Alcune definizioni IMPORTANTI

Alfabeto: è un insieme finito di elementi detti *simboli*.
ESEMPIO: $\sum = \{0, 1\}$ è un alfabeto denominato **binario**.

Stringa (o parola): è una sequenza di simboli $w := w_1, \dots w_n \in \sum$

Linguaggio: dato un alfabeto $\sum$ definiamo come linguaggio di $\sum$, indicato come $\sum^*$, l'insieme delle stringhe di $\sum$.

Lunghezza di una Stringa: data una stringa $w \in \sum$, definiamo la *lunghezza di* w come $|w|$ come la quantità di simboli presenti in w.

La *Concatenazione* tra una stringa $x := x_1 \dots x_n$ e una stringa $y := y_1 \dots y_m$ è la seguente operazione:
$xy := x_1 \dots x_n y_1 \dots y_m$. Essa **NON** gode della proprietà commutativa

Definiamo una ***STRINGA VUOTA***, indicata con ϵ ossia l'unica stringa tale che:

$$|\epsilon| = 0,\ \forall w \in \sum^*$$
$$w \cdot \epsilon = w$$
$$\sum^* \notin \emptyset \implies \epsilon \in \sum^*$$

Operazioni sui linguaggi

Dati Linguaggi $L_1, L_2, L_3 \subset \sum^*$, definiamo le seguenti operazioni:

- *UNIONE*:

$$L_1 \cup L_2 = \left\{ w \in \sum^* \mid w \in L_1 \vee w \in L_2 \right\}$$

- *INTERSEZIONE*:

$$L_1 \cap L_2 = \left\{ w \in \sum^* \mid w \in L_1 \wedge w \in L_2 \right\}$$

- *COMPLEMENTO*:

$$\neg L = \left\{ w \in \sum^* \mid w \notin L \right\}$$

- *CONCATENAZIONE*:

$$L_1 \circ L_2 = \left\{ xy \in \sum^* \mid x \in L_1, y \in L_2 \right\}$$

  Esempio: $\sum = \{a, b\},\ L_1 = \{a, ab, ba\},\ L_2 = \{ab, b\}$ allora $L_1 \circ L_2 = \{aab, ab, abab, abb, baab, bab\}$

- *POTENZA*:

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & se\ n = 0 \\ L \circ L^n = L^{n+1} & se\ n \geq 0 \end{cases}$$

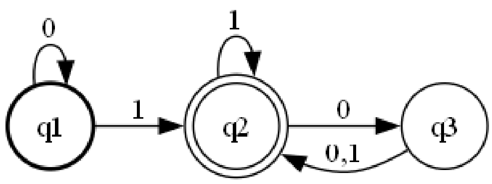
DETERMINISMO

Un *AUTOMA* è una macchina progettata per eseguire una sequenza di operazioni o rispondere ad istruzioni predeterminate. Mantiene informazioni relative allo **stato** attuale dell'automa stesso ed agisce di conseguenza, passando da uno stato all'altro.

Uno *Stato di ACCETTAZIONE* è uno stato che accetta il risultato. Nell'esempio, q_2, è lo stato di accettazione.

> Deterministic Finite Automaton (DFA)
>
> E' una quintupla $(Q, \sum, \delta, q_0, F)$ dove:
>
> - Q è l'insieme finito degli *stati dell'automa*
> - $\sum$ è l'*alfabeto*
> - $\delta : Q \times \sum \to Q$ è la *funzione di transizione* degli stati
> - q_0 è lo *stato iniziale* dell'automa
> - $F \subseteq Q$ è l'insieme degli *stati accettati* dell'automa.

Consideriamo il seguente **esempio**:



In cui:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$ è l'insieme degli stati
- $\sum = \{1, 0\}$ è l'alfabeto
- $\delta : Q \times \sum \to Q$ è definita nel seguente modo:

δ	q_1	q_2	q_3
0	q_1	q_3	q_2
1	q_2	q_2	q_2

- q_1 è lo stato iniziale
- $F = \{q_2\}$ è lo stato di accettazione

DEF: sia $D := (Q, \sum, \delta, q_0, F)$ un DFA. Definiamo $\delta^* : Q \times \sum^* \to Q$ come ***funzione di transizione estesa*** di D, la seguente funzione ricorsiva:

$$\begin{cases} \delta^*(q, \epsilon) = \delta(q, \epsilon) = q \\ \delta^*(q, aw) = \delta^*(\delta(q, \epsilon), w), \ dove\ a \in \sum, w \in \sum^* \end{cases}$$

DEF: sia $D := (Q, \sum, \delta, q_0, F)$ un DFA. Data una stringa $w \in \sum^*$, si dice che w è ***ACCETTATA*** da D se $\delta^*(q_0, w) \in F$. Ovvero che l'interpretazione di w termina su uno stato accettante.

Il ***Linguaggio di un Automa*** A, è indicato con $L(A)$ ed è l'insieme di stringhe accettate da A.

$$L(A) = \{w \in \sum^* \mid A\ accetta\ w\}$$

La *Configurazione* di un DFA $D := (\, Q,\ \sum,\ \delta,\ q_0,\ F\,)$, è la coppia $(q, w) \in Q \times \sum^*$. In pratica contiene lo stato attuale e lo stato successivo da visitare.

Relazione Estesa, Chiusura del passo computazionale

Questa relazione binaria la posso **estendere** $(\vdash_D{}^*)$. Considerando la chiusura riflessiva e transitiva. Mettendo quindi nuove relazioni tra stati.

- $(p, aw) \vdash_D (q, w) \implies (p, aw) \vdash_D{}^* (q, w)$
- $\forall q \in Q, w \in \sum^* (q, w) \vdash_D{}^* (q, w)$
- $(p, abw) \vdash_D (q, bw) \land (q, bw) \vdash_D (r, w) \implies (p, abw) \vdash_D{}^* (r, w)$

Il *Passo di Computazione* è la relazione Binaria: $(p, aw) = \vdash_D (q, w) \iff \delta(p, a) = q$. Porta da una configurazione all'altra.