

Alcune definizioni IMPORTANTI

Alfabeto: è un insieme finito di elementi detti *simboli*.

ESEMPIO: $\Sigma = \{0, 1\}$ è un alfabeto denominato **binario**.

Stringa (o parola): è una sequenza di simboli $w := w_1, \dots, w_n \in \Sigma$

Linguaggio: dato un alfabeto Σ definiamo come linguaggio di Σ , indicato come Σ^* , l'insieme delle stringhe di Σ .

Lunghezza di una Stringa: data una stringa $w \in \Sigma$, definiamo la *lunghezza di w* come $|w|$ come la quantità di simboli presenti in w .

La *Concatenazione* tra una stringa $x := x_1 \dots x_n$ e una stringa $y := y_1 \dots y_m$ è la seguente operazione:

$xy := x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$. Essa **NON** gode della proprietà commutativa

Definiamo una **STRINGA VUOTA**, indicata con ϵ ossia l'unica stringa tale che:

$$\begin{aligned} |\epsilon| &= 0, \quad \forall w \in \Sigma^* \\ w \cdot \epsilon &= w \\ \Sigma^* \not\subseteq \emptyset &\implies \epsilon \in \Sigma^* \end{aligned}$$

Operazioni sui linguaggi

Dati Linguaggi $L_1, L_2, L_3 \subset \Sigma^*$, definiamo le seguenti operazioni:

- UNIONE:**

$$L_1 \cup L_2 = \left\{ w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \vee w \in L_2 \right\}$$

- INTERSEZIONE:**

$$L_1 \cap L_2 = \left\{ w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \wedge w \in L_2 \right\}$$

- COMPLEMENTO:**

$$\neg L = \left\{ w \in \Sigma^* \mid w \notin L \right\}$$

- CONCATENAZIONE:**

$$L_1 \circ L_2 = \left\{ xy \in \Sigma^* \mid x \in L_1, y \in L_2 \right\}$$

Esempio: $\Sigma = \{a, b\}$, $L_1 = \{a, ab, ba\}$, $L_2 = \{ab, b\}$ allora
 $L_1 \circ L_2 = \{aab, ab, abab, abb, baab, bab\}$

- POTENZA:**

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & \text{se } n = 0 \\ L \circ L^n = L^{n+1} & \text{se } n \geq 0 \end{cases}$$

DETERMINISMO

Un **AUTOMA** è una macchina progettata per eseguire una sequenza di operazioni o rispondere ad istruzioni predeterminate. Mantiene informazioni relative allo **stato** attuale dell'automa stesso ed agisce di conseguenza, passando da uno stato all'altro.

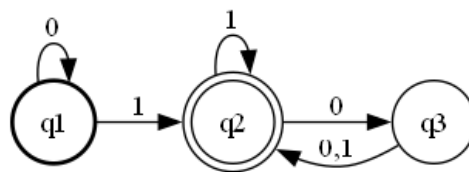
Uno **Stato di ACCETTAZIONE** è uno stato che accetta il risultato. Nell'esempio, q_2 , è lo stato di accettazione.

Deterministic Finite Automaton (DFA)

E' una quintupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ dove:

- Q è l'insieme finito degli **stati dell'automa**
- Σ è l'**alfabeto**
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ è la **funzione di transizione** degli stati
- q_0 è lo **stato iniziale** dell'automa
- $F \subseteq Q$ è l'insieme degli **stati accettati** dell'automa.

Consideriamo il seguente **esempio**:



In cui:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$ è l'insieme degli stati
- $\Sigma = \{1, 0\}$ è l'alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ è definita nel seguente modo:

δ	q_1	q_2	q_3
0	q_1	q_3	q_2
1	q_2	q_2	q_2

- q_1 è lo stato iniziale
- $F = \{q_2\}$ è lo stato di accettazione

DEF: sia $D := (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un DFA. Definiamo $\delta^* : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$ come **funzione di transizione estesa** di D , la seguente funzione ricorsiva:

$$\begin{cases} \delta^*(q, \epsilon) = \delta(q, \epsilon) = q \\ \delta^*(q, aw) = \delta^*(\delta(q, a), w), \text{ dove } a \in \Sigma, w \in \Sigma^* \end{cases}$$

DEF: sia $D := (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un DFA. Data una stringa $w \in \Sigma^*$, si dice che w è **ACCETTATA** da D se $\delta^*(q_0, w) \in F$. Ovvero che l'interpretazione di w termina su uno stato accettante.

Il **Linguaggio di un Automa** A , è indicato con $L(A)$ ed è l'insieme di stringhe accettate da A .

$$L(A) = \{w \in \Sigma^* \mid A \text{ accetta } w\}$$

La **Configurazione** di un DFA $D := (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, è la coppia $(q, w) \in Q \times \Sigma^*$. In pratica contiene lo stato attuale e lo stato successivo da visitare.

Relazione Estesa

Questa relazione binaria la posso **estendere** (\vdash_D^*). Considerando la chiusura riflessiva e transitiva. Mettendo quindi nuove relazioni tra stati.

- $(p, aw) \vdash_D (q, w) \implies (p, aw) \vdash_D^* (q, w)$
- $\forall q \in Q, w \in \Sigma^* (q, w) \vdash_D^* (q, w)$
- $(p, abw) \vdash_D (q, bw) \wedge (q, bw) \vdash_D (r, w) \implies (p, abw) \vdash_D^* (r, w)$

Il **Passo di Computazione** è la relazione Binaria: $(p, aw) \vdash_D (q, w) \iff \delta(p, a) = q$. Porta da una configurazione all'altra.

Un **LINGUAGGIO REGOLARE** è una classe che contiene un insieme di linguaggi riconosciuti dal DFA.