Pumping Lemma per i linguaggi Acontestuali

Sia L un linguaggio. Se $L \in CFL$, allora esiste un numero naturale $p \in \mathbb{N}$, detto **lunghezza del pumping**, tale che: Per ogni stringa $w \in L$ con $|w| \ge p$, esistono cinque sottostringhe $u, v, x, y, z \in \Sigma^*$ tali che:



e valgono le seguenti proprietà:

1. Ripetizione delle parti interne:

$$orall i \in \mathbb{N}, \quad uv^ixy^iz \in L$$

2. Non vuote:

$$|vy| > 0$$
 cioè $v \neq \varepsilon$ o $y \neq \varepsilon$

3. Bound sulla parte da ripetere:

$$|vxy| \leq p$$

In parole semplici:

- Se una stringa w è abbastanza lunga (almeno p), allora al suo interno ci sono due sezioni (v e y) che si possono ripetere qualsiasi numero di volte senza uscire dal linguaggio L.
- Almeno una delle due sezioni (v o y) è non vuota, quindi c'è un vero "pumping".
- L'insieme vxy che contiene le sezioni da ripetere è **limitato in lunghezza** a p, il che rende il lemma utile per ragionare su linguaggi infiniti.