

3.6.1 Спектральный анализ электрических сигналов.

Александр Романов Б01-107

1 Введение

1.1 Цель работы

Изучить спектральный состав периодических электрических сигналов.

1.2 В работе используются

Анализатор спектра, генератор прямоугольных импульсов и сигналов специальной формы, осциллограф.

1.3 Идеи

1.3.1 Разложение сложных сигналов в ряд Фурье

Для математического представления сложных периодических сигналов часто используют их представление в виде линейной комбинации синусов и косинусов (Разложение в ряд Фурье). Например, если функция некоторого сигнала s имеет частоту повторения $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, то её математическое представление может быть найдено в виде:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)$$

С коэффициентами:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos n\Omega t dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin n\Omega t dt$$

Каждую гармонику можно описать её амплитудой $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ и начальной фазой $\phi_n = \arctg(b_n/a_n)$

1.3.2 Периодическая последовательность прямоугольных импульсов

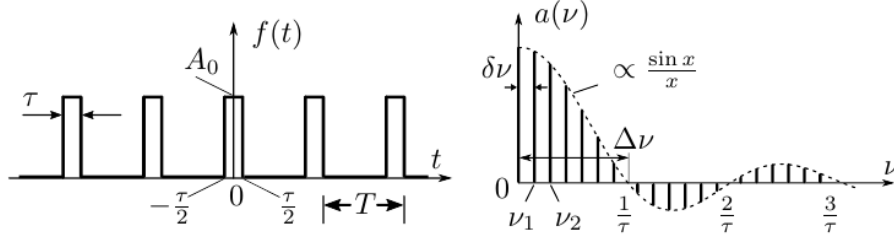


Рис. 1: Периодическая последовательность прямоугольных импульсов и её спектр.

Рассмотрим сигнал на рис 1. Введем величину $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - частота повторения импульсов. τ - длительность импульса. Сигнал чётный, поэтому в ряде ненулевыми будут только коэффициенты при косинусах:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A_o \cos(n\Omega t) dt = 2A_o \frac{\tau}{T} \frac{\sin(n\Omega\tau/2)}{n\Omega\tau/2} \sim 2A_o \frac{\tau}{T}$$

где A_0 - амплитуда сигнала. Огибающая зануляется при $n = \frac{2\pi}{\tau\Omega}$. Пусть T кратно τ . Введём величину $\Delta\nu$ - расстояние до первого нуля огибающей(характерная ширина спектра). И $\delta\nu$ - расстояние между двумя соседними спектральными пиками. Имеют место "соотношения неопределённости":

$$\Delta\nu\tau \simeq 1$$

$$\delta\nu T \simeq 1$$

1.3.3 Периодическая последовательность цугов гармонических колебаний

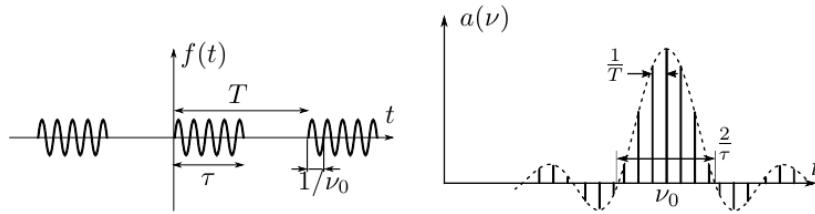


Рис. 2: Периодическая последовательность прямоугольных импульсов и её спектр.

Рассмотрим сигнал на рис 2. Это - цуги колебания $A_0 \sin(\nu_0 t)$ Снова пусть T кратно τ . Тогда Спектры последовательности идентичны прямоугольным импульсам, но сдвинуты на ν_0 . Соотношения неопределённости остаются прежними:

$$\Delta\nu\tau \simeq 1$$

$$\delta\nu T \simeq 1$$

1.3.4 Амплитудно-модулированные колебания

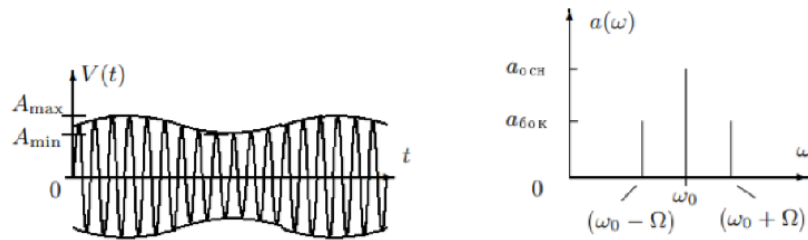


Рис. 3: Амплитудно-модулированный сигнал и его спектр.

Рассмотрим (Рис. 3) гармонические колебания высокой частоты ω_0 , амплитуда которых медленно меняется по гармоническому закону с частотой $\Omega \ll \omega$.

$$s(t) = A_0 [1 + m \cos \Omega t] \cos \omega_0 t$$

Коэффициент m называется *глубиной модуляции*. При $m < 1$ амплитуда меняется от минимальной $A_{min} = A_0(1 - m)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + m)$. Глубина модуляции может быть представлена в виде

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}.$$

Отсюда можно легко переписать уравнение сигнала как:

$$s(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 + \Omega) t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 - \Omega) t.$$

2 Работа

2.1 Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

Устанавливаем на генераторе прямоугольные импульсы с $\nu_{rep} = 1 kHz$ и длительностью импульса $\tau = 100 \mu s$. Получаем на экране спектр сигнала и, изменяя поочередно τ и ν_{rep} будем наблюдать как изменяется спектр.

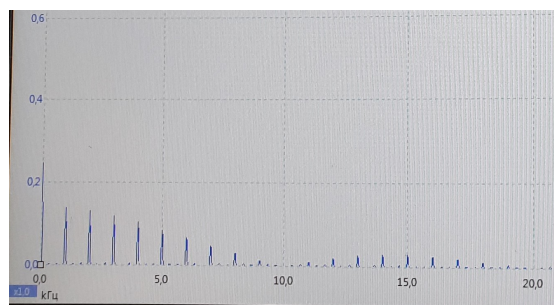


Рис. 4: Спектр при $\nu_{rep} = 1kHz, \tau = 100\mu S$

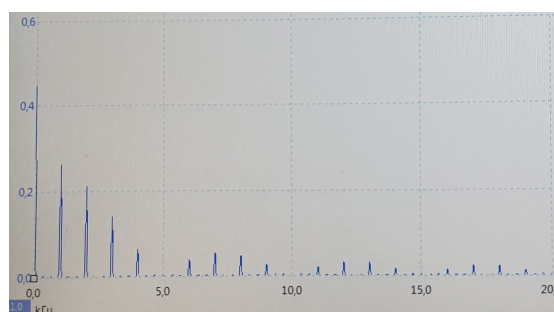


Рис. 5: Спектр при $\nu_{rep} = 1kHz, \tau = 200\mu S$

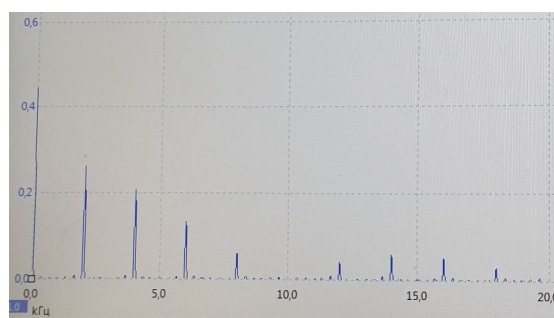


Рис. 6: Спектр при $\nu_{rep} = 2kHz, \tau = 100\mu S$

3 Выводы