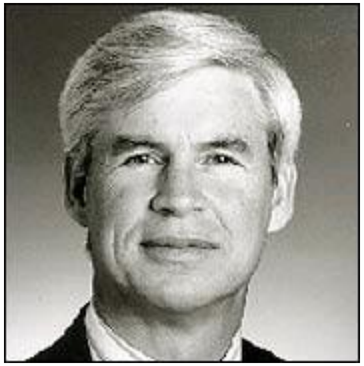
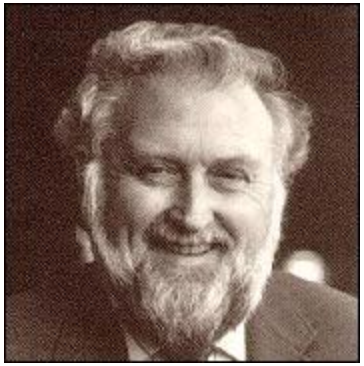
Stacjonarność

Natalia Nehrebecka

6

Szwecja, Rok 2003





Dlaczego ci panowie są tak uśmiechnięci?...

Plan zajęć

- Stacjonarność, biały szum
- Random walk - błądzenie przypadkowe
- Trendy w szeregach czasowych
- Zmienne zintegrowane

Plan zajęć

- Stacjonarność, biały szum
- Random walk - błądzenie przypadkowe
- Trendy w szeregach czasowych
- Zmienne zintegrowane

Silna stacjonarność

- Proces stochastyczny jest **silnie stacjonarny** lub ścisłe stacjonarny jeśli łączne rozkłady jego zmiennych nie zmieniają się w czasie.
  - W rezultacie, parametry takie jak wartość oczekiwana i wariancja, jeśli istnieją, także pozostają stałe w czasie.
- Formalnie, jeśli
  - $\{X_t\}$ jest procesem stochastycznym, oraz
  - $F_X(x_{t_1+\tau}, \dots, x_{t_k+\tau})$ opisuje dystrybuantę rozkładu łącznego zmiennych $\{X_t\}$ w momentach $t_1 + \tau, \dots, t_k + \tau$,

  to
  - **$\{X_t\}$ jest procesem stacjonarnym, jeśli $\forall k, \ \forall \tau, \forall t_1, \dots, \ t_k$**
$$\boldsymbol{F_X(x_{t_1+\tau}, \dots, x_{t_k+\tau}) = F_X(x_{t_1}, \dots, x_{t_k})}$$

Słaba stacjonarność

- Proces stochastyczny jest **stacjonarny w sensie słabym**, jeśli dla każdego *t* spełnione są trzy poniższe warunki:

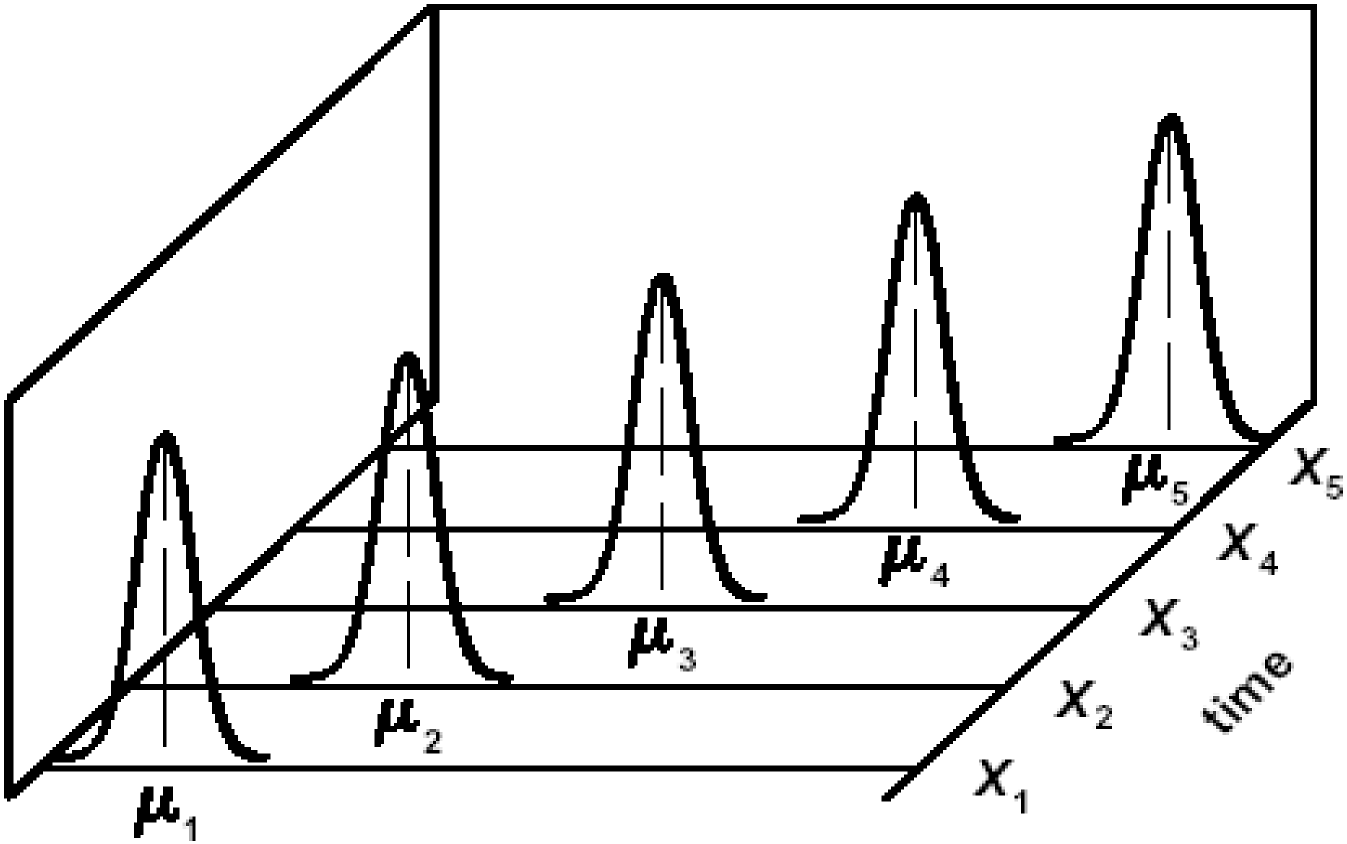
  $E(X_t) = \mu$ - wartość oczekiwana nie zależy od *t*
  (***jest skończona i stała w czasie***)

  $Var\,(X_t) = \sigma^2$ - wariancja nie zależy od *t*
  (***jest skończona i stała w czasie***)

  $Cov(X_t\,,\, X_{t+h}\,) = \sigma_h$ - wartość kowariancji dla dwóch obserwacji zależy jedynie od *odstępu* miedzy nimi, a nie od momentów czasu z których pochodzą obserwacje

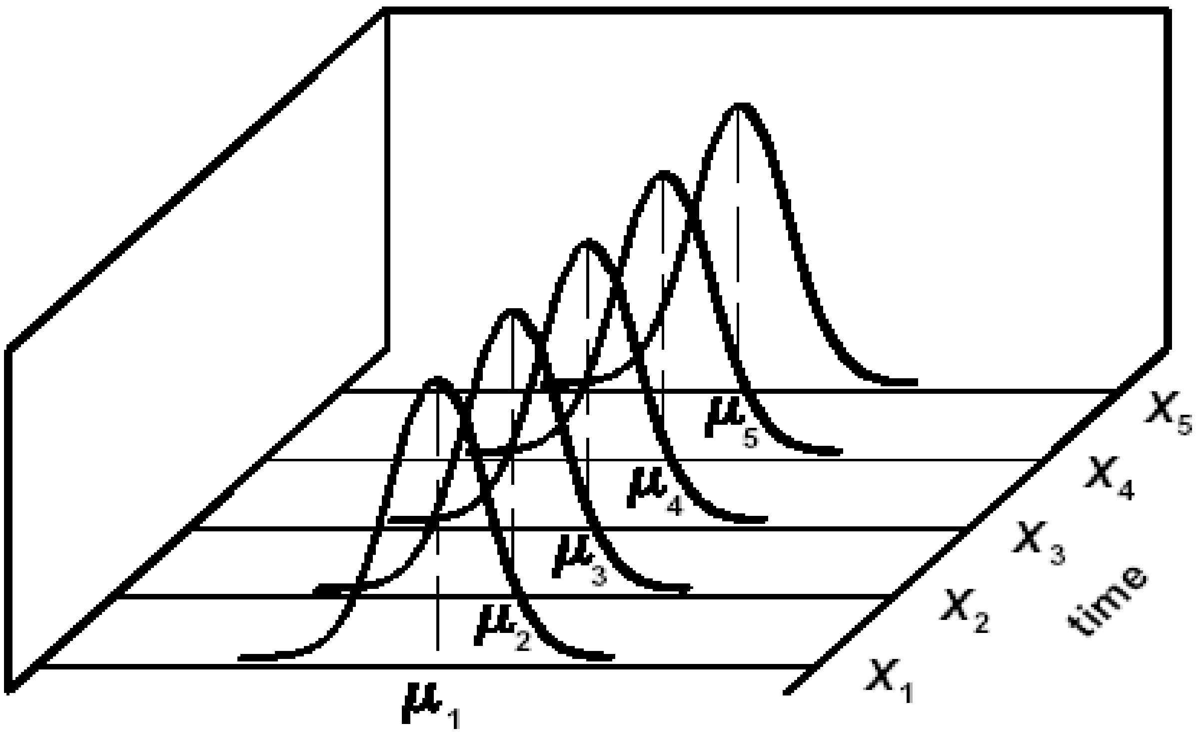
Proces stochastyczny niestacjonarny

- Proces stochastyczny z rosnącą (niestacjonarną) wartością oczekiwaną:



Stacjonarny proces stochastyczny

- Proces stochastyczny ze stałą (stacjonarną) wartością oczekiwaną i stałą wariancją:



- **Uwaga**!
- Nie możemy nic powiedzieć o kowariancji na podstawie tego wykresu!

Słaba stacjonarność

$Cov(X_t , X_{t+h}) = \sigma_h$ - wartość kowariancji dla dwóch obserwacji zależy jedynie od odstępu miedzy nimi, a nie od momentów czasu z których pochodzą obserwacje

np.

(A) Korelacja dla szeregu z roku **1980** i **1985** jest taka sama jak dla lat **1990** i **1995** (czyli t = 1980 oraz 1990, ***h = 5***)

(B) Korelacja dla szeregu z roku **1980** i **1987** jest taka sama jak dla lat **1990** i **1997** (czyli t = 1980 i 1990, ***h = 7***)

Zmienne stacjonarne

zmienna stacjonarna

↓

zmienna, której własności nie zmieniają się wraz z upływem czasu

- istnieje kilka **definicji stacjonarności**, my będziemy posługiwać się pojęciem **słabej (kowariancyjnej) stacjonarności**:

Zmienne stacjonarne

- 1. $E(y_t) = \mu < \infty$ wartość oczekiwana y_t jest skończona i stała w czasie

- 2. $Var(y_t) = \sigma^2 < \infty$ - wariancja y_t jest skończona i stała w czasie

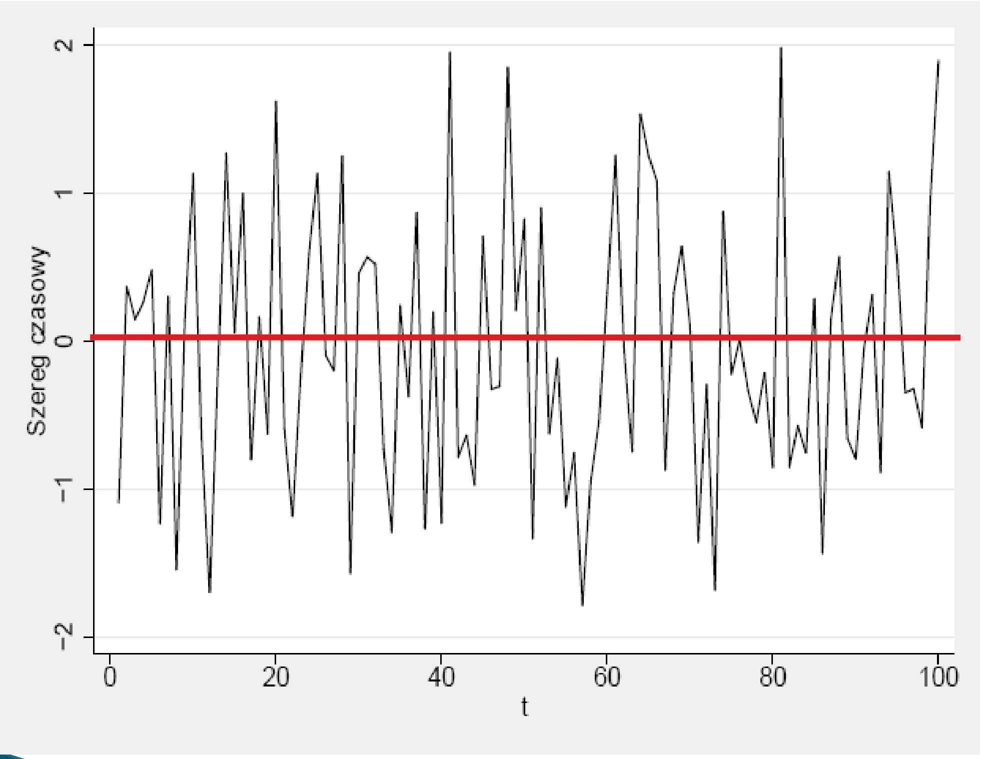
- 3. $Cov(y_{t_1}, y_{t_1+h}) = Cov(y_{t_2}, y_{t_2+h}) = \gamma_h$ kowariancja między realizacjami y_t zależy jedynie od dystansu w czasie h

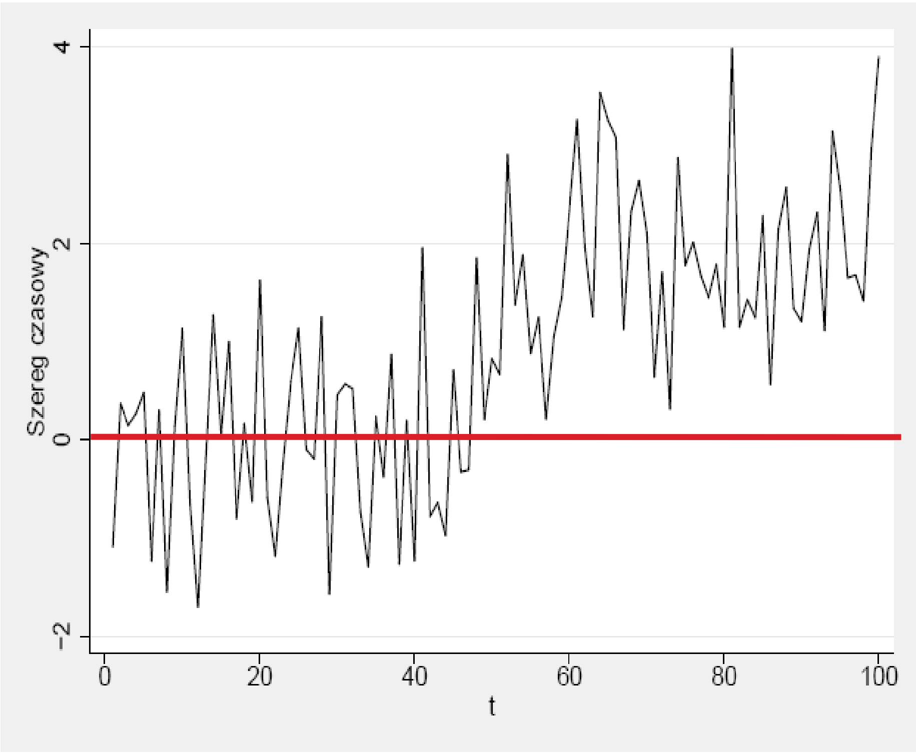
$\Downarrow$

którykolwiek z warunków niespełniony= zmienna niestacjonarna

Zmienne stacjonarne

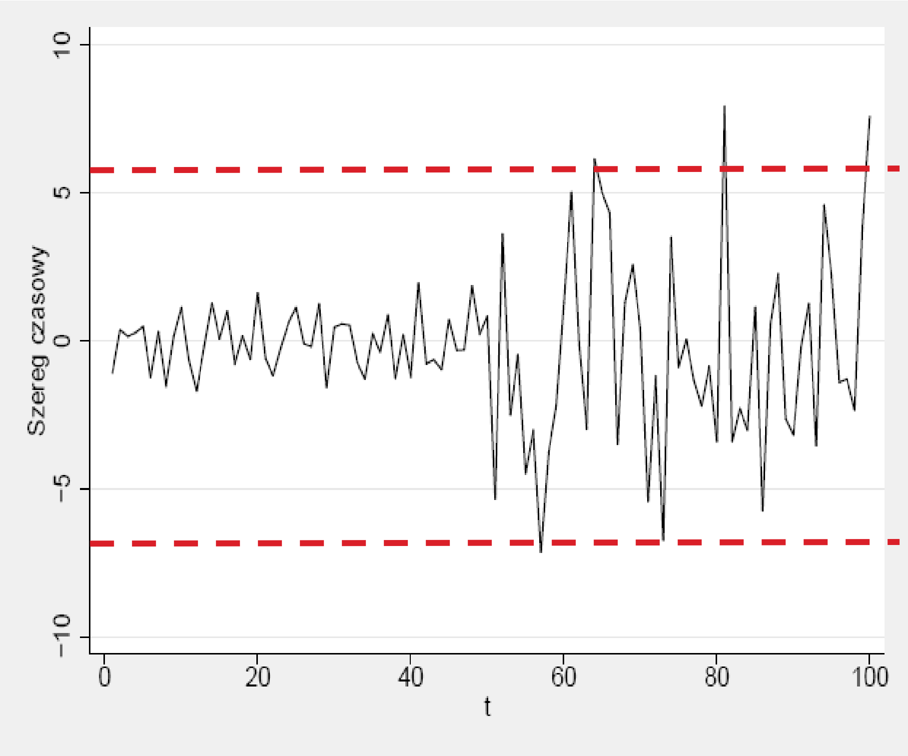
- 1. $E(y_t) = \mu < \infty$ wartość oczekiwana y_t jest skończona i stała w czasie

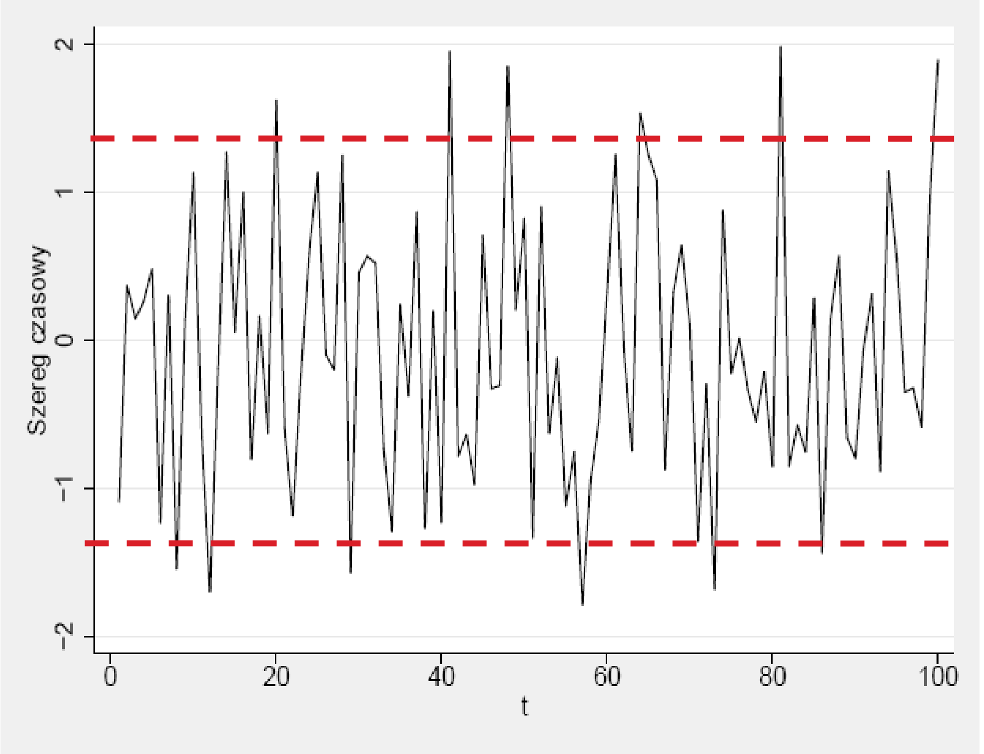




Zmienne stacjonarne

- 2. $Var(y_t) = \sigma^2 < \infty$ - wariancja y_t jest skończona i stała w czasie





Zmienne stacjonarne

- założenie o stacjonarności zmiennych w modelu jest niezbędne przy **wyprowadzaniu rozkładów typowych statystyk testowych używanych przy testowaniu hipotez**

- badanie stacjonarności zmiennych w modelu może być traktowane jako test diagnostyczny ⟶ weryfikuje prawdziwość założeń koniecznych do tego, by standardowe procedury testowania hipotez były prawidłowe

Zmienne stacjonarne

- **Proces białego szumu *(white noise)*** spełnia następujące założenia:

$$E(y_t) = \mu$$

$$Var(y_t) = \sigma^2$$

$$Cov(y_t, y_s) = 0$$

Zmienne stacjonarne

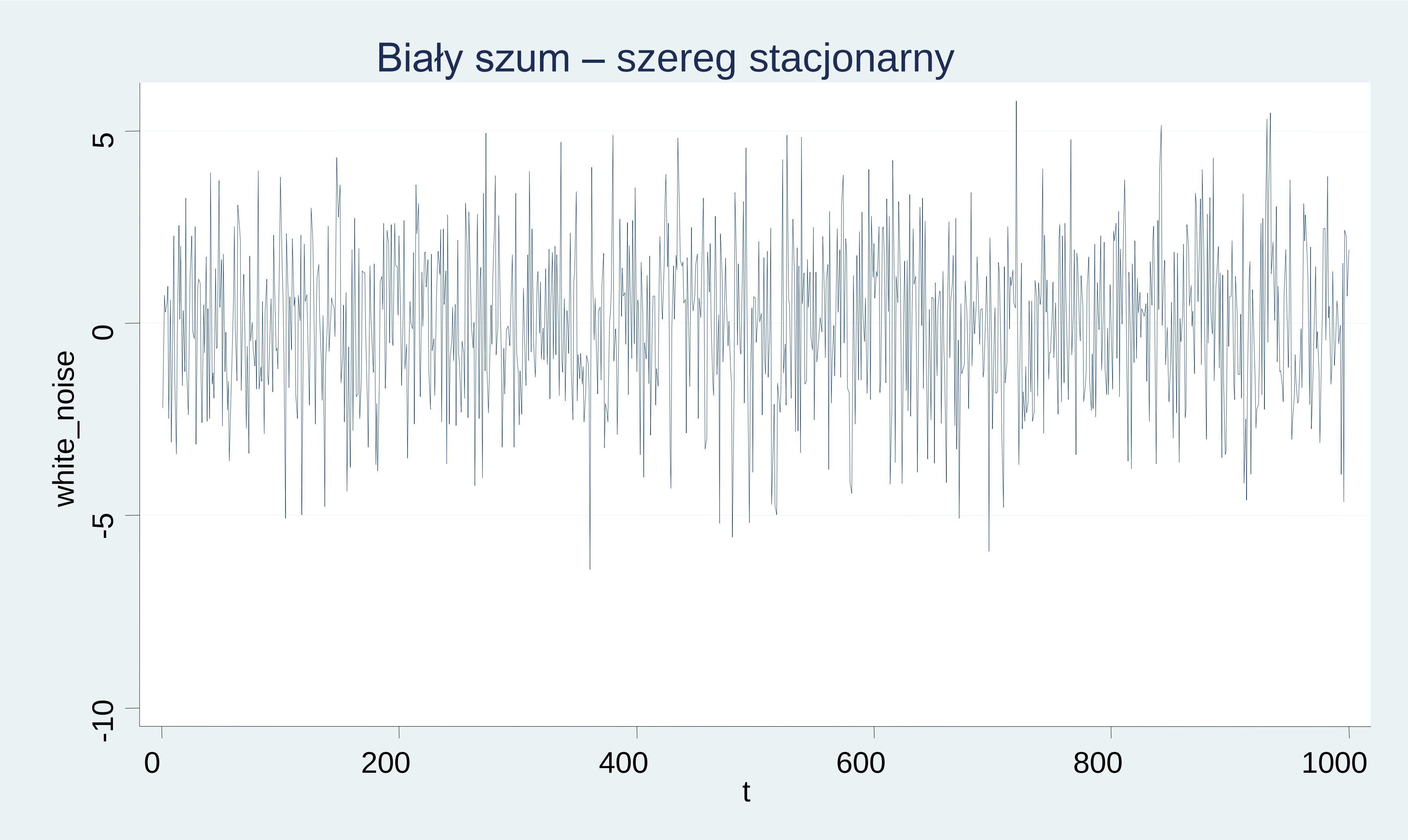
- **Zero-mean white noise**:

$$E(y_t) = 0$$

$$Var(y_t) = \sigma^2$$

$$Cov(y_t, y_s) = 0$$

Przykład białego szumu



Zmienne stacjonarne

- **Independent (strong) white noise:**

$$y_t \sim \mathrm{IID}(0, \sigma^2)$$

$$IID\ (Independently\ and\ Identically\ Distributed)$$

- realizacje y_t są niezależne i mają identyczne rozkłady.

Testowanie białego szumu

$$H_0: \; \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_P = 0$$

H_0: *nie ma autokorelacji do rzędu* ***P*** *włącznie*
H_1: *występuje autokorelacji rzędu od* **1** *do* ***P***

- **Statystyka Q Boxa-Pierce'a**

$$Q = T\sum_{k=1}^{P}\hat{\rho}_k^2 \sim \chi_P^2$$

$$\hat{\rho}_k^2 = \frac{\sum_{t=k+1}^{T} e_t e_{t-k}}{\sum_{t=1}^{T} e_t^2}$$

- **Statystyka Q^* Ljunga-Boxa**
  - (lepsza dla małych prób)

$$Q^* = T(T+2)\sum_{k=1}^{P}\frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k} \sim \chi_P^2$$

W obu testach H_0: *proces* ***jest*** *białym szumem*

Testowanie białego szumu

- Należy wybrać maksymalnie P do przetestowania
  - (24 opóźnienia dla autokorelacji zwykłej,
  - 3 dla sezonowej)

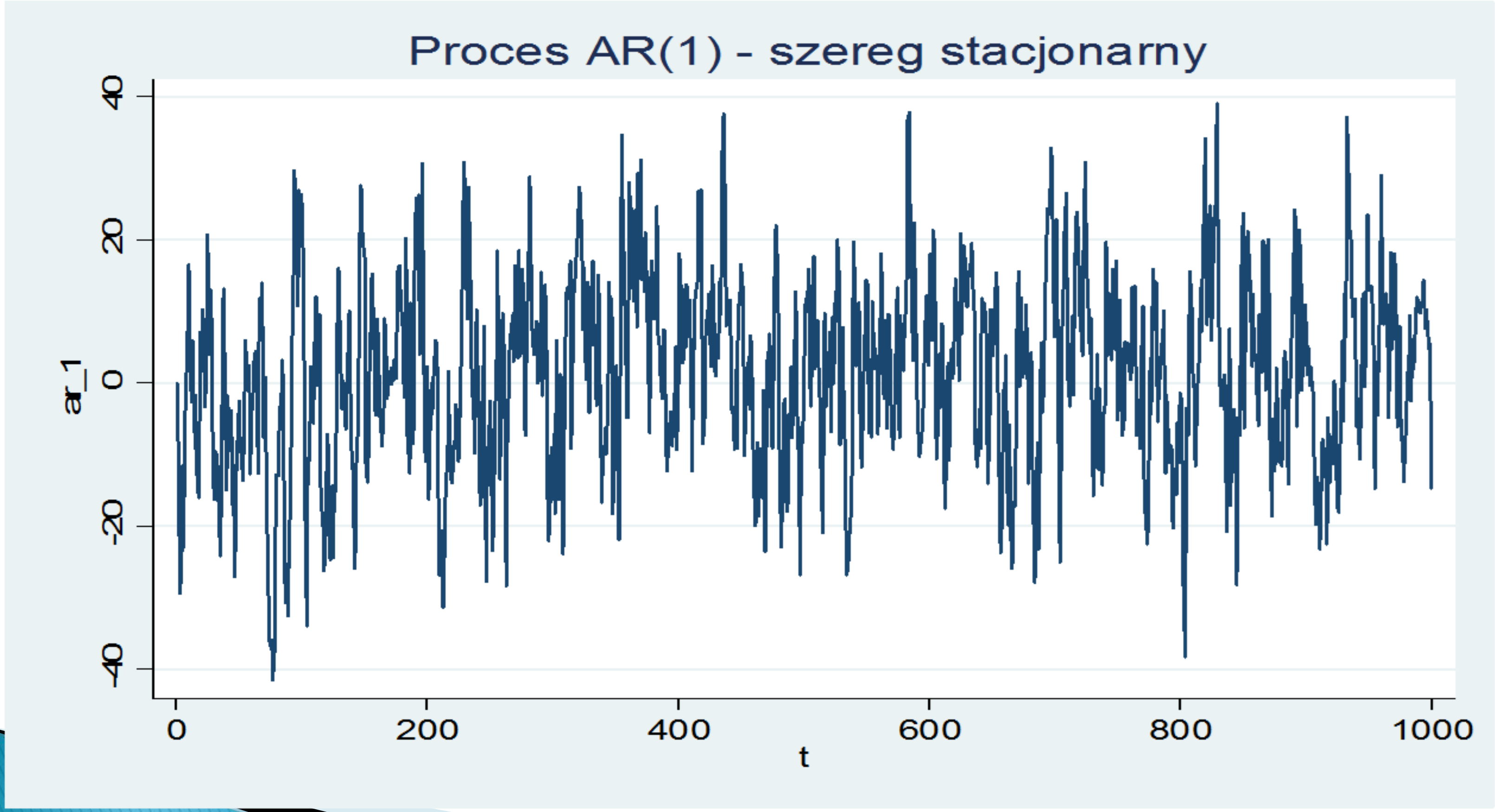
Zmienne stacjonarne

- Przykład zmiennej stacjonarnej: $AR\ (\mathbf{1})$

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \text{gdzie } |\alpha| < 1$$

Zmienne stacjonarne

- przykład zmiennej stacjonarnej: $AR\ (1)$: $y_t = 0{,}7 y_{t-1} + \varepsilon_t$



Zmienne stacjonarne

- przykład zmiennej stacjonarnej: $AR(1)$

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

$$|\alpha| < 1$$

Dowód stacjonarności:

1. Podstawiając $y_{t-1} = \alpha y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$ do poprzedniego wzoru:

$$y_t = \alpha^2 y_{t-2} + \alpha\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

2. Postępując tak rekurencyjnie

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i}$$

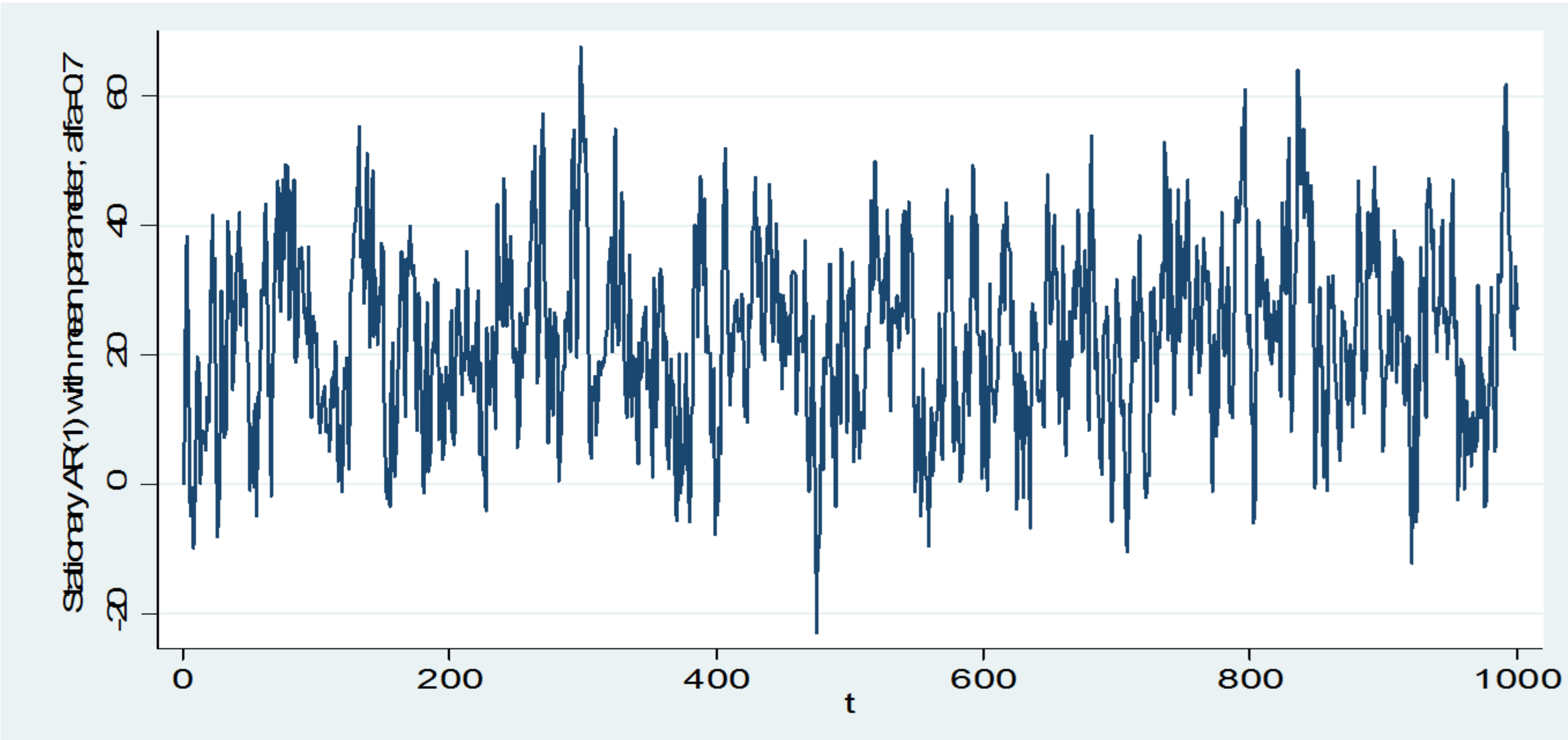
Zmienne stacjonarne

- $\boldsymbol{E(y_t)} = E(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \underbrace{E(\varepsilon_{t-i})}_{0} = 0$

- $\boldsymbol{Var(y_t)} = Var(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i \varepsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^{2i} \underbrace{Var(\varepsilon_{t-i})}_{\sigma^2} = \frac{\sigma^2}{1-\alpha^2}$

- $\boldsymbol{Cov(y_t, y_{t-h})} = \boldsymbol{\alpha^h} \frac{\sigma^2}{1-\alpha^2}$

Zmienne stacjonarne



$$y_t = 20 + 0{,}7 \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Plan zajęć

- Stacjonarność, biały szum
- Random walk - błądzenie przypadkowe
- Trendy w szeregach czasowych
- Zmienne zintergrowane

Droga do pubu - przykład zmiennej niestacjonarnej

- Stoimy między dwoma pubami i chcemy zdecydować, do którego pójść przy pomocy rzutu monetą.

  - $orzeł \rightarrow robimy\ krok\ w\ lewo$;
  - $reszka \rightarrow robimy\ krok\ w\ prawo$;

$$Z_t = \begin{cases} -1 & \text{z prawd. } p = 1/2 \\ 1 & \text{z prawd. } p = 1/2 \end{cases}$$

- Po każdym ruchu powtórnie rzucamy monetą, powtarzając całą operację, aż do celu (*dla uproszczenia przyjmiemy, że od każdego z pubów dzieli nas nieskończona liczba kroków*).

Droga do pubu – cd.

- Możemy zatem zapisać:

$$
\begin{aligned}
X_1 &= Z_1 \\
X_2 &= X_1 + Z_2 \\
X_3 &= X_2 + Z_3 \\
&\dots \\
X_t &= X_{t-1} + Z_t
\end{aligned}
$$

- Czy X_t jest zatem stacjonarny?
- Mamy co prawda:

$$E(X_t) = 0$$

- ale …

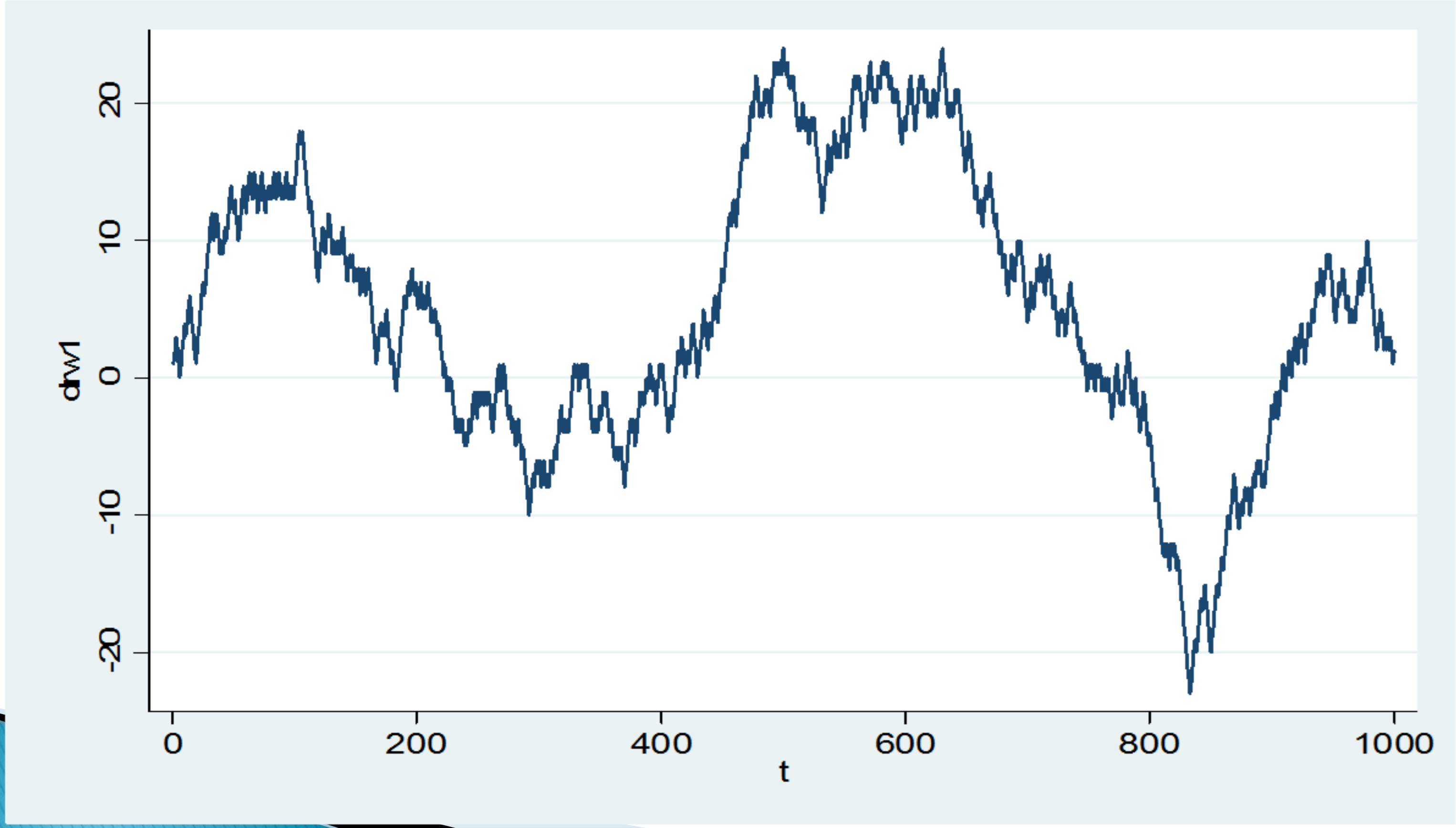
Droga do pubu – cd.

$$
\begin{aligned}
&\mathsf{Var}(X_1) = \mathsf{Var}(Z_1) = 1 \\
&\mathsf{Var}(X_2) = \mathsf{Var}(X_1 + Z_2) = \mathsf{Var}(X_1) + \mathsf{Var}(Z_2) = 2 \\
&\mathsf{Var}(X_3) = \mathsf{Var}(X_2) + \mathsf{Var}(Z_3) = 3 \\
&\dots \\
&\mathsf{Var}(X_t) = t
\end{aligned}
$$

- Wariancja procesu X_t jest liniową funkcją czasu, więc jest to proces niestacjonarny!
- Jest to szczególny przypadek ważnego niestacjonarnego procesu, nazywanego **błądzeniem przypadkowym** (*random walk*).

Droga do pubu: skokowy proces błądzenia losowego

- Nawet jeśli mamy do pubu 20 kroków możemy tam długo nie dotrzeć



Zmienna niestacjonarna:
proces błądzenia losowego

Proces błądzenia losowego – definicja

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t = y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = y_{t-3} + \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = \ldots =$$

$$y_0 + \sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t \overset{y_0=0}{=} \underbrace{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t}_{\text{trend stochastyczny}}$$

Własności błądzenia losowego

$$E(y_t) = E(\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t) = \sum_{t=1}^{T} E(\varepsilon_t) = 0$$

$$D^2(y_t) = D^2(\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t) \overset{cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h})=0}{=} \sum_{t=1}^{T} D^2(\varepsilon_t) = T\delta^2$$

$$cov(y_t, y_{t-h}) = E(y_t, y_{t-h}) - E(y_t)E(y_{t-h}) = E(\sum_{t=1}^{T-h} \varepsilon_t \sum_{t=1}^{T-h} \varepsilon_t) -$$

$$\underbrace{E(\sum_{t=1}^{T-h})}_{0}\underbrace{E(\sum_{t=1}^{T-h})}_{0} = D^2(\sum_{t=1}^{T-h} \varepsilon_t) = \sum_{t=1}^{T-h} D^2(\varepsilon_t) = (T - h)\delta^2$$

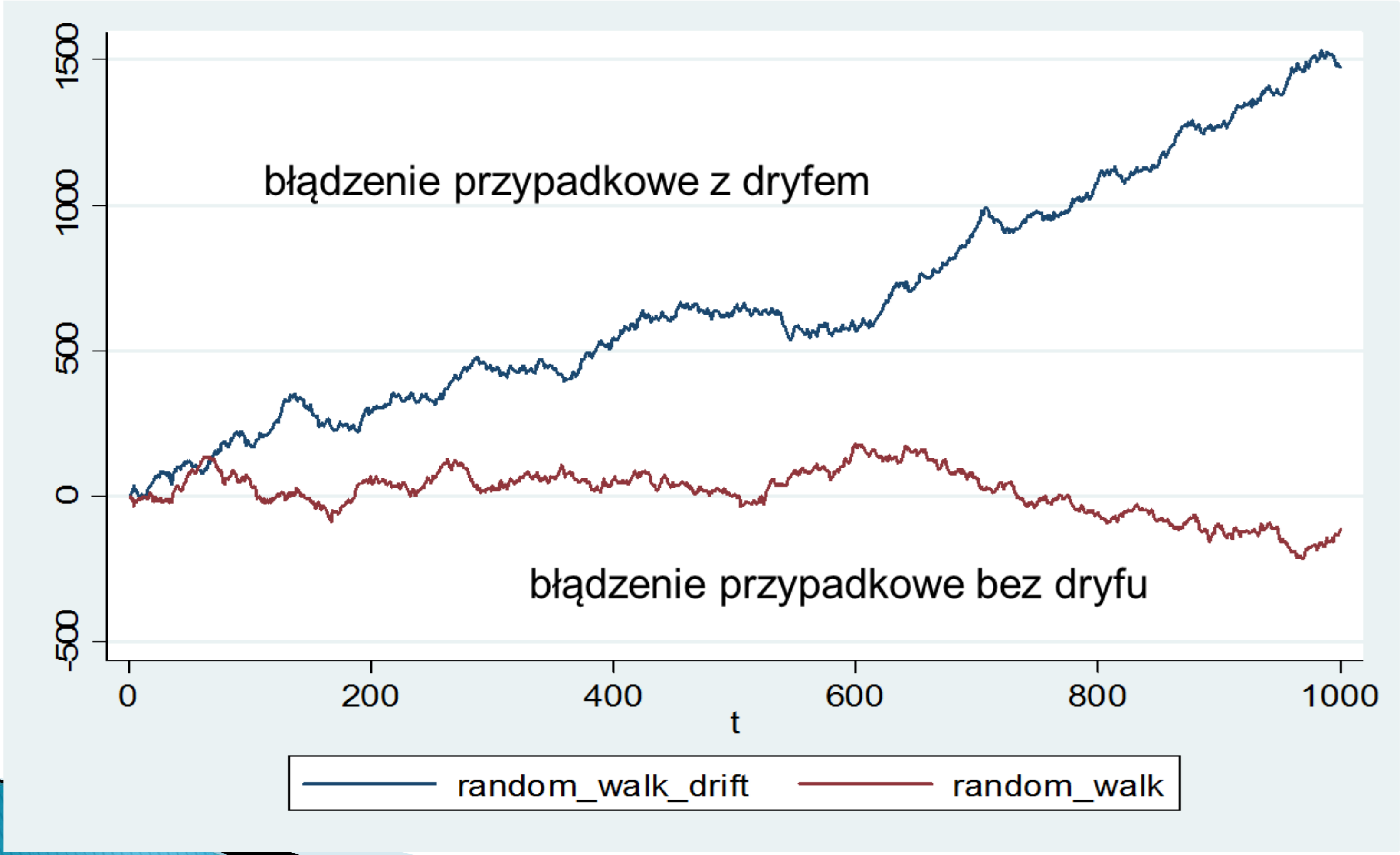
Proces błądzenia przypadkowego

- Błądzenie przypadkowe z dryfem:

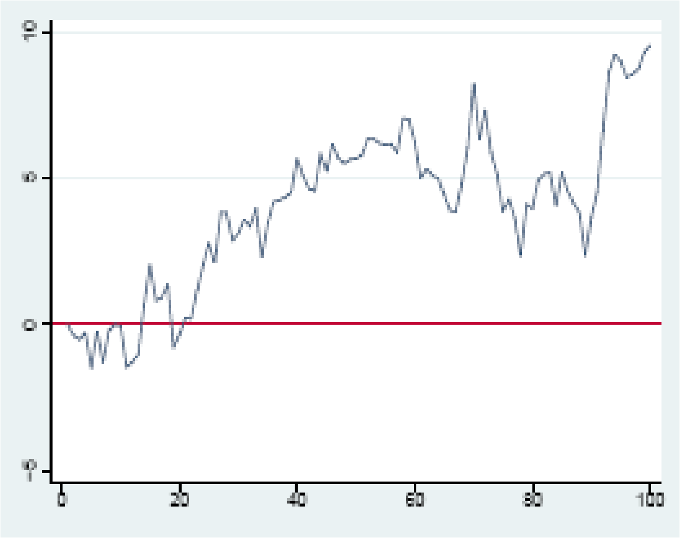
$$y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

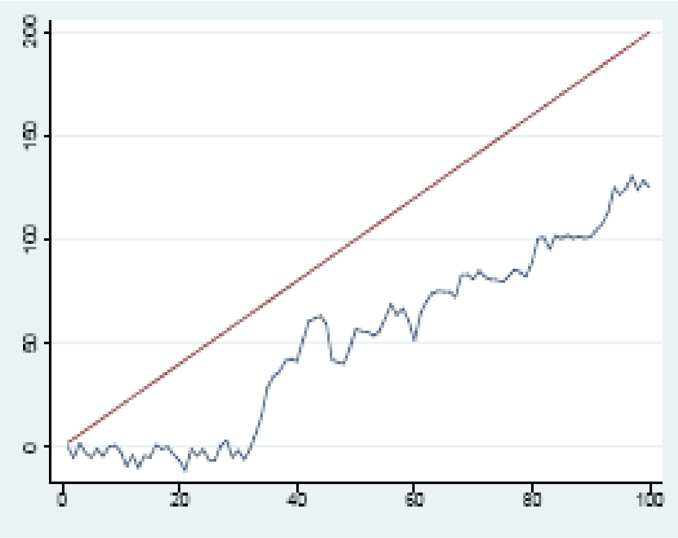
- Dryf to systematyczne znoszenie w jednym kierunku o tej samej wielkości w każdym kroku.

Błądzenie przypadkowe - z dryfem i bez dryfu



Błądzenie przypadkowe - z dryfem i bez dryfu





Zmienna niestacjonarna:
Błądzenie przypadkowe - z dryfem

Proces błądzenia losowego z dryfem – definicja

$$y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$y_t = \alpha_0 + y_{t-1} + \varepsilon_t = \alpha_0 + \alpha_0 + y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t =$$
$$\alpha_0 + \alpha_0 + \alpha_0 + y_{t-3} + \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t = \ldots \overset{y_0=0}{=} T\alpha_0 + \underbrace{\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t}_{\text{trend stochastyczny}}$$

Własności błądzenia losowego z dryfem

$E(y_t) = E(T\alpha_0 + \sum_{t=1}^{T} \varepsilon_t) = T\alpha_0 + \sum_{t=1}^{T} E(\varepsilon_t) = T\alpha_0$

Wariancja i kowariancja takie same, jak w przypadku błądzenia przypadkowego, bo przesuniecie o stałą nie wpływa na dyspersję procesu.

Plan zajęć

- Stacjonarność, biały szum
- Random walk - błądzenie przypadkowe
- Trendy w szeregach czasowych
- Zmienne zintegrowane

Trend stochastyczny

- W ekonomii często na podstawie badania szeregu czasowego można stwierdzić z jakim typem niestacjonarności mamy do czynienia.

- Jeżeli polega ona na tym, że szereg ma skłonność do poruszania się w jednym kierunku, nazywamy taką tendencję **trendem**.

- Szereg może powoli dryfować w górę lub w dół wyłącznie w rezultacie stochastycznych (losowych) szoków. Nazwiemy go wtedy szeregiem czasowym z **trendem stochastycznym**.

Trend deterministyczny

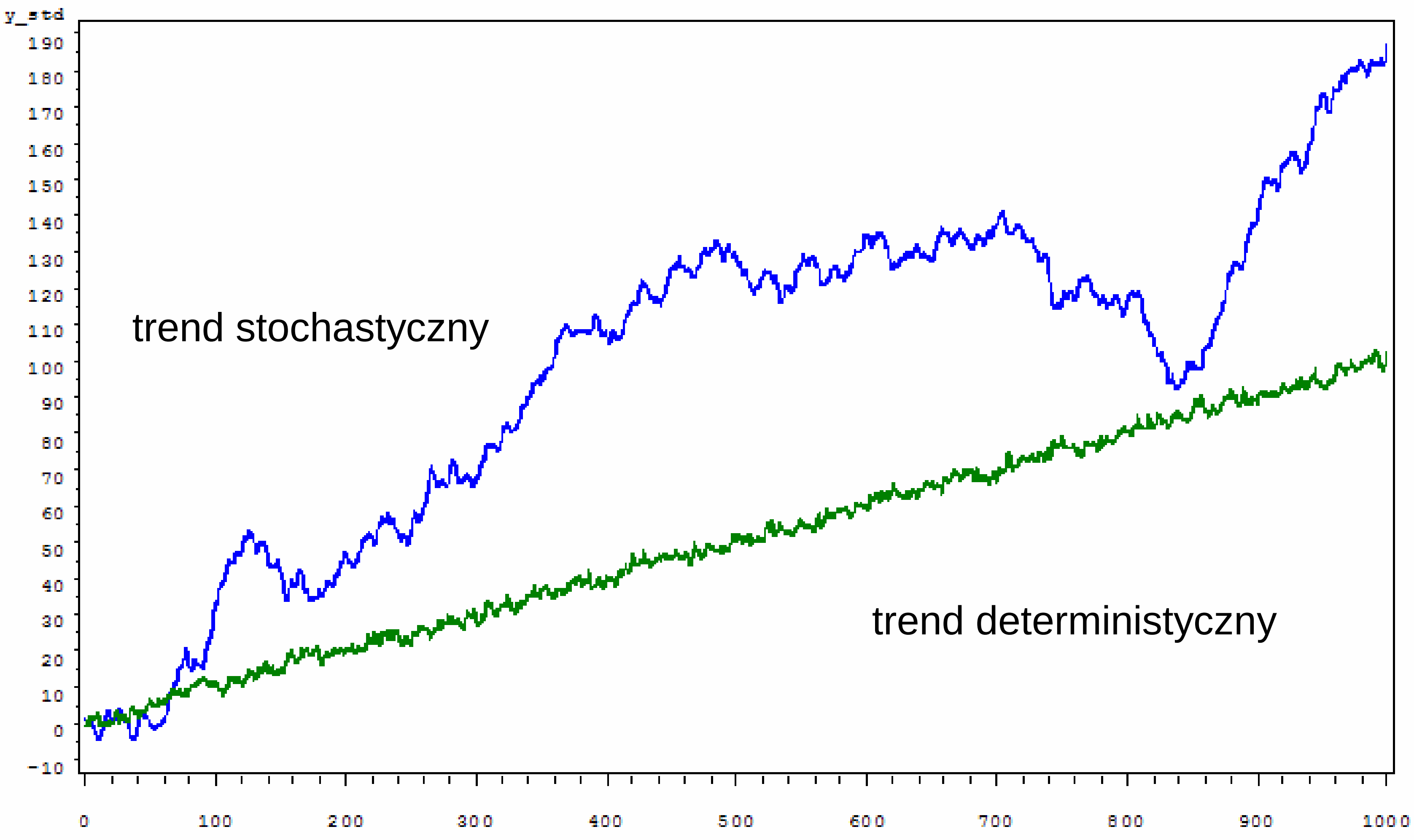
- Innym przykładem tendencji rozwoju niestacjonarnego procesu stochastycznego jest sytuacja, gdy **średnia procesu jest funkcją czasu.**
- Ogólnym zapisem takiej funkcji jest wielomian zmiennej czasowej stopnia *k*, który zapiszemy w postaci:

$$S_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \ldots + \beta_k t^k$$

- Funkcja taka nazywana jest **trendem deterministycznym**. Szczególnym przypadkiem takiej funkcji jest trend liniowy:

$$S_t = \beta_0 + \beta_1 t$$

Trend stochastyczny vs. trend deterministyczny



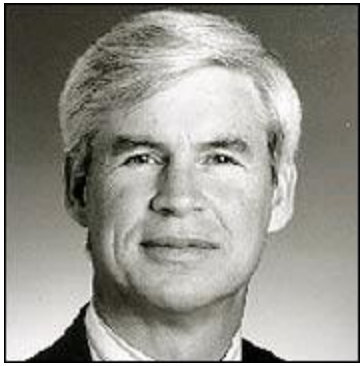
Komentarz

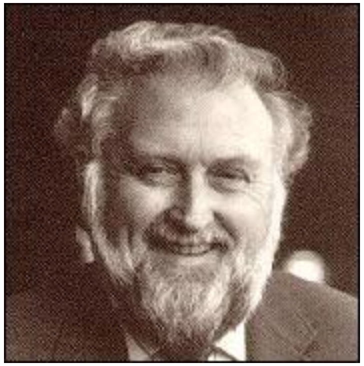
- Proces błądzenia przypadkowego (z dryfem lub bez) i trendy deterministyczne wydają się sensownym odzwierciedleniem wielu makroekonomicznych szeregów czasowych (może występować również ich kombinacja).

- Oba rodzaje procesów dają niestacjonarne szeregi o silnym trendzie. Nie jest więc zaskakujące, że regresje tego typu zmiennych względem siebie niemal zawsze dają istotne statystycznie wyniki (relacje).

- Zależność ta jednak (silna korelacja między nimi) może być wynikiem podobnego trendu, niezależnie od rzeczywistego występowania między nimi relacji regresyjnej.

Szwecja, Rok 2003





Dlaczego ci panowie są tak uśmiechnięci?...

„Stara Ekonometria”

Zmienna zależna = f (zmienne niezależne) + drobne odchylenia losowe

Ekonometria wyjaśnia relacje pomiędzy zmiennymi ekonomicznymi i pokazuje zależności w postaci formuł matematycznych

Opiera się na statystycznej analizie danych historycznych

Gospodarka narodowa, banki, journal of marketing...

„Nowa Ekonometria" W Autorskim Ujęciu Poetyckim

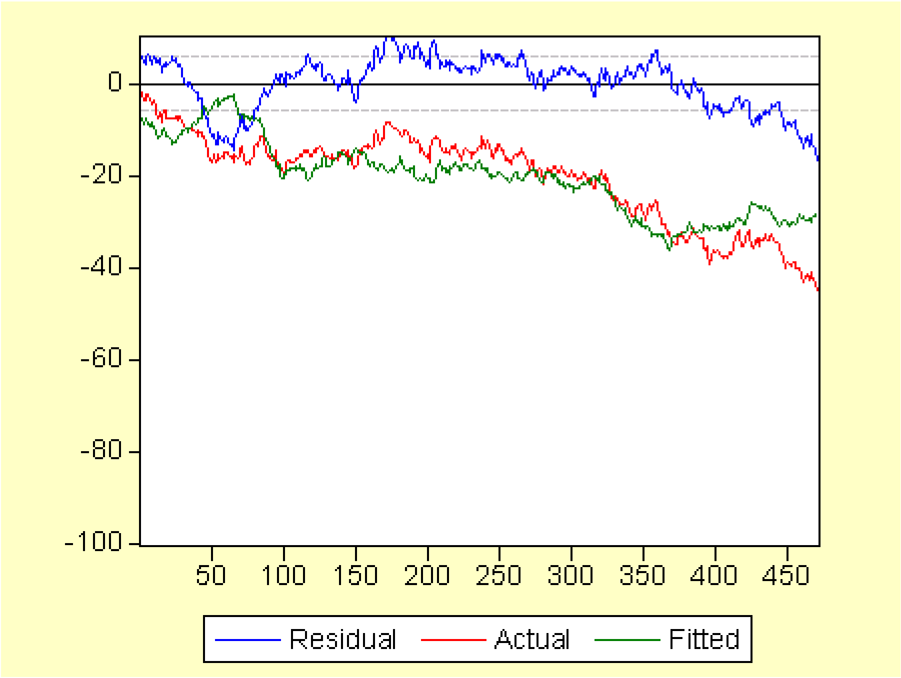
- Każda zmienna ma swoją duszę, coś co kieruje jej poczynaniami; to, co widzimy, to tylko ciało – fizyczna realizacja
- Tę duszę możemy odkryć...
- **Podstawą** do opisania rzeczywistości ekonomicznej jest jej **przeszłość**
- Występują **pozorne zależności** pomiędzy pewnymi zmiennymi ekonomicznymi. Należy ostrożnie postępować, żeby się wystrzec fałszywych wniosków!

Zinterpretujmy Model...

Dependent Variable: RW2
Method: Least Squares
Date: 14/12/07 Time: 07:03
Sample: 1 470
Included observations: 470

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RW1	0.725818	0.023532	30.84337	0.0000
C	-7.142068	0.503242	-14.19212	0.0000

R-squared	0.670263	Mean dependent var	-20.40957
Adjusted R-squared	0.669559	S.D. dependent var	9.850255
S.E. of regression	5.662324	Akaike info criterion	6.309792
Sum squared resid	15004.98	Schwarz criterion	6.327463
Log likelihood	-1480.801	F-statistic	951.3134
Durbin-Watson stat	0.044606	Prob(F-statistic)	0.000000

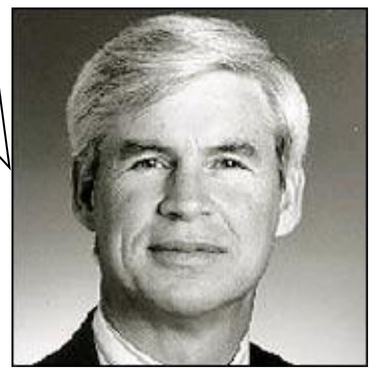


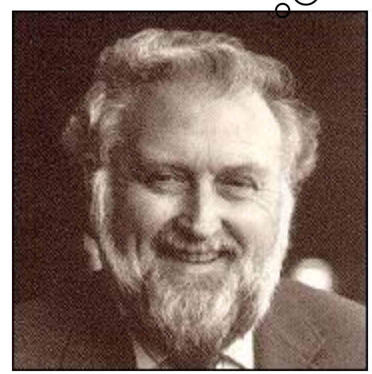
Jedynie wartość DW wskazuje, ze cos jest nie w porządku!

A Co Na To NOWA Ekonometria?

Młody Człowieku, nie zrobiłbyś tego błędu, badając stacjonarność!

Ha, ha, ha... Frajer!...





- Zmienne ekonomiczne przed modelowaniem trzeba odpowiednio przygotować!!!

Uwaga!

- Regresje dla szeregów czasowych niestacjonarnych (zawierających trend deterministyczny lub stochastyczny) często dają pozornie dobre wyniki.
- W ten sposób uniemożliwiają stwierdzenie, czy związki ekonomiczne wynikające z teorii są rzeczywiście poparte, czy tez nie, wynikami empirycznymi.
- **Analiza regresji ma sens jedynie dla danych, które nie podlegają trendowi.**
- **Ponieważ wszystkie ekonomiczne szeregi czasowe zawierają trend, należy go usunąć przed przeprowadzaniem analizy regresji.**

Regresje pozorne

- Własności statystyczne analizy regresji niestacjonarnych szeregów czasowych są na ogół wątpliwe.
- Dodatkowo występuje wysokie prawdopodobieństwo uzyskania istotnych wyników, nawet gdy w rzeczywistości one nie występują (regresje pozorne).
- Taka sytuacje nazywamy regresja pozorna (*spurious regression*).

Regresje pozorne: trend deterministyczny

Regresja trendu liniowego względem trendu kwadratowego:

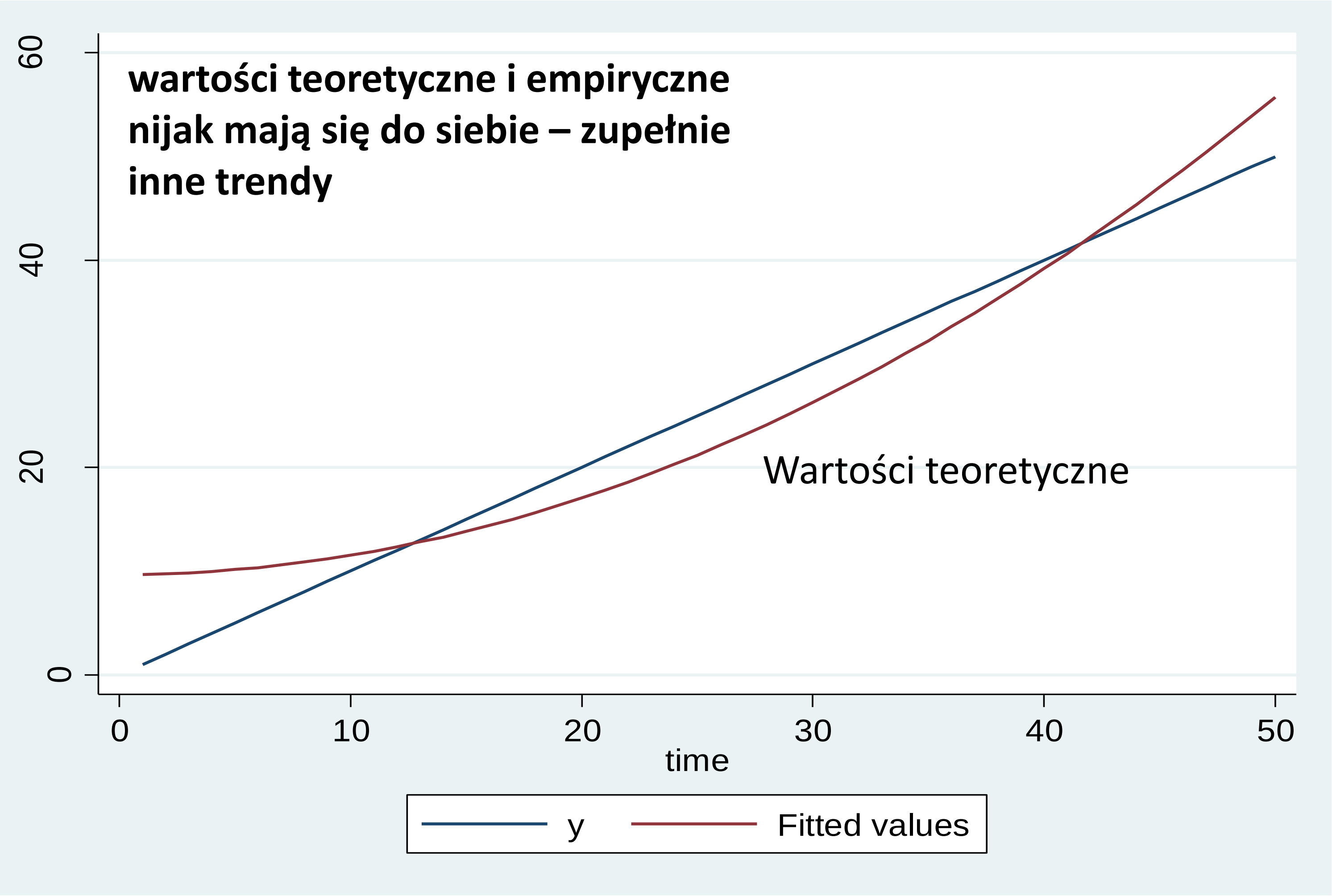
$y = 1, 2, 3, \ldots, n$

$x = 1, 4, 9, \ldots, n^2$

```
reg y x
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      50
-------------+------------------------------           F(  1,    48) =  750.29
       Model |  9786.41053     1  9786.41053           Prob > F      =  0.0000
    Residual |   626.08947    48  13.0435306           R-squared     =  0.9399
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9386
       Total |     10412.5    49       212.5           Root MSE      =  3.6116

------------------------------------------------------------------------------
           y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           x |   .0184289   .0006728    27.39   0.000     .0170761    .0197816
       _cons |   9.678832   .7710305    12.55   0.000     8.128571    11.22909
------------------------------------------------------------------------------

estat dwatson

Durbin-Watson d-statistic(  2,    50) =   .021547
```

Jedynie DW wskazuje, że coś jest nie w porządku!

Wartości teoretyczne vs. rzeczywiste



Regresje pozorne: trend stochastyczny

- **Eksperyment Newbolda i Davisa**
- Generujemy obserwacje dwóch **niezależnych** zmiennych niestacjonarnych;

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, \quad \varepsilon_{1t} \sim N(0,1)$$
$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \quad \varepsilon_{2t} \sim N(0,1)$$
$$Cov(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = 0$$

- Liczymy prostą regresję jednej zmiennej na drugą;

$$\varepsilon_{1t} \quad na \quad \varepsilon_{2t} \qquad oraz \qquad y_t \quad na \quad x_t$$

- Sprawdzamy istotność relacji ($test\ t$);
- Powtarzamy eksperyment odpowiednio dużą liczbę razy zapisując wyniki;
- **Przy poziomie istotności 5%** powinniśmy uzyskać istotny wynik w mniej więcej 5% przypadków

Wyniki dla 1000 powtórzeń

regresja zmiennych niestacjonarnych

regresja zmiennych stacjonarnych

	teoretyczne	e1 na e2	y na x
	statystyki t		
średnia	0,000	0,036	0,048
odch . std	1,021	1,015	4,849
skośność	0,000	-0,151	-0,214
kurtoza	3,125	3,482	3,845
5% percentyl	1,677	1,564	8,294
% 'istotnych' wyników	5,000	5,200	64,200
	statystyka DW		
średnia	2,000	1,994	0,313

- x, y generowane niezależnie, więc zależności między nimi w rzeczywistości nie ma;
- Tymczasem wyniki pokazują „istotną" zależność w 64% przypadków !!!
- Regresje te miały również bardzo niską (średnio 0,313) wartość statystyki DW wskazującą na silną dodatnią autokorelację reszt.

Regresje pozorne: trend stochastyczny

- **Eksperyment Newbolda i Davisa**
- Dla równania regresji, dla niestacjonarnych szeregów:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$$

- Pokazano, że statystyka:

$$t = \frac{b_2}{se(b_2)}$$

- nie ma rozkładu $t - Studenta$.
  - W ramach prostego eksperymentu Monte Carlo porównano wartości krytyczne testu dla powyższej regresji z wartościami teoretycznymi!

nie da się przeprowadzić wnioskowania przy użyciu standardowych statystyk testowych, jednak ***estymator MNK jest nadal estymatorem zgodnym***

Plan zajęć

- Stacjonarność, biały szum
- Random walk - błądzenie przypadkowe
- Trendy w szeregach czasowych
- Zmienne zintegrowane

Zmienne zintegrowane

- $\boldsymbol{zmienne\ zintegrowane}$:
  - **zmienne niestacjonarne**, które można sprowadzić do stacjonarności poprzez różnicowanie

- **Engle i Granger (1987)**
  - zmienna, która po zastosowaniu d-tych różnic staje się zmienną stacjonarną oznaczamy jako:

$$y_t \sim I(d)$$

  - mówimy, ze zmienna y_t jest zintegrowana rzędu d

Zmienne zintegrowane

- zmienne stacjonarne są zintegrowane rzędu 0:

$$y_t \sim I(0)$$

Zmienne zintegrowane

- przykład zmiennej niestacjonarnej: **błądzenie przypadkowe**

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

- różnicując zmienną y_t (odejmując od obu stron y_{t-1}):

$$\Delta y_t = \varepsilon_t \qquad \text{- biały szum, zmienna I(0)}$$

- wobec tego **błądzenie przypadkowe jest zmienną $I(1)$**

Uwaga 1!

Szereg nie musi być białym szumem (*white noise*), żeby być stacjonarnym!

Zmienne zintegrowane

- uważa się, ze znaczna część zmiennych makroekonomicznych jest $\boldsymbol{I}(\mathbf{1})$

- istnieją też zmienne ekonomiczne, które są $\boldsymbol{I}(\mathbf{2})$

- zmienne $\boldsymbol{I}(\mathbf{3})$ stanowią wśród zmiennych ekonomicznych rzadkość albo nie występują wcale

Uwaga 2!

- Uogólniajac, możemy wyróżnić dwa rodzaje niestacjonarności

1. błądzenie losowe z dryfem lub bez, tj. szereg przyrostowo-stacjonarny (*difference-stationary process*)

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

2. trend deterministyczny, tj. szereg trendo-stacjonarny (*deterministic non-stationarity, trend-stationary process*)

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$$

- **Oba rodzaje niestacjonarności związane są z występowaniem trendów, wymagają one odmiennej procedury potrzebnej do osiągniecia stacjonarności.**

Uwaga 2!

- Jeśli mamy powody by uważać, ze **szereg jest trendo-stacjonarny**, to właściwym podejściem jest regresja na trendzie liniowym, a następnie dalsza analiza na resztach pochodzących z tego równania.

- Jeśli natomiast wydaje się, ze szereg zawiera tylko **trendy stochastyczne**, to rozwiązaniem jest przeprowadzenie różnicowania – zwykle jednokrotnego, rzadziej dwukrotnego.

Uwaga 3!

- Jeśli pierwsze różnice policzymy **dla szeregu trendo-stacjonarnego** to, co prawda usuniemy w ten sposób niestacjonarnosc, lecz przy okazji wprowadzimy do błędu losowego strukturę ***MA(1)*** (moving average process)   -> o tym więcej na pozostałych zajęciach:

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$$

- w *t-1*:

$$y_{t-1} = \alpha + \beta(t-1) + \varepsilon_{t-1}$$

- Odejmując:

$$\Delta y_t = \beta + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

- powstała struktura MA (średniej ruchomej) **jest nieodwracalna (*non-invertible*)**, tj. nie można jej przedstawić w postaci procesu autoregresyjnego (o tym więcej na pozostałych zajęciach).
- **A zatem, y_t będzie posiadał w tym przypadku bardzo niepożądane własności.**

Uwaga 3!

- Podobną sytuację otrzymamy, jeśli spróbujemy usunąć trend liniowy za pomocą regresji zmiennej zawierającej trend stochastyczny.

Dziękuję za uwagę