Testowanie stacjonarności

Natalia Nehrebecka

 # 7

Plan zajęć

- Test Dickey-Fullera
- Rozszerzony test Dickey-Fullera
- Test KPSS

Test Dickey-Fullera

- najwcześniejszym i najpopularniejszym testem za pomocą którego badamy czy zmienna jest stacjonarna jest test Dickey-Fullera (test DF)

- model:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

$H_0: \beta = 1$ $- y_t$ jest błądzeniem przypadkowym, niestacjonarna

$\mathrm{H}_1: |\beta| < 1$ $- y_t$ jest zmienną stacjonarną AR(1)

- Brak podstaw do odrzucenia H_0 ⟹ zmienne w równaniu są niestacjonarne ⟹ nie można weryfikować bezpośrednio

Test Dickey-Fullera

- W celu wyeliminowania potencjalnej niestacjonarności zmiennej objaśnianej w regresji testowej, od obu stron równania odejmujemy y_{t-1} i w ten sposób otrzymujemy zróżnicowaną (*a więc potencjalnie stacjonarną*) zmienną objaśnianą.

$$\Delta y_t = (\beta - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$H_0: \rho = 0 \ - y_t$ jest niestacjonarna

$\mathrm{H}_1: \rho \in (-2,0) \ - y_t$ jest stacjonarna

Test Dickey-Fullera

- **problem**:

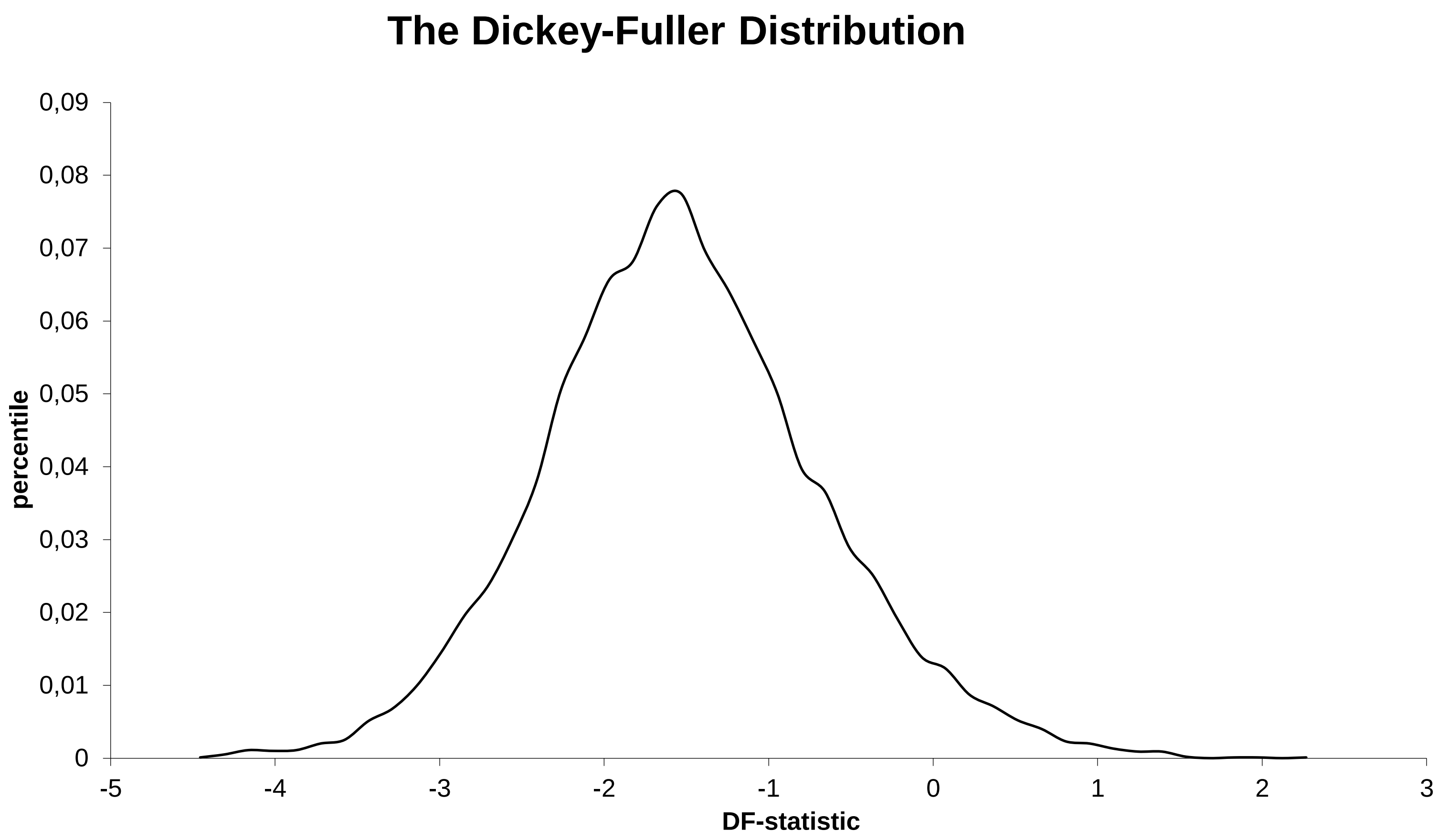
nie można używać statystki **t-Studenta** do testowania istotności parametru ρ ponieważ rozkłady statystyk testowych są niestandardowe jeśli w modelu zmienne niestacjonarne

$$\Delta y_t = (\beta - 1)y_{t-1} + \varepsilon_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Statystyka DF ma postać: $DF = t(\rho) = \frac{\hat{\rho}_{MNK}}{se(\rho)}$

- specjalne tablice z wartościami krytycznymi dla testu DF

Test Dickey-Fullera



Test Dickey-Fullera

- test DF przeprowadzamy w następujący sposób:

1. regresja Δy_t na y_{t-1}

2. porownujemy statystykę DF=t(ρ) dla y_{t-1} z wartościami krytycznymi testu DF:

a) wartość statystyki testowej < wartości krytycznej – odrzucamy H_0 o niestacjonarności

b) wartość statystyki testowej > wartości krytycznej – brak podstaw do odrzucenia H_0 o niestacjonarności y_t

Uwaga techniczna!

wielkości krytyczne rozkładu statystki DF są zawsze ujemne

Test Dickey-Fuller

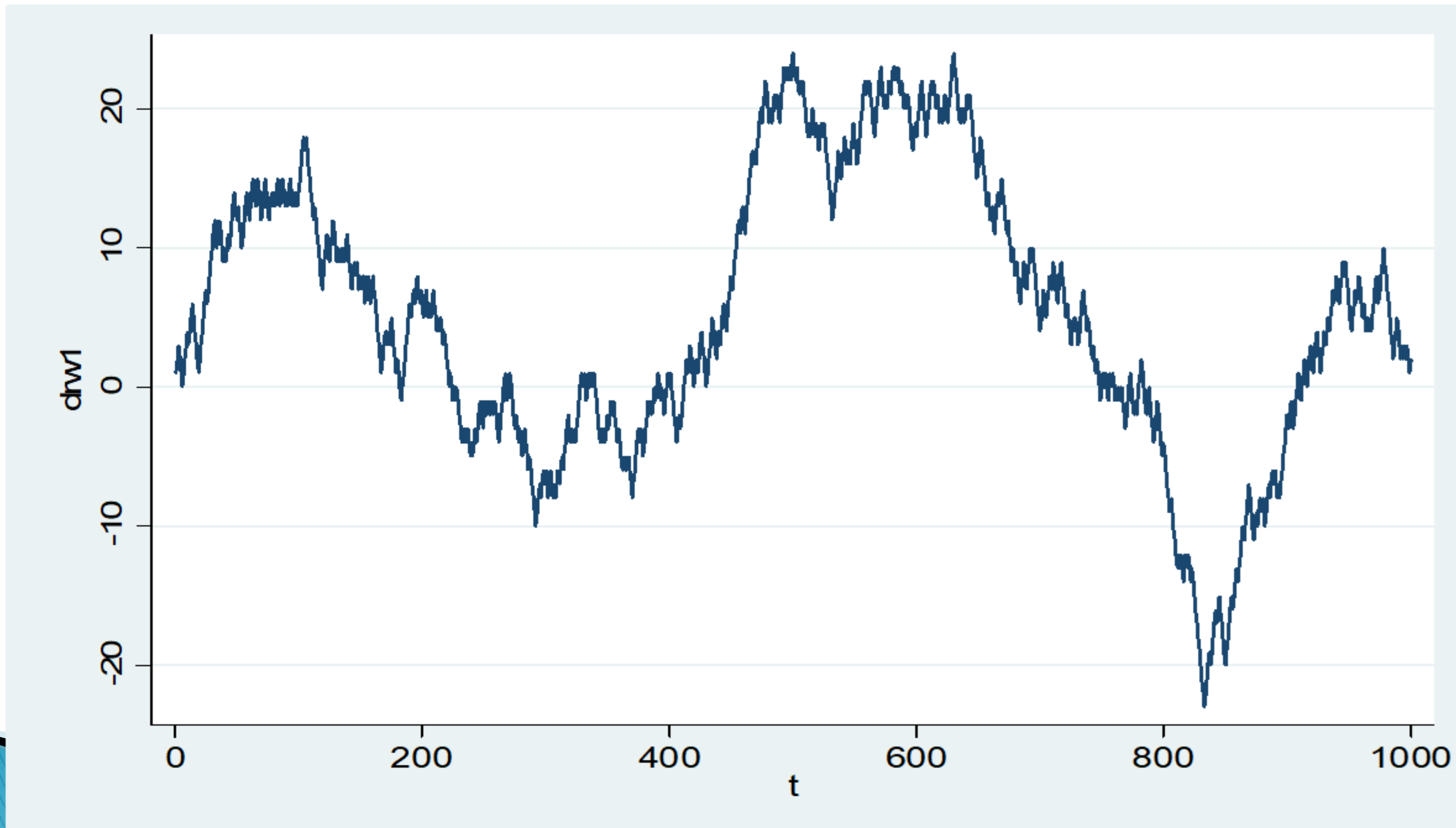
- Forma funkcyjna:
  - 1. bez stałej $$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$
  - 2. ze stałą $$\Delta y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$
  - 3. ze stałą i trendem $$\Delta y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

H_0: $y_t \sim zm.\, niestacjonarna\ (y_t\ jest\ przynajmniej \sim I(1))$

H_1: $y_t \sim zm.\, stacjonarna (y_t \sim I(0))$

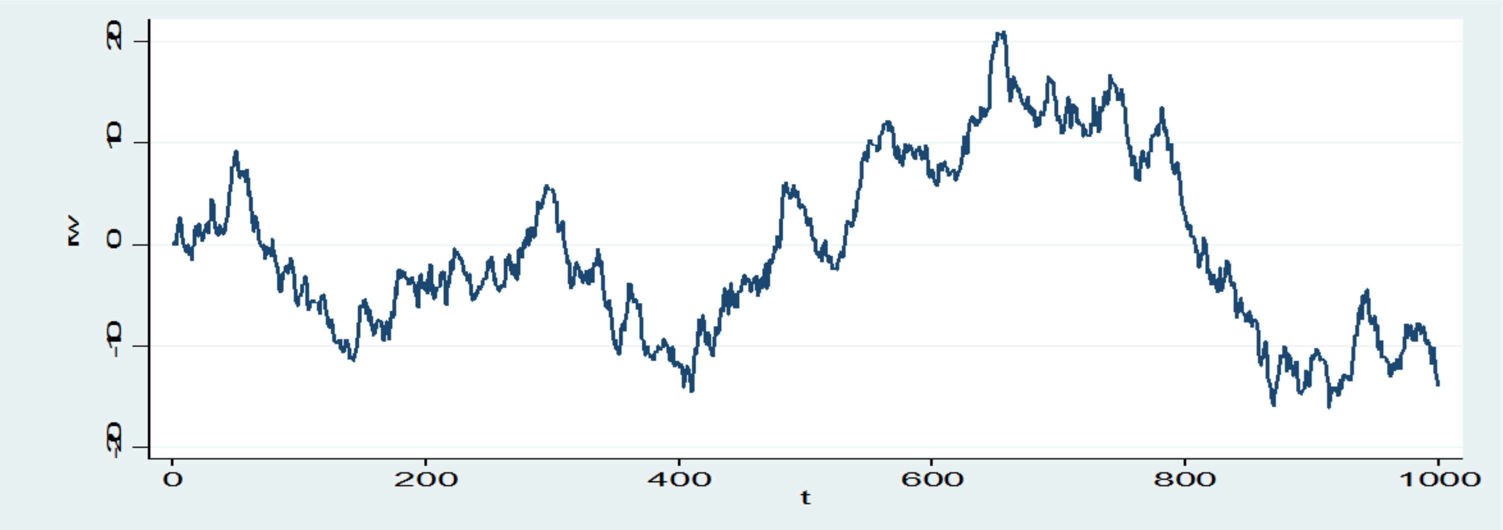
Test Dickey–Fuller

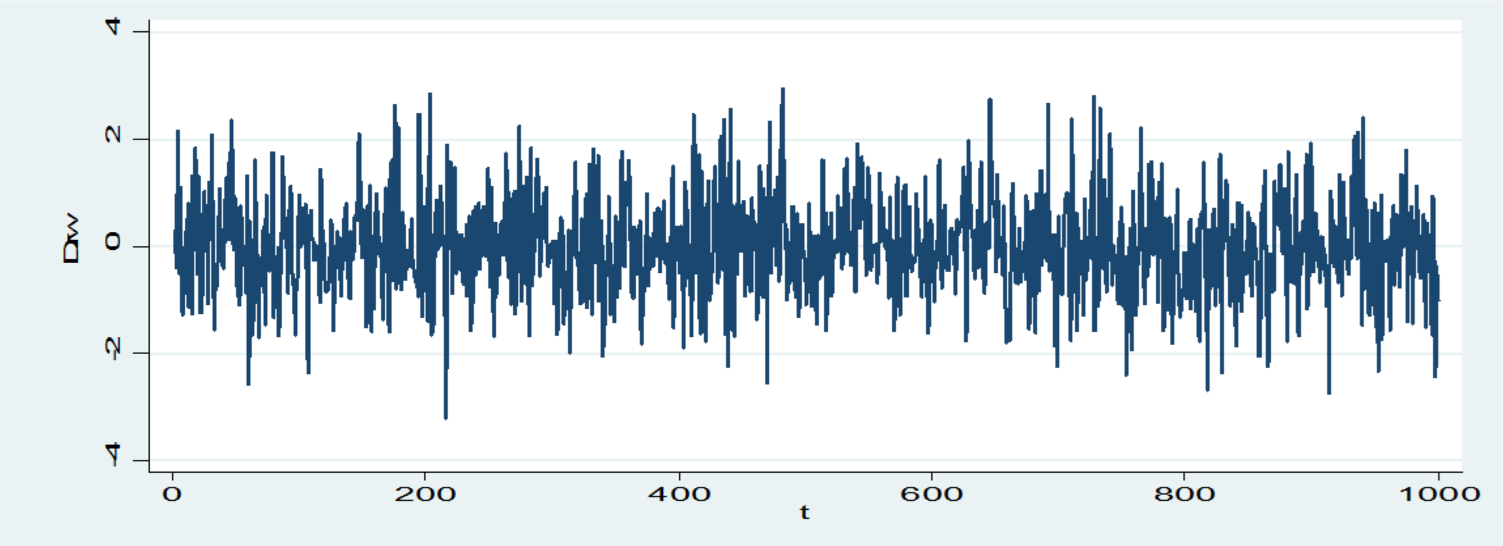
- Forma funkcyjna:
  - 1. bez stałej $$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$



$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

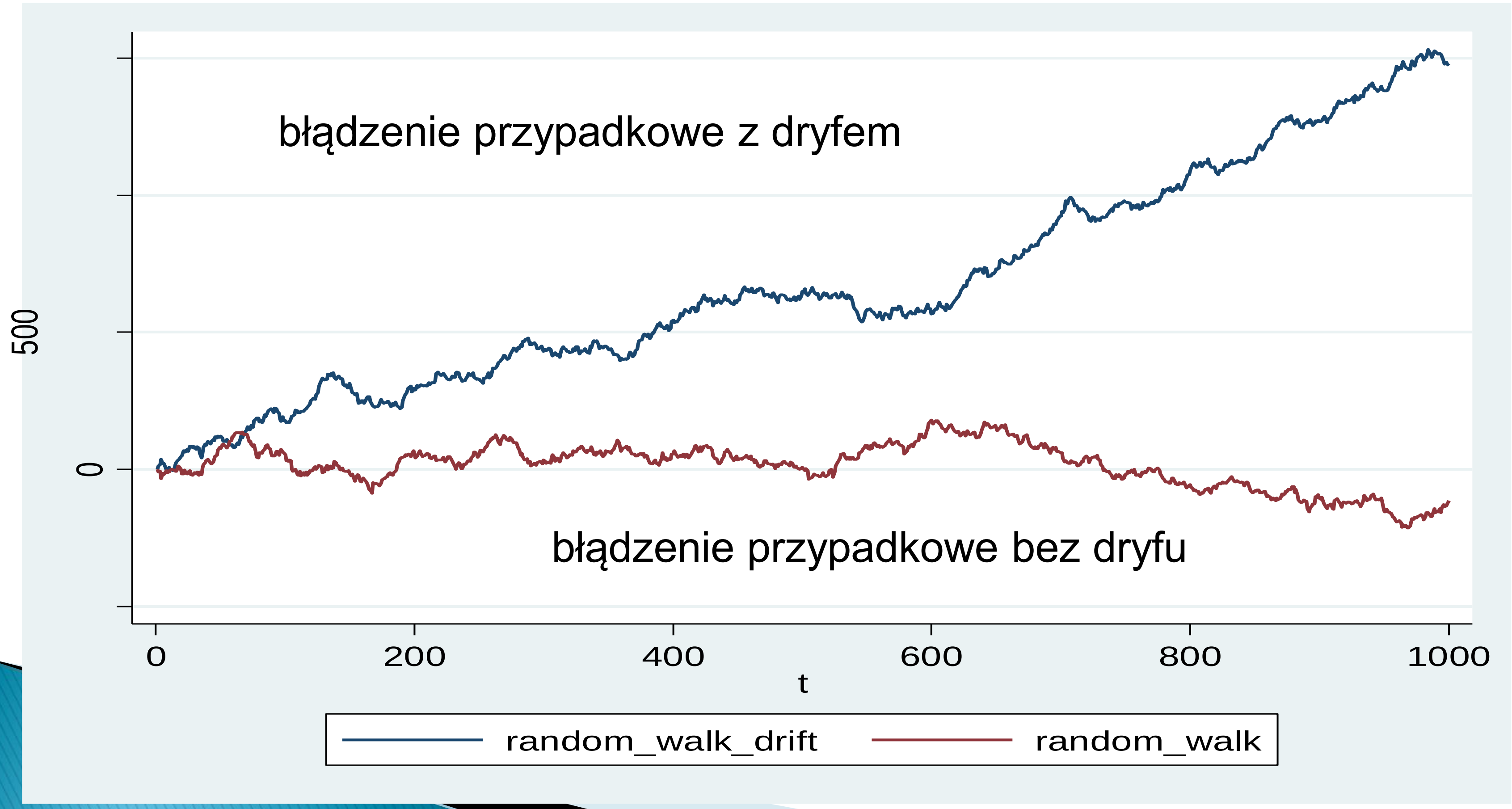
H_0: Random Walk, H_1: Stacjonarna wokół zera





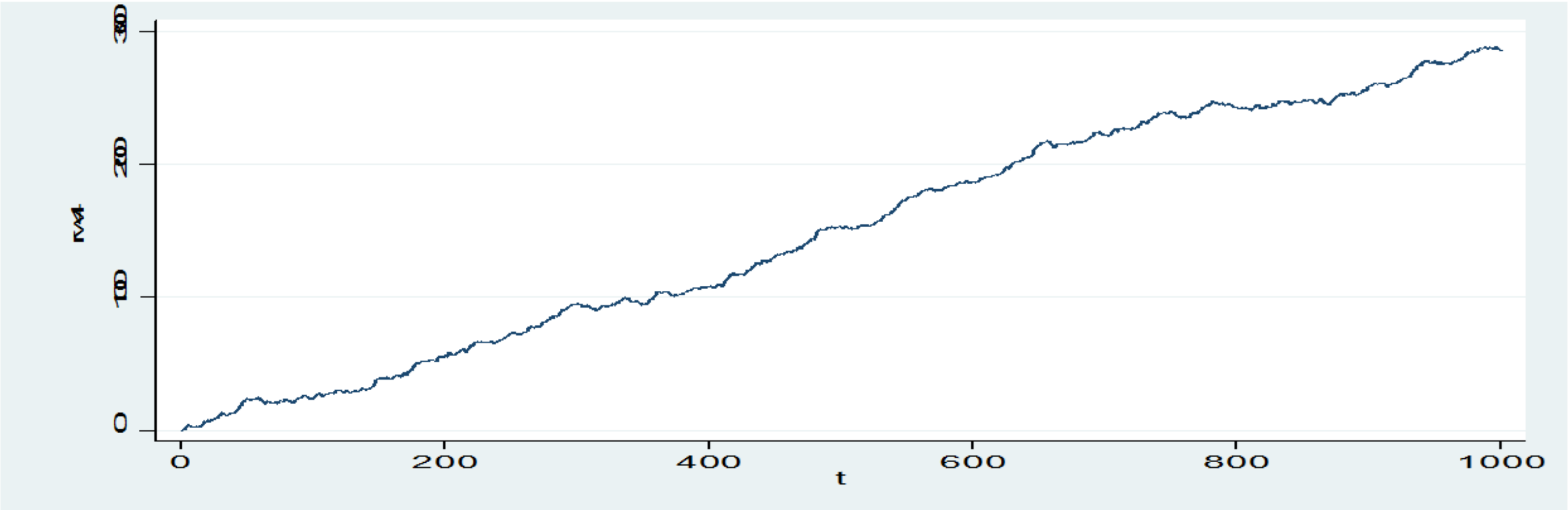
Test Dickey-Fuller

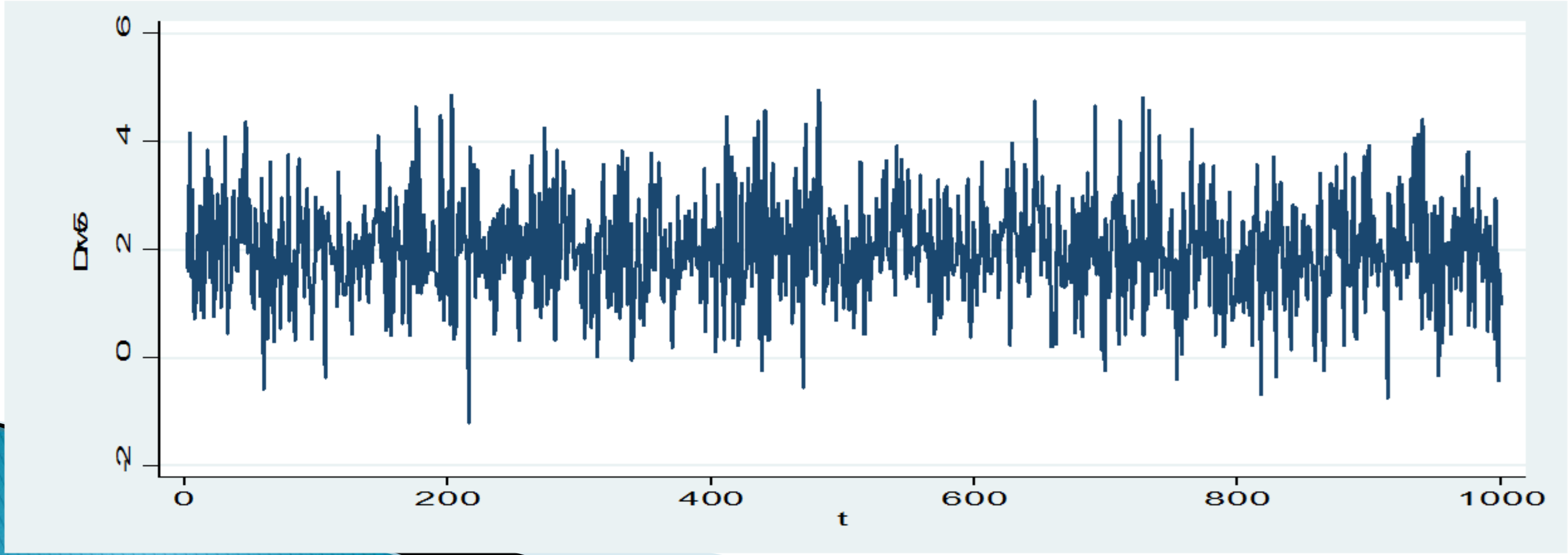
- Forma funkcyjna:
  - 2. ze stałą $$\Delta y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$



$$\Delta y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

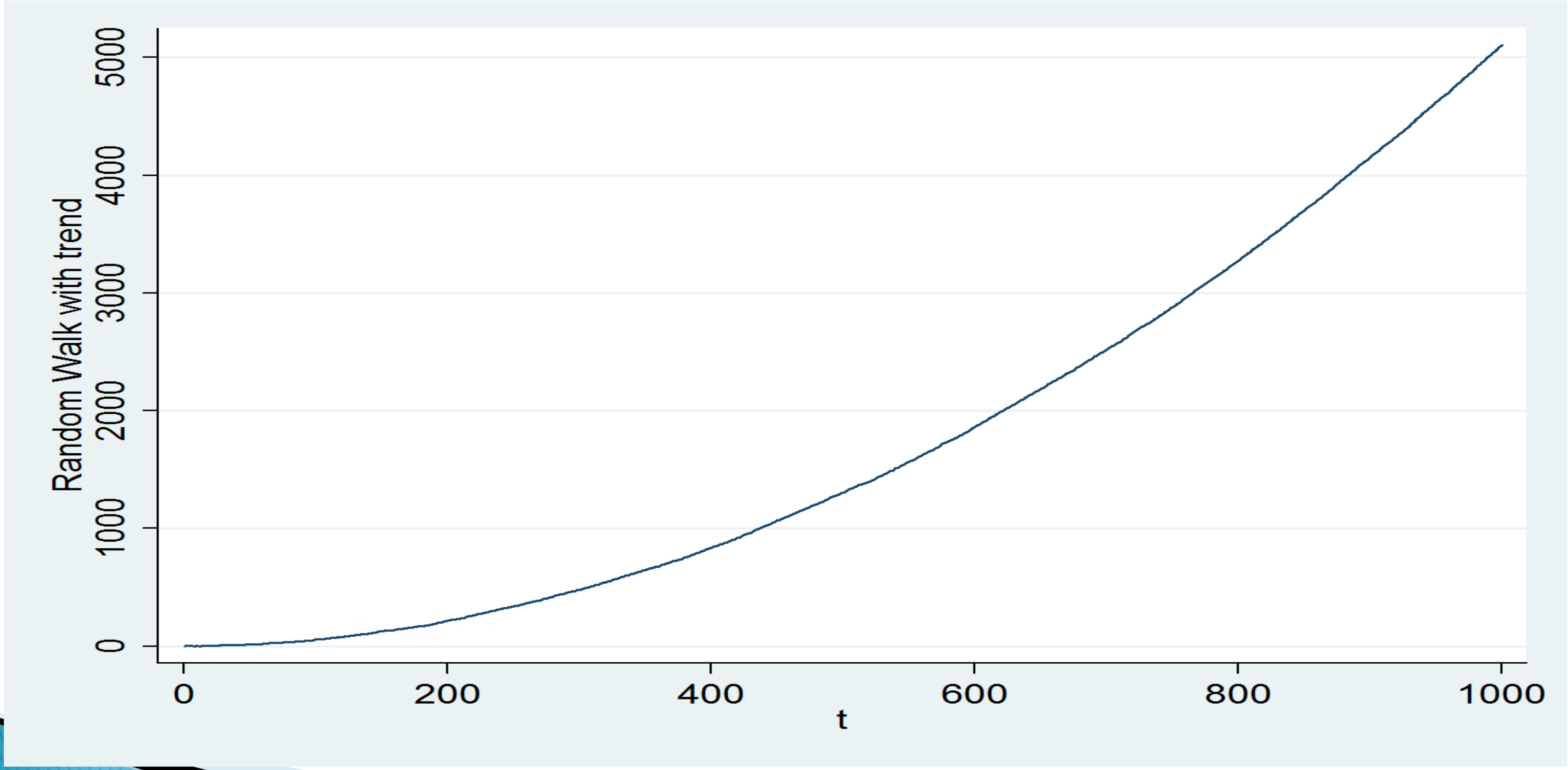
H_1: Stacjonarna wokół stałej ≠ 0





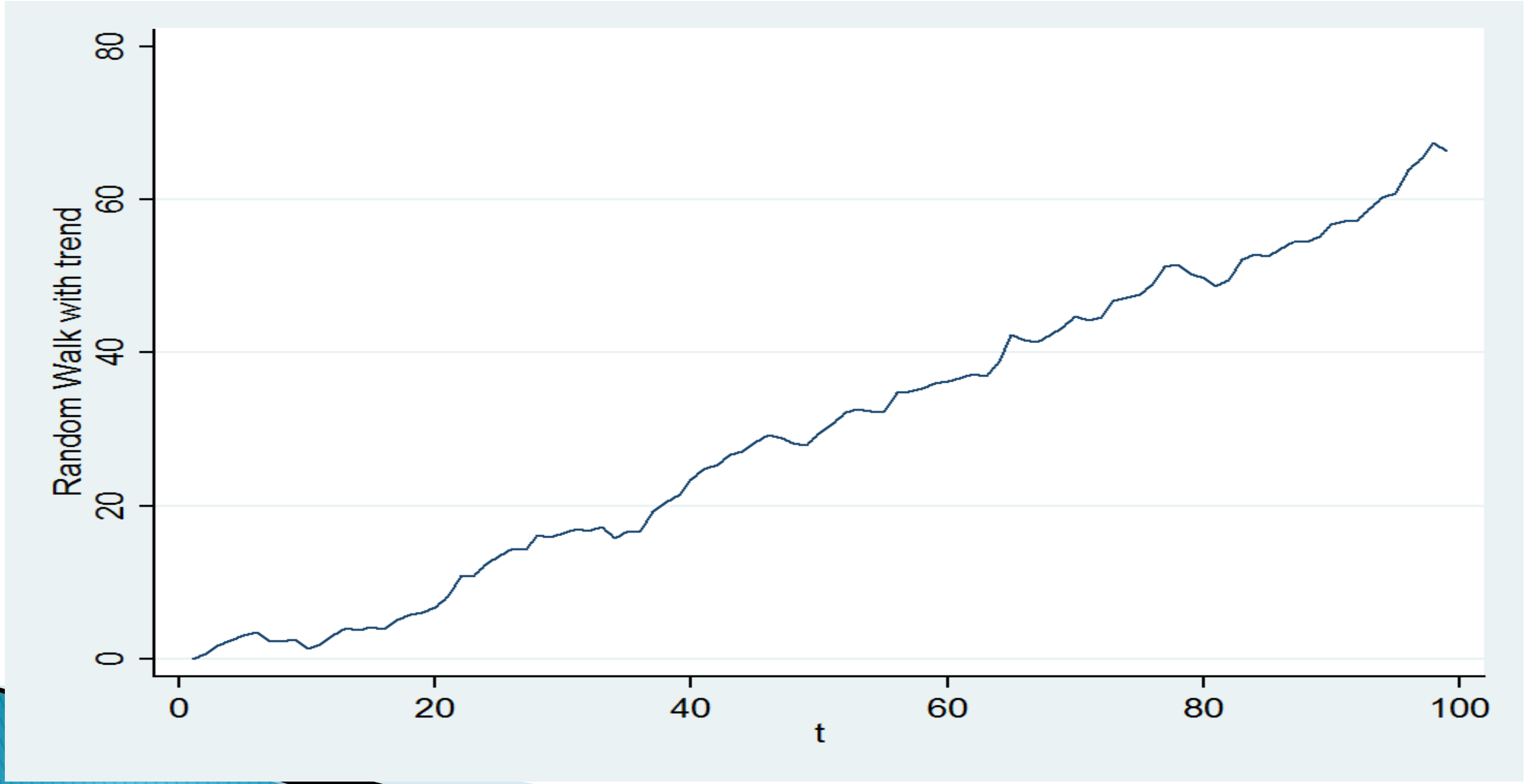
Test Dickey–Fuller

- Forma funkcyjna:
  - 3. ze stałą i trendem $$\Delta y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$



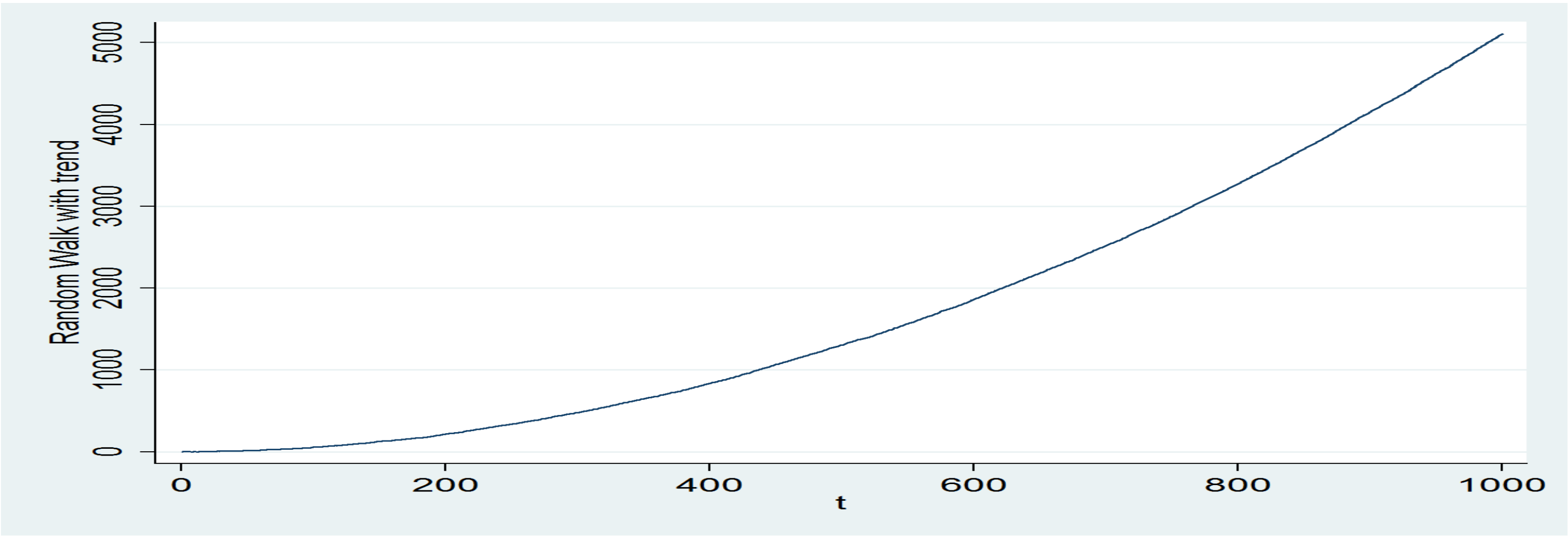
Test Dickey-Fuller

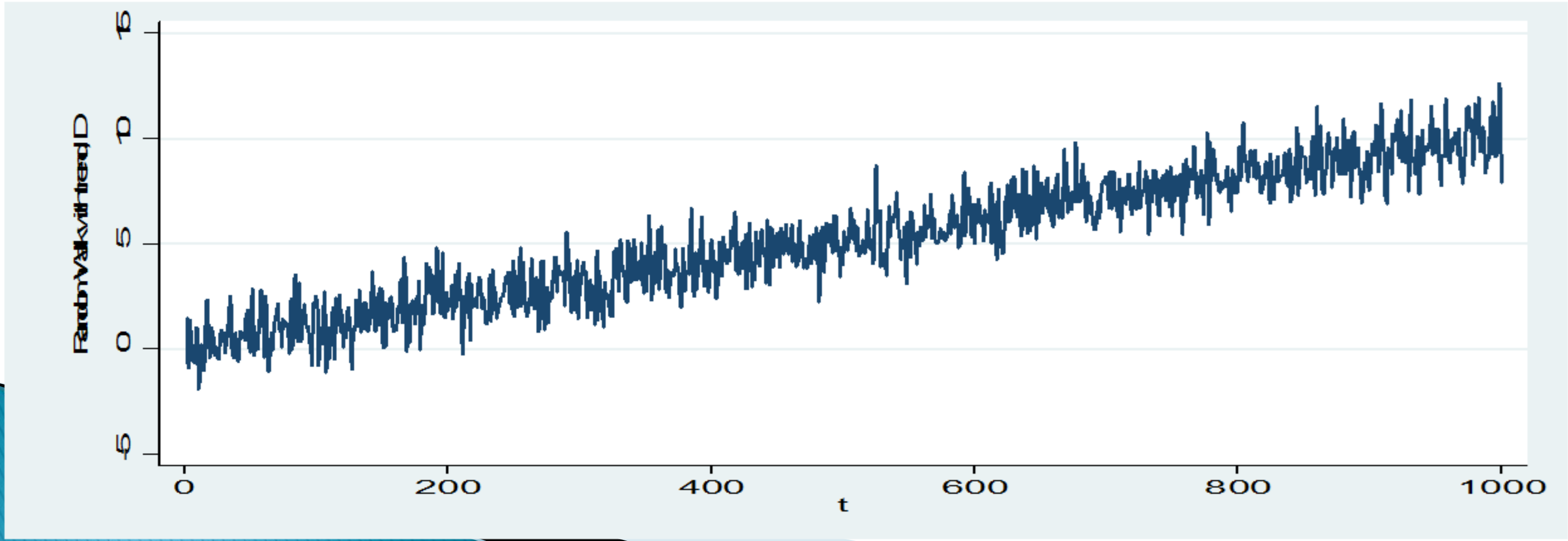
- Forma funkcyjna:
  - 3. ze stałą i trendem $$\Delta y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$



$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

H_1: Stacjonarna wokół trendu liniowego





Rozszerzony test Dickey-Fullera

- często reszty z regresji:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

wykazują ***silną autokorelację***

- rozszerzony test Dickey-Fullera (test ADF) różni się od standardowego testu DF rozszerzeniem regresji o dodatkowe elementy, których celem jest eliminacja autokorelacji reszt

Rozszerzony test Dickey-Fullera

- celem uzyskania statystyki testowej przeprowadzamy regresję:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

gdzie: $\sum_{i=1}^{k} \gamma_i \Delta y_{t-i}$ – rozszerzenie

- liczba opóźnień k dobieramy tak aby z reszt wyeliminować autokorelację

UWAGA! do oceny nie stosujemy testu DW (opóźniona zmienna objaśniana jako regresor...)

Rozszerzony test Dickey-Fullera

- Jeśli $\boldsymbol{k}$ jest zbyt ***małe***, wartości DF są niewłaściwe – zbyt często odrzucamy H_0.
- Jeśli $\boldsymbol{k}$ jest zbyt **duże**, moc testu DF jest mała – zbyt rzadko odrzucamy H_0.

- ***dobry wybór:*** zacząć od w miarę dużej liczby opóźnień i eliminować je kolejno, sprawdzając autokorelacje reszt – pozostawić jak najmniej opóźnień, ale na tyle dużo, aby nie występowała autokorelacja reszt.

- Stała $\boldsymbol{k}$ to najmniejsza liczba przy której reszty nie podlegają autokorelacji.

Wady - test Dickey-Fullera

- Słaba moc testu w przypadku **małej próby**

- Słaba moc testu w przypadku, gdy szereg jest stacjonarny, ale parametr β bliski 1;

$$y_t = \beta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

- Rozwiązaniem jest wykorzystanie testu KPSS

Test KPSS

- test KPSS (Kwiatkowski, Philips, Schmidt, Shin) testuje hipotezę zerową o stacjonarności zmiennej

- test KPSS oparty na modelu statystycznym: $y_t = \delta + \zeta_t + \varepsilon_t,$

Gdzie: $\varepsilon_t \sim IID\left(0, {\sigma_\varepsilon}^2\right);\ \ \zeta_t = \zeta_{t-1} + u_t;\ \ u_t \sim IID\left(0, {\sigma_u}^2\right);$

$$H_0 : \sigma_u^2 = 0,\ \text{zmienna } y_t \text{ jest stacjonarna}$$

$$H_1 : \sigma_u^2 > 0,\ \text{zmienna } y_t \text{ jest niestacjonarna}$$

- **hipotezę zerową odrzucamy** gdy **statystka testowa > wartości krytycznej**

- statystyka testowa dla testu KPSS zawsze >0

Dziękuję za uwagę