몬테카를로 유전 알고리즘을 사용하여 축소된 탐색 공간에서 자산을 효율적으로 선택하는 방법에 관한 연구

A Study on the Efficient Selection of the Assets in the Reduced Search Space using Monte-Carlo Genetic Algorithm

저자 (Authors)	김정현, 이주홍 Jung-Hyun Kim, Ju-Hong Lee
출처 (Source)	한국지능시스템학회 논문지 30(1), 2020.2, 21-27(7 pages) Journal of Korean Institute of Intelligent Systems 30(1), 2020.2, 21-27(7 pages)
발행처 (Publisher)	한국지능시스템학회 Korean Institute of Intelligent Systems
URL	http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE09308136
APA Style	김정현, 이주홍 (2020). 몬테카를로 유전 알고리즘을 사용하여 축소된 탐색 공간에서 자산을 효율적으로 선택하는 방법에 관한 연구. 한국지능시스템학회 논문지, 30(1), 21-27
이용정보 (Accessed)	연세대학교 165.132.5.*** 2020/08/29 18:20 (KST)

Journal of Korean Institute of Intelligent Systems
Vol. 30, No. 1, February 2020, pp. 21-27
http://dx.doi.org/10.5391/JKIIS.2020.30.1.21

ISSN(Print) 1976-9172
ISSN(Online) 2288-2324

JKIIS

몬테카를로 유전 알고리즘을 사용하여 축소된 탐색 공간에서 자산을 효율적으로 선택하는 방법에 관한 연구

A Study on the Efficient Selection of the Assets in the Reduced Search Space using Monte-Carlo Genetic Algorithm

김정현·이주홍[†]
Jung-Hyun Kim, Ju-Hong Lee[†]

*인하대학교 컴퓨터공학과
*Dept. of Computer Engineering, Inha University

요 약

자산 선택을 통해 최적 포트폴리오를 구성하는 데 있어 포트폴리오의 대상이 되는 자산의 수와 포트폴리오를 구성하는 자산의 수에 따라 탐색 공간의 크기가 기하급수적으로 증가한다. 본 논문에서는 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 탐색 공간을 축소하고, 축소된 탐색 공간에서 유전 알고리즘을 통해 최적 포트폴리오에 근사하는 부최적 포트폴리오를 찾는 방법을 제안한다. 실험을 통하여 몬테카를로 유전 알고리즘으로 생성된 부최적 포트폴리오의 성능이 최적 포트폴리오에 근사함을 보이고, 실제 주식 시장에 적용하여 제안한 방법이 효과적임을 보였다.

키워드 : 몬테카를로 시뮬레이션, 유전 알고리즘, 포트폴리오, 몬테카를로 유전 알고리즘

Abstract

In selecting the optimal portfolio through asset selection, the size of the search space increases exponentially according to the number of assets that constitute the portfolio and the number of assets that constitute the portfolio. In this paper, we propose a method to reduce the search space through Monte Carlo simulation and find a suboptimal portfolio that approximates the optimal portfolio through a genetic algorithm in a reduced search space. Through experiments, we show that the performance of the suboptimal portfolio generated through the proposed method presented in this paper is close to the optimal portfolio and that the proposed method is effective for the real stock market.

Key Words : Asset selection, Genetic Algorithm, Portfolio, Monte-Carlo Genetic Algorithm

Received: May. 31, 2019
Revised: Nov. 7, 2019
Accepted: Dec. 20, 2019
[†]Corresponding authors
juhong@inha.ac.kr

1. 서 론

자산 선택(Asset Selection)이란 개별 자산들을 선택하여 포트폴리오를 구성하는 투자 전략을 말한다. 투자자는 다양한 자산으로 이루어진 포트폴리오를 구성함으로써 위험을 최소화하고 기대 수익률을 높이고자 한다. 자산 선택을 통한 최적 포트폴리오 구성은 n개의 자산 중 k개의 자산을 선택하는 조합 문제이며, 가능한 조합 중 샤프 지수(Sharpe ratio)[9]가 높은 포트폴리오를 최적 포트폴리오라고 할 수 있다. 이 때 n과 k의 값이 증가하면 가능한 조합의 수가 기하급수적으로 증가하기 때문에 가능한 모든 경우를 탐색하여 최적해를 찾는 것은 시간적으로 불가능하다.

유전 알고리즘은 이러한 조합최적화 문제를 해결하는 데 효과적인 메타 휴리스틱 알고리즘으로써, 제약 조건 하에서 조합최적화 문제의 최적해(optimum)를 찾는 다양한 분야의 연구에 활용되어 왔다[1-2]. 유전 알고리즘을 사용한 자산 선택에 관련된 기존 연구[4-8]들은 소규모 자산으로부터 최적 포트폴리오를 구성하는 데 유전 알고리즘이 효과적임을 보였으나, 실제 자산 시장과 같이 수천 개의 종목으로 이루어진 넓은 탐색 공간에서 최적 포트폴리오를 탐색할 때 발생하는 시간적 문제에 대해서는 다루지 않았다.

수천 개의 자산들로부터 자산 선택을 통해 최적 포트폴리오를 구성하는 일은 조합의 수를 고려하였을 때 사실상 불가능하며, 최적에 근사한 부최적 포트폴리오를 찾는 데에도 오랜 시간이 소요된다. 따라서 본 논문에서는 몬테카를로 유전 알고리즘(Monte-Carlo genetic algorithm) [14]을 통해 탐색 공간의 크기를

이 논문은 2019년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(2017R1D1A1B03028929).
This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea(NRF) funded by the Ministry of Education(2017R1D1A1B03028929).

효과적으로 축소하는 동시에 다양한 탐색 공간을 생성함으로써 지역 최적해(Local Optimal) 문제를 해결하고, 축소된 탐색공간으로부터 빠르고 효율적인 자산 선택을 가능케 하고자 하였다.

본 논문에서는 몬테카를로 유전 알고리즘을 사용하여 자산 선택에 걸리는 시간을 효과적으로 단축하는 방법에 대하여 제안한다. 먼저 대상 자산 집합으로부터 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo simulation)을 통해 탐색 공간을 축소하고, 축소된 탐색 공간으로부터 유전 알고리즘을 사용해 최적 포트폴리오에 근사한 부최적 포트폴리오를 생성한다. 또한 실험을 통하여 최적 포트폴리오와 부최적 포트폴리오의 성능을 비교함으로써 본 논문에서 주장하는 방법론이 효과적임을 증명한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장은 본 논문과 관련된 연구들을 소개하며, 3장은 본 논문이 제안하는 방법론이 서술되어 있다. 4장은 본 논문에서 진행한 실험이 서술되어 있다. 그리고 5장은 본 논문에 대한 결론이 서술되어 있다.

2. 관련 연구

Markowitz[3]는 포트폴리오의 수익을 극대화하고 위험을 최소화하기 위한 평균-분산 모델을 제시하여 자산 배분을 통한 최적 포트폴리오를 찾는 방법을 정립하였다. 이 모델은 리스크 대비 기대수익률이 높은 '효율적 프론티어' (efficeint frontier)를 찾는 비선형 최적화 문제로 표현되며, 투자자는 적정 리스크 수준에서 최대의 기대수익률을 갖는 포트폴리오를 선택한다.

Arnone[4]은 자산 선택에 유전 알고리즘을 적용함으로써 포트폴리오를 최적화하는 모델을 제시하였다. Markowitz의 평균-분산 모델을 리스크에 대한 제약 최소화 문제로 변환시킴으로써 유전 알고리즘을 통하여 자산 선택 문제를 해결하고자 하였다.

Skolpadungket[5]은 카디널리티, Floor, Round-lot과 같은 현실적인 제약 조건 하에서 최적 포트폴리오를 찾고자 하였다. Arnone이 제시한 유전 알고리즘 모델을 다양한 유전 알고리즘에 적용하였으며, Vector Evaluated Genetic Algorithm, Multi-Objective Genetic Algorithm, Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm 등 다양한 유전 알고리즘의 성능을 비교하였다.

Lin[6]은 최소 거래 단위 제약 조건을 적용한 포트폴리오 최적화 문제를 유전 알고리즘을 적용하여 해결하고자 하였다. Markowitz의 평균-분산 모델과, Target과 포트폴리오의 오차를 줄일 수 있는 Fuzzy Multi-Objective 의사 결정 모델을 활용하였으며 이 모델을 통해 빠른 시간 내에 효율적인 프론티어에 매우 근접하는 포트폴리오를 생성하는 것이 가능함을 보였다.

Soleimani[7]는 평균-분산 모델에 최소 거래 단위, 카디널리티, Sector capitalization 제약 조건을 추가한 제약 최적화 문제를 해결하기 위하여 유전 알고리즘을 사용하였으며, 이를 통해 다양한 제약 조건 하에서도 포트폴리오 최적화 문제를 효과적으로 해결할 수 있음을 보였다.

Bermúdez[8]는 카디널리티 제약 조건 하에서 효율적인 포트폴리오를 선택하기 위해 유전 알고리즘과 퍼지 순위 전략을 사용하였다. 주어진 포트폴리오의 기대 수익률에 대한 불확실성을 Fuzzy Quantity로 모델링하였고, Downside risk function을 사용하여 투자자가 회피하려 하는 위험을 표현하였다.

```
Psuedo-Code for Monte-Carlo Genetic Algorithm

N : Set of assets
n : Number of asset in N
P_m: Equally-Weighted(EW) Portfolio of m-assets

L ← set(), M ← set(), K ← set()

// Monte-Carlo simulation for reducing search space
for i = 1 to r :                                    // r : Integer (r ≪ n)
        P_m ← Random samples m-asset from N
        S(P_m) ← Calculates Sharpe Ratio of P_m
        Insert (P_m, S(P_m)) pair into L
end for
M ← Select t portfolios with high S(P_m) from L      // t : Integer (t ≪ r)

// Genetic Algorithm to approximates optimal EW portfolio
for each P_m in T :
        P_k , S(P_m) ← Find k-asset portfolios from P_m using Genetic Algorithm
        Insert (P_k, S(P_k)) pair into K
end for
K ← Select t′ portfolios with high S(P_k) from K     // t′ : integer

// Apply Optimal weights to P_ks in K
for each P_k in K:
        Calculates optimal weights of P_k
        Apply optimal weights to P_k
end for
return K
```

그림 1. 몬테카를로 유전 알고리즘의 의사 코드

Fig. 1. Pseudo code of the Monte-Carlo Algorithm

3. 제안 모델

몬테카를로 유전 알고리즘은 광범위한 탐색 공간에 대하여 전역 최적(Global Optimum)을 근사하는 경험적 전역 최적화 방법으로써[16], 본 논문에서 제시하는 알고리즘은 다음과 같은 세 단계로 이루어진다.

단계 1 : 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 탐색 공간을 축소한다. (몬테카를로 시뮬레이션)

단계 2 : 축소된 탐색 공간에서의 최적 균등배분 포트폴리오를 찾는다. (유전 알고리즘)

단계 3 : 최적 균등배분 포트폴리오를 최적배분 포트폴리오로 변환한다. (최적 배분 적용)

3.1 샤프 지수

샤프지수는 금융에서 위험 대비 투자수익을 평가하는 지표로써[9], 포트폴리오의 성과를 평가하는 데 사용된다. 포트폴리오의 샤프지수가

크다는 것은 해당 포트폴리오에 투자하였을 때 투자 위험 대비 기대할 수 있는 수익이 높음을 의미한다. 포트폴리오의 샤프지수 $S(P)$는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$S(P) = E(R_P)/\sigma_P^2 \tag{1}$$

$$E(R_P) = \sum_i w_i E(R_i) \tag{2}$$

$$\sigma_P^2 = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_{ij} \tag{3}$$

R_P는 포트폴리오 P의 수익률이며, R_i는 포트폴리오 P를 구성하는 자산 i의 수익률이다. w_i는 자산 i에 대한 가중치를 의미하며, σ_{ij}는 자산 i와 j의 공분산이다.

3.2 몬테카를로 시뮬레이션

n개의 자산으로 이루어진 자산 집합 N으로부터, m개의 자산을 무작위 추출하여 m-자산 균등배분 포트폴리오를 생성한다. 생성된 m-자산 균등배분 포트폴리오는 k-자산 포트폴리오를 탐색하기 위한 탐색 공간으로 사용된다. 최적에 근사한 k-자산 포트폴리오를 찾기 위해서는 m-자산으로 이루어진 탐색 공간 안에 최적에 근사한 k-자산 집합이 존재해야 할 것이다. 따라서 본 논문에서는 다음의 가설 1을 설정하였다.

가설 1. 포트폴리오 P의 샤프지수 $S(P)$보다 더 큰 샤프지수를 갖는, P의 부분집합으로 이루어진 포트폴리오가 충분히 존재한다. ($\forall P,\ \exists Q \subset P$ such that $S(Q) > S(P)$)

가설 1에 따르면 m-자산 포트폴리오의 샤프지수보다 큰 샤프지수를 갖는 부분집합인 k-자산 포트폴리오가 분명히 존재하므로, 이러한 k-자산 포트폴리오를 찾을 수 있다면 m-자산 포트폴리오의 샤프지수는 그 부분집합인 k-자산 포트폴리오의 샤프지수를 보장할 수 있다. 따라서 m-자산 포트폴리오의 샤프지수는 탐색 공간을 평가하는 척도로 사용될 수 있다. 가설 1은 4.1절에서 실험을 통해 검증하였다.

3.3 유전 알고리즘

유전 알고리즘[14]은 최적화 기법 중 하나로, 자연 유전학과 자연 선택의 원리를 기초로 하는 최적화 기법이다. 문제에 대해 가능한 해들을 나열한 뒤, 복제 및 도태, 교체, 돌연변이를 통해 점차 변화시켜 높은 적합도를 갖는 해들을 나열한다. 경사(Gradient)를 계산하지 않고 목적함수의 값만을 사용하기 때문에 비볼록(Nonconvex) 설계공간의 문제를 해결하는 데 적합하다[15].

최적 포트폴리오는 높은 샤프지수를 갖는 포트폴리오이며, 따라서 최적 포트폴리오를 찾는 문제는 샤프 지수를 최대화하는 최적화 문제로 표현 가능하다. 유전 알고리즘은 작은 탐색 공간에서 최적 포트폴리오에 빠르게 근사한다는 것이 이전 연구[4-8]들을 통해 실험적으로 증명되었다. 따라서 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 축소된 탐색 공간에 유전 알고리즘을 사용하여 최적에 근사하는 포트폴리오를 빠르게 탐색한다. 유전 알고리즘의 모델은 식(4)-(6)와 같다.

$$F = \max S(P_k) \tag{4}$$

$$g = (c_0, c_1, \ldots, c_m) \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_i = k \begin{cases} 1 & \text{if asset } i \in P_k \\ 0 & \text{else} \end{cases} \tag{6}$$

목적함수 F는 포트폴리오 P_k의 샤프지수 $S(P_k)$를 최대화한다. g는 염색체로, m개의 c_i로 이루어진 벡터이다. c_i는 이진 변수로써 자산 i가 포트폴리오 P_k에 속하면 1, 속하지 않으면 0의 값을 가지며 합은 k이다. k는 포트폴리오를 구성하는 자산 집합의 크기(cardinality)에 대한 제약조건이다. 즉, 염색체 g는 m개 자산 집합 중 k개의 자산을 선택한 k-자산 균등배분 포트폴리오이다.

유전 알고리즘의 선택(selection) 연산에서는 샤프지수 상위 50% 이상인 각 염색체에 대해 집단(population) 내의 무작위의 염색체를 선택한다. 선택된 한 쌍의 염색체에 대해 교차(crossover) 연산을 통해 자식 해를 생성하고, 생성된 자식 해에 대하여 돌연변이(mutation) 연산을 수행한다. 교차연산은 단일점 교차(single-point crossover) 방식으로 이루어지며, 돌연변이 연산은 각 유전자에 대해 비트 플립(bit-flip mutation) 방식으로 이루어진다. 수선(Repair) 연산에서는 생성된 자식 해의 제약 조건을 검사한다. $\sum c_i < k$일 시 $c_i = 0$인 무작위 c_i의 값을 1로 변환하고, $\sum c_i > k$일 시 $c_i = 1$인 무작위 c_i의 값을 0으로 변환하여 자식 해가 식(6)의 제약조건을 만족할 때까지 반복한다.

3.4 최적 배분의 적용

몬테카를로 시뮬레이션을 통한 차원 축소 후 유전 알고리즘을 통해 얻은 k-자산 균등배분 포트폴리오에 최적 배분을 적용하였다. 최적 배분의 적용에는 다음의 가설 2를 전제하였다. 가설 2는 실험 4.2를 통해 검증하였다.

가설 2. 동일한 자산으로 이루어진 균등배분 포트폴리오와 최적배분 포트폴리오의 샤프지수는 상관관계가 높다.

4. 실험

본 논문에서는 KOSPI, KOSDAQ의 주식 일일 종가 데이터를 이용하여 몬테카를로 유전 알고리즘의 성능을 평가하였다. 실험에 사용된 데이터는 두 종류로, 2011년 1월 1일부터 2011년 12월 31일까지의

KOSPI 100개 종목 데이터와 2017년 9월 1일부터 2018년 8월 31일까지의 KOSPI, KOSDAQ 1954개 종목 데이터를 사용하였다. 실험은Intel i5-2500 3.3Ghz CPU, 16GB RAM, Windows 10의 환경에서 Python 3.7을 이용하여 진행하였다.

4.1 가설 1 검증 실험

가설 1의 검증을 위한 실험은 다음과 같이 진행되었다. 먼저 KOSPI 100개 종목으로부터 무작위 추출을 통해 10-자산 균등배분 포트폴리오(P)를 2,000개 생성하였다. 생성된 각 10-자산 포트폴리오별로, 포트폴리오를 구성하는 10개 자산으로부터 조합 가능한 모든 5-자산 포트폴리오(Q)를 생성하였다(${}_{10}C_5$=252개) 이후 각 10-자산 포트폴리오의 샤프 지수와 그로부터 생성된 5-자산 포트폴리오들의 샤프 지수를 비교하였다. 실험 결과 10-자산 포트폴리오의 샤프지수보다 큰 5-자산 포트폴리오가 충분히 많음을 확인함으로써 가설 1을 실험적으로 검증하였다.

4.2 가설 2 검증 실험

동일 자산으로 이루어진 균등배분 포트폴리오와 최적배분 포트폴리오의 샤프지수 상관관계를 보이기 위해 다음과 같은 실험을 진행하였다. 먼저 100개 자산에 대하여, $k=5,10,15,20$ 인 k-자산 균등배분 포트폴리오를 만들고 샤프지수를 계산한 뒤, 각 균등배분 포트폴리오에 대응하는 최적배분 포트폴리오의 샤프지수를 계산하였다. 이후 균등배분의 샤프지수와 최적배분의 샤프지수 사이의 상관관계를 확인하였다. 실험 결과 동일 자산으로 이루어진 균등배분 포트폴리오의 샤프지수와 최적배분 포트폴리오의 샤프지수 간에는 양의 상관관계가 나타남을 확인함으로써 가설 2를 실험적으로 검증하였다.

4.3 몬테카를로 시뮬레이션의 탐색공간 축소 효과

몬테카를로 시뮬레이션으로 축소한 탐색공간을 사용하는 것이 유의미한 성능의 향상을 이끌어내는지 확인하기 위해 5-자산 포트폴리오에 대하여 다음의 실험을 진행하였다. 먼저 100개 주식을 대상으로 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 축소된 공간에서 5-자산 균등배분 포트폴리오를 생성하였다. 축소된 탐색 공간의 크기는 m =10으로, 탐색 공간의 수는 r=2,000으로, 상위 샤프지수 선택은 t=100개로 설정하였다. 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 선택된 각각의 10-자산 균등배분 포트폴리오로부터 5-자산 균등배분 포트폴리오를 모두 생성하여 총 25,200개의 5-자산 포트폴리오를 생성하였다(A) 비교를 위해 무작위 추출을 통해 5-자산 균등배분 포트폴리오(B)를 25,200개 생성한 뒤, A와 B의 샤프 지수 통계량과 순위를 비교하였다. A의 평균, 최대, 최소 샤프지수가 모두 B에 비해 높았으며, 상위 10%에 해당하는 포트폴리오의 샤프지수 역시 A가 높았다.

표 1. 10-자산 포트폴리오의 샤프 지수와 5-자산 포트폴리오의 샤프 지수 비교

Table 1. Comparison of Sharpe Ratio : 10-asset portfolios and 5-asset portfolios

No.	10-asset SR	5-asset SR (MAX)	5-asset SR (MIN)	$S(Q) > S(P)$ # of portfolio	$S(Q) > S(P)$ Percentile
1	1.053	1.742	0.260	87	34.520%
2	0.934	1.495	0.241	88	34.920%
3	0.689	1.261	-0.290	103	40.870%
4	0.685	1.195	-0.063	101	40.080%

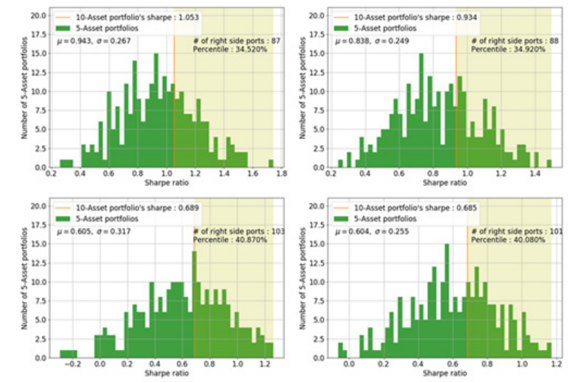


그림 2. 10-자산 포트폴리오로부터 만들어진 5-자산 포트폴리오의 샤프 지수 히스토그램

Fig. 2. Sharpe ratio histograms of 5-asset portfolios created from 10-asset portfolio

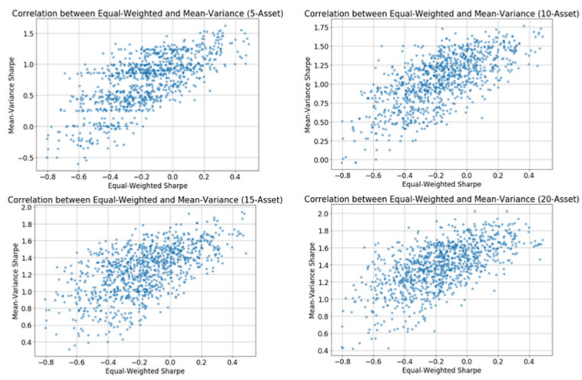


그림 3. k-자산 균등배분 포트폴리오와 최적배분 포트폴리오의 상관관계

Fig. 3. Correlation between k-asset Equally-weigted portfolio and Optimal-weigted portfolio

또한 몬테카를로 샘플링을 통해 축소된 공간으로부터 생성된 5-자산 균등배분 포트폴리오가 축소되지 않은 공간에서의 최적 5-자산 균등배분 포트폴리오에 얼마나 근사하는지 확인하기 위해 100개 자산으로부터 5개 자산을 선택하는 모든 경우(${}_{100}C_5$ =75,287,520개)에 대하여 샤프지수를 계산하고, 그 중 상위 λ% 안에 속하는 A와 B의 수를 비교하였다. λ의 값은 λ=1.33, 1, 0.5, 0.1, 0.05(%)로 설정하였다. 실험 결과 축소된 탐색 공간으로부터 A가 B에 비해 전체 5-자산 포트폴리오의 샤프지수 상위 λ%안에 속하는 비율이 더 높았다.

표 2. 전체 상위 λ% 내에 속하는 A와 B 포트폴리오 수

Table 2. Number of A and B portfolios within overall top λ%

	λ	1.33%	1%	0.5%	0.1%	0.05%
A	# of portfolio	6,553	5,134	2,617	504	268
	Percentile	26.00%	20.37%	10.38%	2.00%	1.06%
B	# of portfolio	250	195	99	17	9
	Percentile	0.99%	0.77%	0.39%	0.07%	0.04%

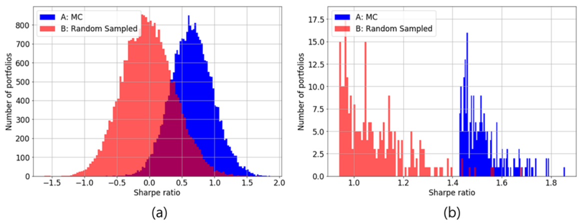


그림 4. 샤프지수 히스토그램 비교 : (a) A와 B의 전체 히스토그램과 (b)A와 B의 상위 10% 히스토그램

Fig 4. Comparison of Sharpe ratio histogram : (a) Histograms of A and B (b) Top 10% histogram of A and B

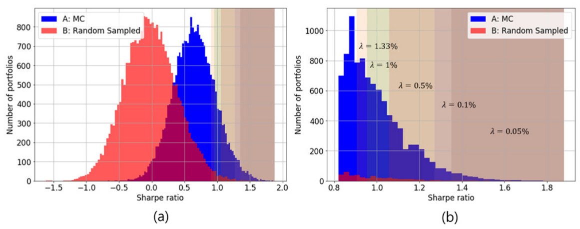


그림 5. 전체 상위 λ% 내에 속하는 A와 B의 히스토그램 : (a)A와 B의 전체 히스토그램과 (b)전체 상위 λ%에 해당하는 A와 B의 히스토그램

Fig 5. Histogram of A and B in the entire top λ% : (a) Histograms of A and B (b) Histograms of the entire top λ%

4.4 몬테카를로 유전 알고리즘의 성능 평가

넓은 탐색 공간에서의 몬테카를로 유전 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 KOSPI 1954개 종목을 대상으로 10-자산 균등배분 포트폴리오의 샤프지수를 비교하였다. 비교에 사용된 모델은 무작위 추출(Random sampling; RS), 유전 알고리즘(Genetic algorithm; GA), 몬테카를로 유전 알고리즘(Monte-Carlo genetic algorithm; MC-GA)이다.

무작위 추출 모델에서는 10-자산 균등배분 포트폴리오를 100,000개 무작위 추출하였다. 유전 알고리즘에는 세대 수 1000세대, 염색체 수 200, 변이율 0.1, 대체율 0.5을 적용하여 10-자산 균등배분 포트폴리오를 생성하였다. 몬테카를로 유전 알고리즘은 축소된 탐색 공간의 크기를 각각 m=20, 40, 60, 80, 100으로 설정하여 10,000개의 m-자산 균등배분 포트폴리오를 생성 후, 상위 50개의 포트폴리오로부터 유전 알고리즘을 적용하여 10-자산 균등배분 포트폴리오를 생성하였다. 세대 수는 100, 염색체의 수는 200, 변이율 0.1, 대체율은 0.5를 적용하였다.

표 3은 알고리즘별 상위 10개 포트폴리오의 샤프지수와 평균 샤프지수, 수행 시간을 나타낸다. 무작위 추출이나 기존 유전 알고리즘으로 만들어진 상위 10개 포트폴리오에 비해 MC-GA로

표 3. 상위 10개 포트폴리오의 샤프지수, 평균 및 수행시간

Table 3. Sharpe ratio of the top 10 portfolios, average, execution time

Model	m	Sharpe Ratio										Avg.	time (sec)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
RS	-	3.465	3.187	3.104	3.056	3.049	3.039	3.034	3.029	3.021	3.01	3.099	**43.642**
GA	-	3.573	3.497	3.381	3.311	3.208	3.192	3.188	3.144	3.138	3.109	3.274	418.189
MC-GA	20	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	4.264	142.944
MC-GA	40	4.855	**4.837**	**4.83**	**4.809**	**4.786**	**4.778**	**4.778**	**4.774**	**4.765**	**4.76**	**4.797**	148.015
MC-GA	60	**4.915**	4.776	4.761	4.714	4.711	4.697	4.694	4.686	4.668	4.645	4.727	157.577
MC-GA	80	4.719	4.716	4.715	4.662	4.642	4.618	4.607	4.59	4.566	4.566	4.64	166.915
MC-GA	100	4.566	4.489	4.484	4.468	4.459	4.399	4.362	4.344	4.334	4.332	4.424	189.819

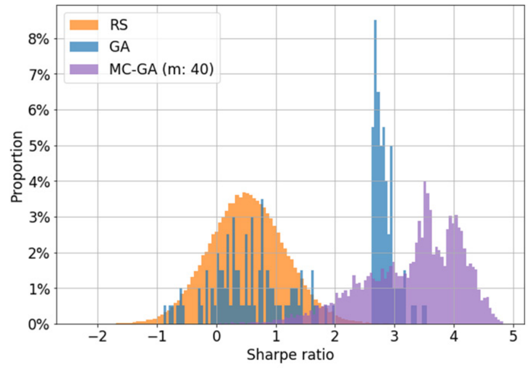


그림 6. 알고리즘 별 생성된 포트폴리오 샤프지수의 상대도수 히스토그램

Fig 6. Relative frequency histogram of portfolio by each algorithm

만들어진 상위 10개 포트폴리오의 샤프지수가 전체적으로 높았으며, m=40일 때 10개 포트폴리오의 평균이 가장 높았다. 또한 실행 시간에 있어서도 MC-GA가 기존의 유전 알고리즘에 비해 약 2배 이상 빠른 속도를 보였다.

4.5 최적 배분의 적용

앞서 가설 2의 검증을 통해 균등배분 포트폴리오의 샤프 지수와 최적배분 포트폴리오의 샤프지수가 양의 상관관계를 갖는 것을 보였다. 앞 실험에서 생성한 10-자산 균등배분 포트폴리오 상위 10개에 최적배분을 적용하여, 샤프지수를 비교하였다. 몬테카를로 유전 알고리즘은 m=40인 모델의 포트폴리오를 사용하였다. 실험 결과 몬테카를로 유전 알고리즘의 포트폴리오에 최적 배분을 적용한 것이 가장 샤프지수가 높았다. 각 모델 별 실험결과는 표 4와 같다.

표 4. 최적 배분을 적용한 상위 10개 포트폴리오의 샤프지수

Table 4. The Sharpe ratio of the top 10 portfolios with optimal weight

Model	Sharpe ratio										mean
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
RS	4.309	4.151	4.029	4.014	3.981	3.975	3.915	3.891	3.873	3.844	3.998
GA	4.783	4.701	4.6	4.53	4.427	4.408	4.399	4.356	4.319	4.267	4.479
MC-GA	**5.78**	**5.778**	**5.754**	**5.754**	**5.748**	**5.748**	**5.748**	**5.745**	**5.745**	**5.744**	**5.754**

5. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 몬테카를로 유전 알고리즘을 사용하여 최적

포트폴리오에 근사하는 부최적 포트폴리오를 찾는 방법을 제안하였다. 실험으로, 몬테카를로 시뮬레이션을 사용하여 탐색 공간을 축소함으로써 최적 균등배분 포트폴리오가 속할 가능성이 높은 자산 집합을 선택하는 것이 타당하며, 그로부터 유전 알고리즘을 적용하여 최적 균등배분 포트폴리오를 구한 뒤 이에 최적배분을 적용함으로써 최적 포트폴리오에 근사한 부최적 포트폴리오를 찾는 방법이 효과적임을 보였다. 또한 대상 자산 집합의 크기가 큰 경우에는 기존의 유전 알고리즘만을 사용하였을 때보다 몬테카를로 유전 알고리즘을 사용하는 것이 빠른 시간 내에 더 좋은 샤프지수를 갖는 부최적 포트폴리오를 찾아낼 수 있었다.

몬테카를로 유전 알고리즘의 목적 함수로써 샤프지수만을 사용하였으나, 포트폴리오를 평가하기 위한 지수로는 샤프지수 외에도 소티노 지수(Sortino ratio)[17], 칼마 지수(Calmar ratio)[18], 스털링 지수(Sterling ratio)[19] 등 다양한 방법들이 존재한다. 이러한 지수들을 목적 함수로 활용하여 다목적 유전 알고리즘(Multi-objective general algorithm) 모델을 적용한다면 더 좋은 성능의 포트폴리오를 찾는 것이 가능할 것이다. 또한 본 연구에 적용된 유전 알고리즘 부분을 병렬화한다면 최적 포트폴리오 탐색 시간을 획기적으로 개선할 수 있을 것이다. 마지막으로, 실제 문제에 적용하기 위해 최소 거래 단위 등의 제약 조건을 추가하여 보다 현실적인 제약 조건 하에서 몬테카를로 유전 알고리즘이 효과적인지를 검증해야 할 것이다.

References

[1] H.-J. Kim, Y.-H. Kim, "Optimization of Weapon Target Assignment Using a Genetic Algorithm", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol.29, no. 3, pp.176-181, 2019.

[2] J.-H. Park, J.-S. Yu, and Z.-W. Geem, "Genetic Algorithm-based Optimal Investment Scheduling for Public Rental Housing Projects in South Korea", *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 18, no. 2, pp.135-145, 2018.

[3] H. Markowitz, Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investment, *New York: John Wiley & Sons*, 1959.

[4] S. Arnone, A. Loraschi, A. Tettamanzi, "A Genetic Approach to Portfolio Selection", *Neural Network World*, vol. 3, no. 6, pp. 597-604, 1993.

[5] P. Skolpadungket, K. Dahal, N. Harnpornchai, "Portfolio Optimization using Multi-Objective Genetic Algorithms", *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 516-523, 2007.

[6] C.-C. Lin, Y.-T. Liu, "Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots", *European Journal of Operational Research*, vol. 185, no. 1, pp. 393-404, 2008.

[7] H. Soleimani, H. R. Golmakani, M. H. Salimi, "Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 3, pp. 5058-5063, 2009.

[8] J. D. Bermúdez, J. V. Segura, E. Vercher, "A multi-objective genetic algorithm for cardinality constrained fuzzy portfolio selection", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 188, no. 1, pp. 16-26, 2012.

[9] W. F. Sharpe, "The sharpe ratio", *Journal of portfolio management*, vol. 21, no. 1, pp. 49-56, 1994.

[10] Z. Bodie, A. Kane, A. J. Macus, Investiments 10th edition, *McGraw-Hill Education*, 2015.

[11] P. Wolfe, "The simplex method for quadratic programming." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 382-398, 1959.

[12] H. Konno, H. Yamazaki, "Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo Stock Market", *Management Science*, vol. 37, no. 5, pp. 519-531, 1991.

[13] M. G. Speranza, "A heuristic algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan Stock Market", *Computers and Operations Research*, vol. 23, no. 5, pp. 433-441, 1996.

[14] Holland, J. Henry et al, Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence, *MIT press*, 1992.

[15] S. S. Rao, Engineering Optimization: Theory and Practice 4th edition, *John Wiley & Sons*, 2011.

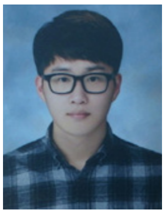
[16] T. Berkemeier, et al., "Technical Note: Monte Carlo genetic algorithm (MCGA) for model analysis of multiphase chemical kinetics to determine transport and reaction rate coefficients using multiple experimental data sets." *Atmospheric Chemistry and Physics*, vol. 17, no. 12, pp. 8021-8029, 2017.

[17] F. A. Sortino, L. N. Price, "Performance measurement in a downside risk framework.", *the Journal of Investing*, vol. 3, no. 3, pp. 59-64, 1994.

[18] T. W. Young, "Calmar ratio: A smoother tool.", *Futures*, vol. 20, no. 1, pp. 40-41, 1991.

[19] C. R. Bacon, Practical Portfolio Performance Measurement and Attribution, *John Wiley & Sons*, 2008.

저 자 소 개



김정현(Jung-Hyun Kim)

2017년 : 인하대학교컴퓨터공학 졸업(학사)

2019년 : 인하대학교 대학원 컴퓨터공학과 석사

관심분야 : 기계학습, 최적화, 강화학습

E-mail : rusid275@naver.com

이주홍(Ju-Hong Lee)

1983년 : 서울대학교 전자계산기공학 졸업(학사)

1985년 :서울대학교 전자계산기공학 졸업(석사)

2001년 : 한국과학기술원 컴퓨터공학 졸업(박사)

2001년~현재 : 인하대학교 공과대학 컴퓨터공학과 교수

관심분야 : 머신러닝, 데이터마이닝, 시계열분석

E-mail : juhong@inha.ac.kr