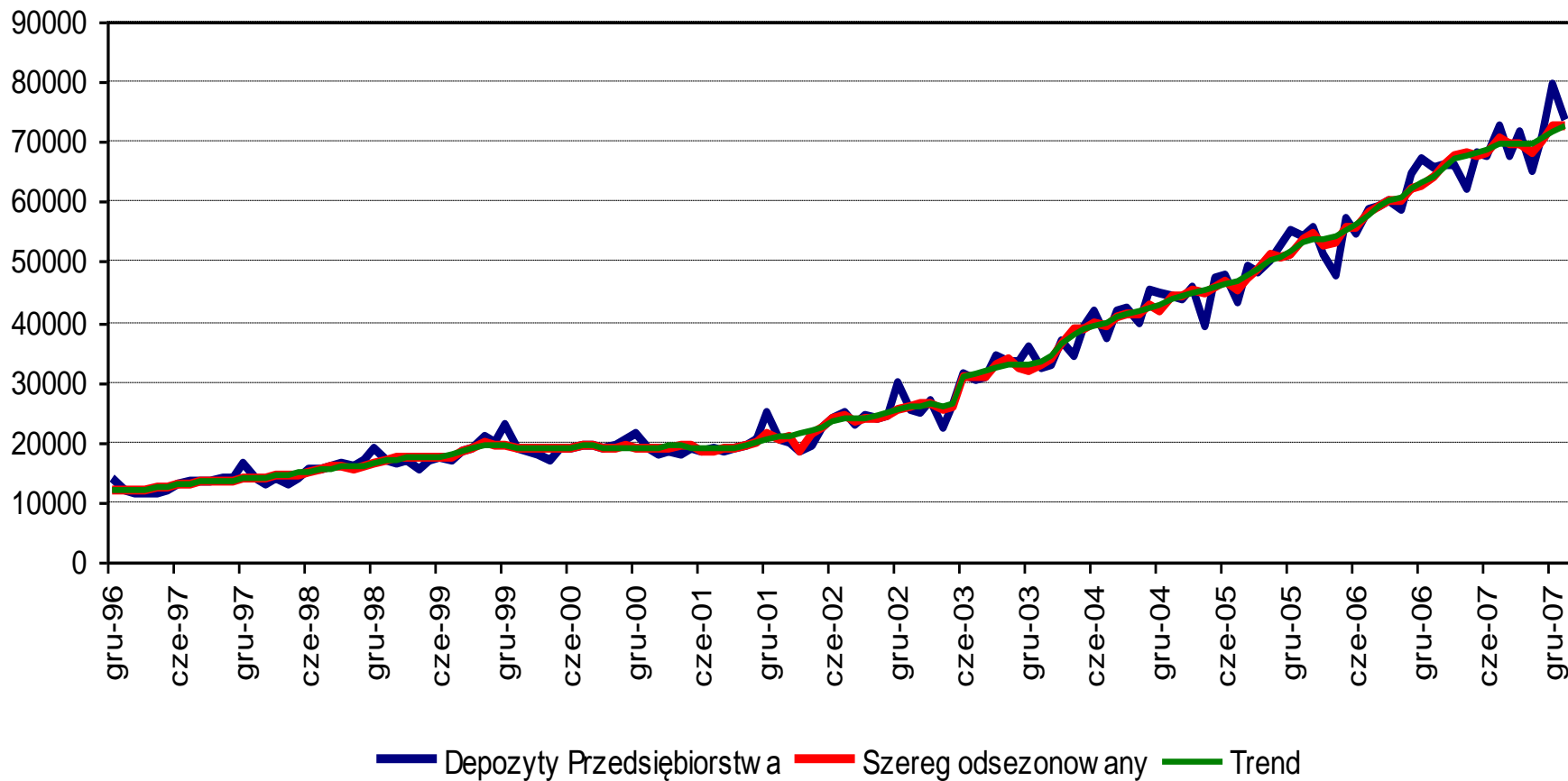
X-12-ARIMA

- ▶ Adaptacja programu X-12-ARIMA Seasonal Adjustment amerykańskiego Biura Statystycznego (US Census Bureau, <http://www.census.gov>)
- ▶ Korygowanie danych kwartalnych lub miesięcznych ze względu na sezonowość.
- ▶ Metoda X-12-ARIMA polega na dekompozycji szeregu czasowego przy wykorzystaniu **średnich ruchomych**.
 - Zalicza się ona do metod ad hoc, gdyż dobór odpowiedniego zestawu filtrów nie jest uzależniony od statystycznych własności analizowanego szeregu czasowego.
- ▶ Model ARIMA jest w niej wykorzystywany jedynie do estymacji wartości prognozowanych.
- ▶ *Prognozy te są obliczane na danych pozbawionych komponentu sezonowego oraz oczyszczonych z wpływu efektów kalendarzowych oraz obserwacji nietypowych.*

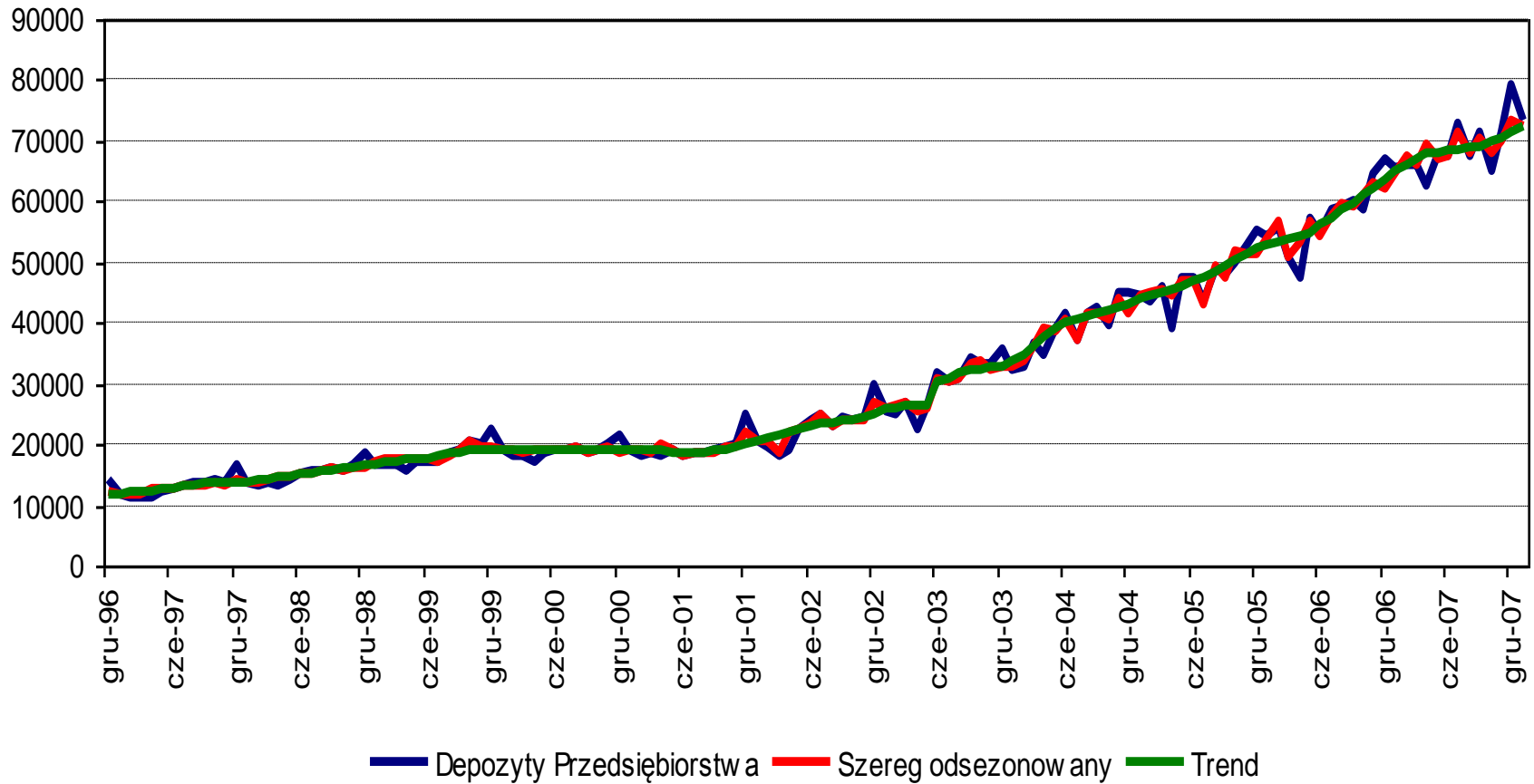
TRAMO/SEATS

- ▶ Alternatywną metodą wygładzania szeregów czasowych jest TRAMO/SEATS, która wykorzystuje model ARIMA do estymacji komponentu sezonowego, nieregularnego oraz trendu-cyklu.
- ▶ Bank of Spain (Tramo/Seats) - <http://www.bde.es/servicio/software/econome.htm>
- ▶ Procedura dekompozycji sezonowej składa się z dwóch etapów: TRAMO i SEATS.
 - Pierwszy z nich jest określany jako etap estymacji wstępnej,
 - w drugim dokonuje się właściwa dekompozycja i eliminowanie wpływów sezonowych.

Przykład – TRAMO/SEATS



Przykład – X-12-ARIMA



DEMETRA

- ▶ DEKOMPOZYCJA SZEREGÓW CZASOWYCH
- ▶ money.xls
- ▶ z danymi na temat podaży pieniądza M1 (w przeliczeniu na mln euro) w 6-ciu krajach europejskich dla okresu 01.1980 - 12.1998 (w przypadku Grecji do 12.2000)
 - Źródło: Eurostat
- ▶ wstępna analiza danych w postaci graficznej:
 - Portugalia
 - Belgia
 - w obu przypadkach właściwy wydaje się model multiplikatywny -> dekompozycja szeregu czasowego - model multiplikatywny

DEMETRA

- ▶ Prezentacja graficzna:
 - oryginalny szereg i szereg skorygowany sezonowo
 - oryginalny szereg i trend/cykl
 - wahania sezonowe
 - składnik losowy

Dziękuję za uwagę