

$$egin{aligned} \mathbf{B}_{external} & oldsymbol{\odot} &
ightarrow & rac{\phi_0}{2} = \pi \ \ H_r = \sum_{< ij>} egin{bmatrix} a_{r_j}^\dagger & b_{r_j}^\dagger \end{bmatrix} egin{bmatrix} -t & t \ t & t \end{bmatrix} egin{bmatrix} a_{r_i} \ b_{r_i} \end{bmatrix} \end{aligned}$$