

Grammatiche Acontestuali

Context-free Grammar (CFG)

Una *grammatica acontestuale* è una quadrupla (V, Σ, R, S) dove:

- V è l'insieme delle variabili della grammatica
- Σ è l'insieme dei terminali della grammatica
- R l'insieme delle produzioni o **regole** della grammatica
- $S \in V$ è la variabile iniziale della grammatica
- $V \cap \Sigma = \emptyset$, ovvero le variabili e i terminali sono tutti distinti tra di loro
- Le **regole** in R hanno la forma $A \rightarrow X$, dove $A \in V$, quindi è una variabile, e $X \in (V \cup \Sigma)^*$, ossia una stringa composta da una o più variabili e/o terminali.

Si definisce **acontestualità** poiché il lato sinistro delle regole della grammatica è composto sempre da una singola variabile.

Se in R esistono più regole $A \rightarrow X_1, X_2, \dots, A \rightarrow X_n$ definite sulla stessa variabile A , è possibile indicare tali regole con la seguente notazione contratta: $A \rightarrow X_1 \mid X_2 \mid \dots \mid X_n$

Produzione

Sia $G = (V, \Sigma, R, S)$ una CFG. Se u, v, w sono stringhe di variabili o terminali ed esiste la regola $A \rightarrow w$, allora la stringa uAv **produce** la stringa uwv , denotato come $uAv \Rightarrow uwv$.

$$u, v, w \in (V \cup \Sigma)^*, A \rightarrow w \in R \Rightarrow uAv \Rightarrow uwv$$

Quindi scrivere $X \Rightarrow Y$ vuol dire che **da X si può ottenere Y applicando una sola regola di produzione**. Puoi applicare la regola a **una variabile (non terminale)** che compare nella stringa.

Derivazione

Def. Sia $G = (V, \Sigma, R, S)$ un CFG. Date $u, v \in (V \cup \Sigma)^*$, diciamo che u deriva v , denotato come $u \xRightarrow{*} v$, se $u = v$ oppure se $\exists u_1, \dots, u_k \in (V \cup \Sigma)^*$ tali che: $u \Rightarrow u_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow u_k \Rightarrow v$

Partendo dalla stringa u , puoi ottenere la stringa v **applicando una sola regola di produzione** a una delle variabili in u , oppure più variabili.

Context-free Language (CFL)

Sia $G = (V, \Sigma, R, S)$ una CFG. Si definisce **Linguaggio acontestuale** generato da G , indicato come $L(G)$, l'insieme di stringhe derivate dalle regole di G tramite la variabile S :

$$L(G) = \{ w \in \Sigma^* \mid S \xRightarrow{*} w \}$$

Derivazione a Sinistra

Data una CFG $G = (V, \Sigma, R, S)$, si definisce la derivazione $S \xRightarrow{*} w$ come **derivazione sinistra** se ad ogni produzione interna alla derivazione viene valutata la variabile più a sinistra.

L'uso delle derivazioni a sinistra permette di fissare un "ordine", rimuovendo la maggior parte delle derivazioni multiple per una stessa stringa. Tuttavia, in alcune grammatiche possono esistere più di una derivazione a sinistra per la stessa stringa.

Grammatica Ambigua

In fine si definisce una grammatica G come **ambigua** se $\exists w \in L(G)$ tale che esistono almeno due derivazioni a sinistra per w .