3.6.1 Спектральный анализ электрических сигналов.

Александр Романов Б01-107

1 Введение

1.1 Цель работы

Изучить спектральный состав периодических электриче ских сигналов.

1.2 В работе используются

Анализатор спектра, генератор прямоугольных импульсов и сигналов специальной формы, осциллограф.

1.3 Идеи

1.3.1 Разложение сложных сигналов в ряд Фурье

При изучении линейных систем возникает необходимость представления произвольного сигнла $f(t)$ в виде ряда Фурье:

$$f(t) = \sum_n c_n e^{i\omega_n t}$$

Получим коэффициенты разложения в ряд Фурье для периодического колебательного процесса общего вида $f(t) = f(t+T)$, где T - период процесса. Покажем, что этом случае функция $f(t)$ может быть представленна бесконечной суммой гармонических колебаний с кратными частотами:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t} \tag{1}$$

Нетрудно видеть, что все слогаемые в этой сумме – периодические функции с периодом, кратным T и они полностью исчерпывают набор гармонических функций, удовлетворяющих $f(t) = f(t+T)$. Таким образом периодическая функция имеет дискретный спектр с кратными частотами. Спектр – то есть набор коэффициентов $\{c_n\}$ – можно найти следующим образом: домножим обе части равенста (1) на $e^{-im\omega_0 t}$ и проинтегрируем по времени t за период (Например, от 0 до T). Получим

$$\int_0^T f(t)e^{-im\omega_0 t}dt \sum_n c_n \int_0^T e^{i(n-m)\omega_0 t}dt$$

Вычислим интеграл в правой части:

$$\int_0^T e^{i(n-m)\omega_0 t}dt = \begin{cases} 0 & if\ n \neq m \\ T & if\ n = m \end{cases}$$

Таким образом получаем

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)e^{-in\omega_0 t}dt. \quad (2)$$

1.3.2 Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

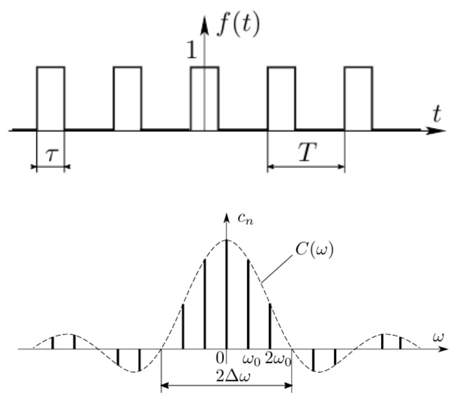

Рис. 1: Периодическая последовательность прямоугольных импульсов и её спектр(Для $\tau = \frac{T}{3}$).

Рассмотрим сигнал на рис 1 .

1.3.3 Периодическая последовательность цугов гармонических колебаний

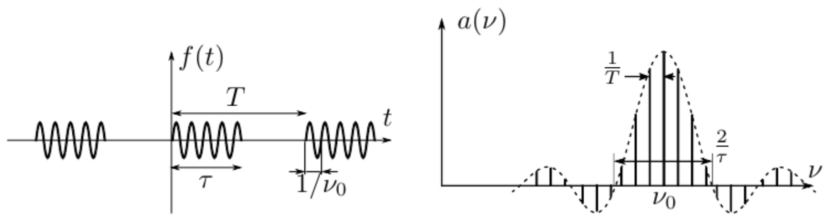

Рис. 2: Периодическая последовательность прямоугольных импульсов и её спектр.

Рассмотрим сигнал на рис 2. Это - цуги колебания $A_0 \sin(\nu_0 t)$ Снова пусть T кратно τ. Тогда Спектры последовательности идентичны прямоугольным импульсам, но сдвинуты на ν_0. Соотношения неопределённости остаются прежними:

$$\Delta\nu\tau \simeq 1$$

$$\delta\nu T \simeq 1$$

1.3.4 Амплитудно-модулированные колебания

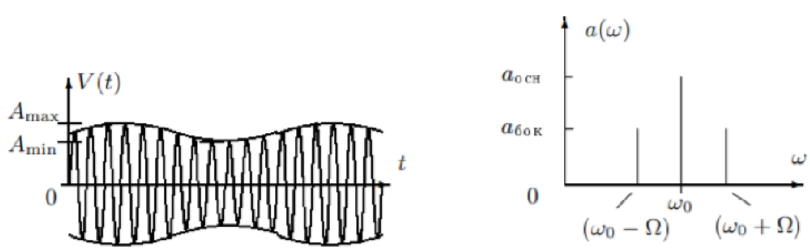

Рис. 3: Амплитудно-модулированный сигнал и его спектр.

Рассмотрим (Рис. 3) гармонические колебания высокой частоты ω_0, амплитуда которых медленно меняется по гармоническому закону с частотой $\Omega \ll \omega$.

$$s(t) = A_0 \left[1 + m \cos \Omega t\right] \cos \omega_0 t$$

Коэффициент m называется *глубиной модуляции*. При $m < 1$ амплитуда меняется от минимальной $A_{min} = A_0(1 - m)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + m)$. Глубина модуляции может быть представленна в виде

$$m = \frac{A_{max} - Amin}{A_{max} + A_{min}}.$$

Отсюда можно легко переписать уравнение сигнала как:

$$s(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 + \Omega) t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 + \Omega) t.$$

2 Работа

2.1 Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

Устанавливаем на генераторе прямоугольные импульсы с $\nu_{rep} = 1kHz$ и длительностью импульса $\tau = 100uS$. Получаем на экране спектр сигнала и, изменяя поочереди τ и ν_{rep} будем наблюдать как изменяется спектр.

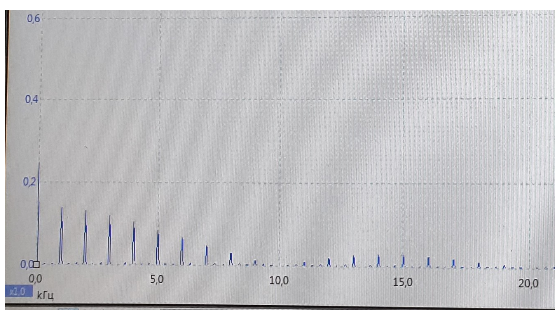

Рис. 4: Спектр при $\nu_{rep} = 1kHz, \tau = 100uS$

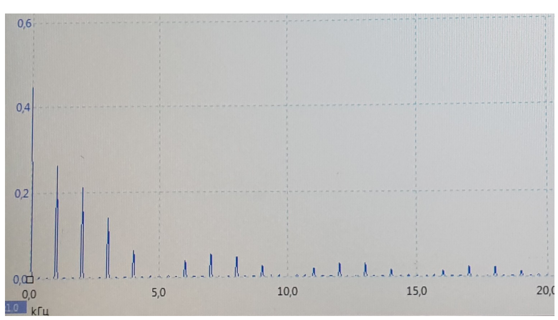

Рис. 5: Спектр при $\nu_{rep} = 1kHz, \tau = 200uS$

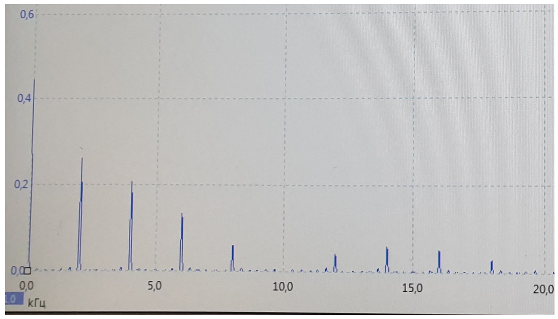

Рис. 6: Спектр при $\nu_{rep} = 2kHz, \tau = 100uS$

3 Выводы