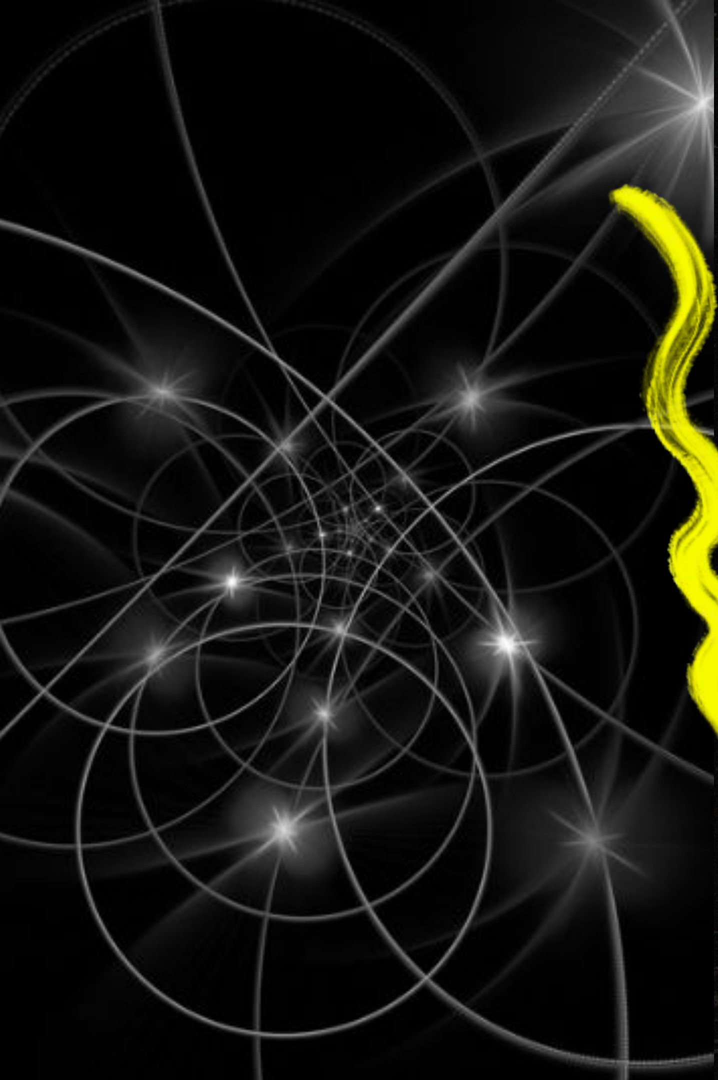


#>/<>
HACK
A BOSS

Introducción básica a la Computación Cuántica ICC01

Alejandro Mata Ali

HACK A BOSS

Algoritmo de Deustch-Jozsa

Nuestro segundo caso real será el algoritmo de Deustch-Jozsa, donde obtenemos una primera ventaja exponencial

Podremos determinar una característica de una cierta función con 1 única llamada a la misma, frente a las 2^n veces necesarias clásicamente

Objetivo

Dado un oráculo que implementa una función $f:\{0,1\}^n \to \{0,1\}$, queremos determinar si la función f es constante (siempre devuelve 0 o siempre 1) o balanceada (devuelve la mitad de veces 0 y la otra mitad 1)

Clásicamente: tenemos que evaluar $2^{n-1}+1$ combinaciones de 0 y 1 en el peor de los casos.
Si es constante, tenemos que mirar al menos la mitad de las combinaciones y una más, porque si es balanceada podemos encontrarnos juntos todos los valores que son iguales entre sí en la primera mitad.
En cuanto encontramos uno diferente, es balanceada.
El mejor caso requiere solo 2 llamadas, si es balanceada y nos coinciden los dos diferentes.
Se puede reducir el número de evaluaciones, pero a riesgo de fallar.

Algoritmo cuántico

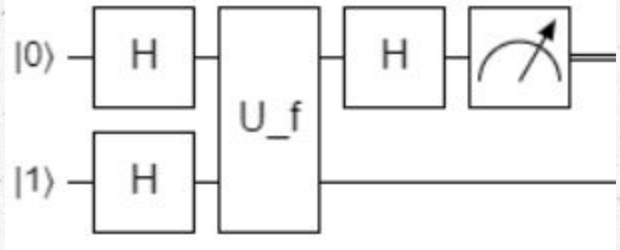
Deustch : n=1

$$U_f \left|x\right\rangle \left|y\right\rangle = \left|x\right\rangle \left|y \oplus f(x)\right\rangle$$

Deustch-Jozsa : caso general

Requiere una única llamada al oráculo y una única medición del sistema.
Si obtenemos 0 en todos los qubits, es constante.
Si obtenemos cualquier otra cosa, es balanceada.

HACK A BOSS



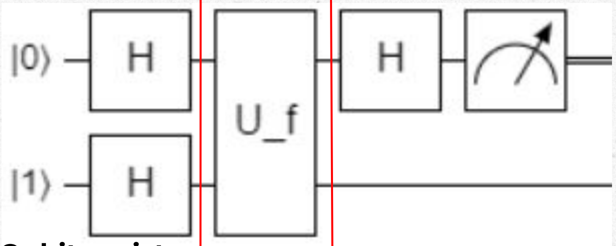
https://algassert.com/quirk#circuit={%22cols%22:[[%22H%22,%22H%22],[%22~utam%22],[%22H%22],[%22Measure%22]],%22gates%22:[{%22id%22:%22~f09i%22,%22name%22:%22oracle%22,%22circuit%22:{%22cols%22:[[%22%E2%80%A2%22,%22X%22]]}},{%22id%22:%22~utam%22,%22name%22:%22U_f%22,%22circuit%22:{%22cols%22:[[%22%E2%80%A2%22,%22X%22]]}}],%22init%22:[0,1]}

Paper original
https://arxiv.org/abs/quant-ph/9708016

Vídeos explicativos
https://www.youtube.com/watch?v=bmVoMRzKkqU
https://www.youtube.com/watch?v=LItsQTlOwqE

Deustch

$$\frac{1}{2}((-1)^{f(0)}|0\rangle|-\rangle+(-1)^{f(1)}|1\rangle|-\rangle)$$



Qubit registro

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}(((-1)^{f(0)}+(-1)^{f(1)})|0\rangle+((-1)^{f(0)}-(-1)^{f(1)})|1\rangle)|-\rangle=$$
$$=\frac{1}{2\sqrt{2}}((1+(-1)^{f(0)\oplus f(1)})|0\rangle+(1-(-1)^{f(0)\oplus f(1)})|1\rangle)|-\rangle$$

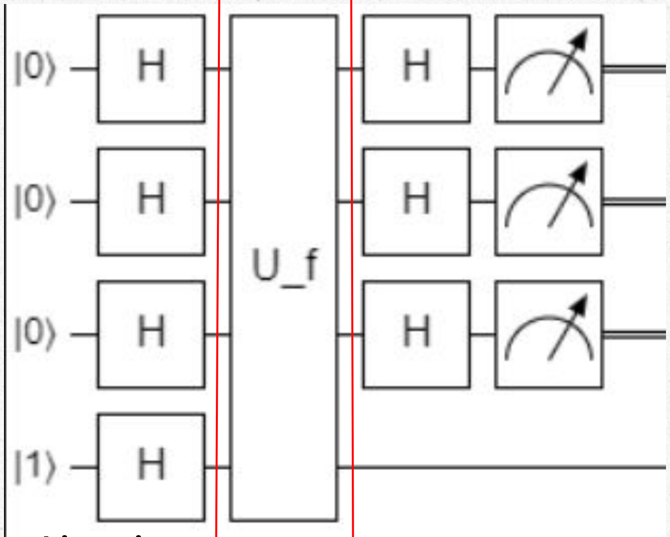
$$\frac{1}{2}(|0\rangle(|0\oplus f(0)\rangle-|1\oplus f(0)\rangle)+|1\rangle(|0\oplus f(1)\rangle-|1\oplus f(1)\rangle))$$

$$\frac{1}{2}(|0\rangle+|1\rangle)(|0\rangle-|1\rangle)$$

Si f(0)=f(1), entonces su suma modular dará 0, por lo que la amplitud del estado 0 será 1 y la del estado 1 será 0

Sino, entonces su suma modular dará 1, por lo que la amplitud del estado 0 será 0 y la del estado 1 será 1

Deustch-Jozsa



Qubit registro

$$H^n|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{j=0}^{2^n-1}(-1)^{x\cdot j}|j\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2^{n+1}}}\sum_{x=0}^{2^n-1}|x\rangle\left(|0\rangle - |1\rangle\right)$$

Vamos a evaluar
todos los posibles f(·)

$$\frac{1}{\sqrt{2^{n+1}}}\sum_{x=0}^{2^n-1}|x\rangle\left(|0\oplus f(x)\rangle - |1\oplus f(x)\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2^n}}\sum_{x=0}^{2^n-1}(-1)^{f(x)}|x\rangle|-\rangle$$

Si uno es 0, el otro es 1
(cambio de signo según f(x))

$$\frac{1}{2^n}\sum_{x=0}^{2^n-1}\sum_{y=0}^{2^n-1}(-1)^{f(x)}(-1)^{x\cdot y}|y\rangle|-\rangle$$

Probabilidad de medir 0

$$\left|\frac{1}{2^n}\sum_{x=0}(-1)^{f(x)}\right|^2$$

Si es balanceada, hay tantos -1 como 1: probabilidad = 0

Si es constante, todos mismo signo: probabilidad = 1

¡Gracias!

¿Alguna pregunta?
alejandro.mata.ali@gmail.com
hackaboss.com

SÍGUENOS EN REDES SOCIALES
@HACKABOSS_