

# Shannon's Demon with Leverage

作者 九天 [szy@tsinghua.org.cn](mailto:szy@tsinghua.org.cn) 2020.12.30

## 一. 前言

### 1. 香农简介

香农是 20 世纪最伟大的数学家之一，信息论的创始人，提出了信息熵的概念，是现代通信理论的奠基者。

在香农提出信息论之前，人们曾普遍认为，以固定速率发送信息，而忽略误差概率的传输系统是不可能做到的。然而，香农却从理论上证明了，只要通信速率低于信道容量  $C$ ，总可以找到一种编码方式，使得误差概率接近于 0。而信道容量  $C$  可以通过一个简洁的公式——香农公式，根据信道的带宽和噪声特征简单的计算出来。这结论震惊了整个通信理论界。

### 2. 有效市场假说与股价随机游走假设

诺贝尔经济学奖得主尤金法玛教授提出了有效市场假说，这个假说促使人们进行被动投资，购买指数，经过了半个世纪的演绎，现如今指数基金的规模已经占据了半壁江山，美股里一半的市值是在指数基金手里。在尤金法玛教授 1965 年的论文中，阐述了股价随机游走与有效市场的渊源：

在一个“有效市场”里，数量众多的参与者相互竞争的行为，会导致证券实际价格的“随机游走”，（因为）如果价格与价值的“背离”本质上是系统性的而非随机的，那么对于这种背离的认知将助使那些聪明机智的市场参与者预测出价格回归价值的路径。然而当许多聪明的交易员试图以此谋利，他们的行动会将价格序列里的系统性变化给抵消掉。虽然关于内在价值的非确定性仍然存在，但证券的实际价格将会随机游走。

### 3. 香农的恶魔

香农阐述了一个通过随机游走赚钱的方法。试想一只价格随机上下波动的股票，上下波动并不存在整体趋势。然后把一半资金投入股票，另一半放在“现金”账户中。每天，股票的价格都会发生变化。每天中午你都要“调整”投资组合。也就是说，要计算出整个投资组合（股票+现金账户）现在的市值，然后从股票投资中抽出一部分加到现金账户或者从现金账户抽出一部分加到股票投资当中，使最新的股票市值和现金各占一半。每天进行上述调整。

如果股票价格是随机游走的，那么香农的上述方法，与一直持有股票相比，不仅获得的投资回报更高，风险调整后的回报也更高。

这也是固定比例调整型投资组合的雏形，马克鲁宾斯坦和尤金法玛教授也在研究这类组合。

### 4. 香农的麻烦

在当时，有人问香农：在他自己的投资中是否用到了这一策略系统？香农回答：“没有，因为交易手续费高得能让策略失去意义”。也就是只有波动足够高的股票，波动高到可以轻松覆盖交易费用，策略才会达到理想的效果。

### 5. 杠杆加强的香农网格交易

考虑到实际中，股票的波动范围经常在  $\pm 20\%$  以内，那么是否可以在股价波动到  $-20\%$  时全买成股票，涨至  $+20\%$  时全换成现金呢？设想一下，假如真实的起始资金是 10 万元，我们

假想有一个虚拟账户起始资金是 50 万，每次再平衡时，我们使用虚拟账户的股票和现金进行计算，得到的买卖股数和金额在真实的 10 万元账户中进行操作，那么，真实 10 万元账户中的股票和现金，将不会等值，我们保持虚拟账户中的股票和现金等值即可，这相当于有了“5 倍杠杆加强”的香农网格策略。之所以加“网格”两字，是因为这个策略最终的交易表现得和网格交易很像。

这里杠杆加强的香农网格交易思想，属于本人独创。

## 6. 运行结果的启示

在策略运行结果中发现，对于快速上涨趋势的股票，应用该策略会非常明显的少赚。上涨趋势的股票，并不是简单的围绕均线上下波动，而是会经常突然拔高快速上涨。这有两个启示：第一点，对于牛股，最好的策略就是买入持有；第二点，非常重要的一点，香农策略比买入持有少赚，是不是反过来也证明随机游走理论在此并不成立，尤其对牛股上，也证明了有效市场假说，并不是总成立的。

其实仔细想想也能想到，即使所有的信息都是公开的，这个市场上也总是会有一些特别厉害的人，他们能在公开信息中洞察到其他人所没有洞察到的重大信息，从而战胜市场。那些坚持市场永远 100%有效的教授们，应该是错了的。

## 二. 变量说明

B	balance	实际资金额
S	stocks	实际股票数量
vB	virtual balance	虚拟资金额
vS	virtual stocks	虚拟股票数量
Bbase	balance base	均衡时（资金额等于股票市值）资金额
Sbase	stocks base	均衡时（资金额等于股票市值）股票数量
vBbase	virtual balance base	均衡时（资金额等于股票市值）虚拟资金额
vSbase	virtual stocks base	均衡时（资金额等于股票市值）虚拟股票数量
Bwant	want balance	需要达到的资金额
Swant	want stocks	需要达到的股票数量
L	leverage	杠杆率，即 $(vB+vS*Pnow) / (B+S*Pnow)$
P	price	股票价格
Pinit	price initial	起始股票价格
Pmin	minimum price	最低股票价格
Pmax	maximum price	最高股票价格
Pbase	base price,middle price	均衡时（资金额等于股票市值）股价
Pnow	price now	现在股票价格
Pbuy	price buy	挂单买入价格
Psell	price sell	挂单卖出价格
Anow	asset now	当前资产总额
diffA	different asset	资金与股票市值的差额
diffAnow	different asset at price now	在 Pnow 时资金减股票市值
diffAbuy	different asset at price buy	在 Pbuy 时资金减股票市值
diffAsell	different asset at price sell	在 Psell 时资金减股票市值

ratio	ratio of diffAsset and total asset	资金与股票市值的差额与总资产的比例
rationow	ratio at price now	在 Pnow 时的 ratio
ratiobuy	ratio at price buy	在 Pbuy 时的 ratio
ratiosell	ratio at price sell	在 Psell 时的 ratio
T	threshold	ratio 的阈值，达到 T 时进行平衡买卖

### 三. 提前挂单价 Pbuy 与 Psell 的确定

#### 1. diffA 与 ratio 的计算

$$\text{diffA} = 0.5 * (vB - vS * P) \quad \textcircled{1}$$

$$\text{ratio} = \text{diffA} / (0.5 * (vB + vS * P)) \quad \textcircled{2}$$

#### 2. Pbuy 的确定

已知: vB, vS, Pinit, T

求: 在 Pbuy 时, ratio 达到阈值 T, 求 Pbuy。

$$\text{diffAbuy} = 0.5 * (vB - vS * P_{\text{buy}}) \quad \textcircled{3}$$

$$\text{ratio}_{\text{buy}} = \text{diffAbuy} / (0.5 * (vB + vS * P_{\text{buy}})) \quad \textcircled{4}$$

$$\text{ratio}_{\text{buy}} = T \quad \textcircled{5}$$

带入得

$$T = (vB - vS * P_{\text{buy}}) / (vB + vS * P_{\text{buy}})$$

求得

$$P_{\text{buy}} = (vB * (1 - T)) / (vS * (1 + T)) = P_{\text{init}} * (1 - T) / (1 + T) \quad \textcircled{6}$$

此时

$$\text{diffAbuy} = vB * T / (1 + T)$$

#### 3. Psell 的确定

已知: vB, vS, Pinit, T

求: 在 Psell 时, ratio 达到阈值-T, 求 Psell。

$$\text{diffAsell} = 0.5 * (vB - vS * P_{\text{sell}}) \quad \textcircled{6}$$

$$\text{ratio}_{\text{sell}} = \text{diffAsell} / (0.5 * (vB + vS * P_{\text{sell}})) \quad \textcircled{7}$$

$$\text{ratio}_{\text{sell}} = -T \quad \textcircled{8}$$

带入得

$$-T = -(vB - vS * P_{\text{sell}}) / (vB + vS * P_{\text{sell}})$$

求得

$$P_{\text{sell}} = (vB * (1 + T)) / (vS * (1 - T)) = P_{\text{init}} * (1 + T) / (1 - T)$$

此时

$$\text{diffAsell} = -vB * T / (1 - T)$$

### 四. 最大 L (leverage) 的确定

已知: Pinit, Pmin, Pmax, B, S

求: 当 P 达到 Pmin 和 Pmax 时, 能使 B 或者 S 刚好降为 0 的 L。

1. 初始 Pinit 时，达到平衡

$$B = S * Pinit \quad \textcircled{1}$$

$$vB = vS * Pinit \quad \textcircled{2}$$

$$vB = L * B \quad \textcircled{3}$$

$$vS = L * S \quad \textcircled{4}$$

2. P=Pmin 时，diffAssetBuy=B

$$\text{diffAbuy} = 0.5 * (vB - vS * Pmin) \quad \textcircled{5}$$

$$\text{diffAbuy} = B \quad \textcircled{6}$$

求得

$$Pmin = (B/S) * (L-2) / L = Pinit * (L-2) / L$$

$$L = 2 * Pinit / (Pinit - Pmin)$$

即 P 达到 Pmin 时，L 达到的极值。

3. P=Pmax 时，-diffAssetSell=B

$$\text{diffAsell} = 0.5 * (vB - vS * Pmax) \quad \textcircled{7}$$

$$-\text{diffAsell} = B \quad \textcircled{8}$$

求得

$$Pmax = (B/S) * L / (L-2) = Pinit * L / (L-2)$$

$$L = 2 * Pmax / (Pmax - Pinit)$$

即 P 达到 Pmax 时，L 达到的极值。

五. 由在 Pnow 时 B、S 立即达到 Bwant、Swant 所需要的 vB、vS 的确定。

已知：Anow、L、B、S、Bwant、Swant、Pnow

求：vB、vS，使得 diffAnow = B - Bwant ①

另：

$$\text{diffAnow} = 0.5 * (vBn - vSn * Pnow) \quad \textcircled{2}$$

$$vB + vS * Pnow = L * Anow \quad \textcircled{3}$$

由①②③得：

$$0.5 * (vB - L * Anow + vB) = B - Bwant$$

即：

$$vB = 0.5 * L * Anow + B - Bwant$$

$$vS = (L * Anow - vB) / Pnow = (0.5 * L * Anow - B + Bwant) / Pnow$$

六. Pnow 与 Pbase 不同时，vB、vS 值的确定

已知：股票的平衡基价为 Pbase，在 Pbase 时 B、S 达到平衡；当前价格 Pnow；L；Anow

求：使在 Pbase 达到 B、S 平衡的 vB、vS 在当前价格 Pnow 下的 Bwant，Swant，以及此时的 vB、vS

在 Pbase 时达到平衡，即：

$$Bbase = Sbase * Pbase \quad \textcircled{1}$$

$$vBbase = L * Bbase \quad \textcircled{2}$$

$$vSbase = L * Sbase \quad \textcircled{3}$$

当价格由  $P_{base}$  变为  $P_{now}$  时:

$$\text{diffA} = 0.5 * (vB_{base} - vS_{base} * P_{now}) \quad \textcircled{4}$$

$$B_{want} = B_{base} - \text{diffA} \quad \textcircled{5}$$

$$S_{want} = S_{base} + \text{diffA} / P_{now} \quad \textcircled{6}$$

$$B_{want} + S_{want} * P_{now} = A_{now} \quad \textcircled{7}$$

上面①②③④⑤⑥⑦中,  $P_{base}$ 、 $P_{now}$ 、 $L$ 、 $A_{now}$  均为已知量, 分别将其他未知变量 (共 7 个) 转化为未知变量  $S_{base}$  的表达式, 可求得  $S_{base}$ 。

$$\textcircled{2} \Rightarrow vB_{base} = L * S_{base} * P_{base}$$

$$\textcircled{4} \Rightarrow \text{diffA} = 0.5 * (L * S_{base} * P_{base} - L * S_{base} * P_{now})$$

$$\textcircled{5} \Rightarrow B_{now} = S_{base} * P_{base} - 0.5 * (L * S_{base} * P_{base} - L * S_{base} * P_{now})$$

$$\textcircled{6} \Rightarrow S_{now} = S_{base} + 0.5 * (L * S_{base} * P_{base} - L * S_{base} * P_{now}) / P_{now}$$

$$\textcircled{7} \Rightarrow S_{base} * P_{base} + S_{base} * P_{now} = A_{now}$$

求得:

$$S_{base} = A_{now} / (P_{base} + P_{now})$$

$$B_{want} = (P_{base} - 0.5 * L * P_{base} + 0.5 * L * P_{now}) * A_{now} / (P_{base} + P_{now})$$

$$S_{want} = (P_{now} - 0.5 * L * P_{now} + 0.5 * L * P_{base}) * A_{now} / (P_{base} + P_{now}) / P_{now}$$

然后根据 (三) 中计算, 求得  $vB$ 、 $vS$