10. 주식시장 지수, 가격 위험

10.3 프라이싱과 위험

주식의 위험은 주식에 대한 수익의 불확실성과 관련되어 있다. 수익이 확실하다면 위험은 없다. 수익의 불확실성이 증가하면 위험도 그렇게 된다. 위험은 여러 측도 중 하나로 추정할 수 있다. 이러한 측도에는 **주식에 대한 수익의 범위(range)**, **평균절대편차(mean absolute deviation)**, **음 수익 확률(probability of negative return)**, **준분산(semivariance)**, **표준편차(standard deviation)**가 포함된다.

범위(range) : 최대 수익과 최저 수익의 차이, $\max_{s\in S}R_s - \min_{s\in S}R_s$

평균절대오차 : 주식과 기대 수익 $E(R)$ 사이의 차의 절댓값에 대한 기댓값. $MAD = \sum_{s=1}^{S} P_s |R_s - E(R)|$

음 수익 확률(probability of negative return) : 모든 음 수익 확률의 합이다. $\sum_{s=1}^{S} P_s 1_{R_S<0}$

준분산(semivariance) : 기대 수익 이하의 수익의 변동성을 재는 통계 측도, $\sum_{s=1}^{S} P_s (R_s - E(R))^2 1_{R_s < E(R)}$

표준편차(Standard deviation) : 기대 수익의 흩어진 정도, $\sigma = \sqrt{\sum_{s=1}^{S} P_s (R_s - E(R))^2}$, σ^2는 R의 분산.

[예제 10.7] 어떤 투자의 가능한 연수익률이 세가지가 된다고 하자. 그래서 0.10의 수익률을 얻을 확률 0.50, 0.15의 수익률을 얻을 확률 0.30, -0.05의 수익률을 얻을 확률 0.20이 된다 하자. 그러면 R을 연수익률이라 하면, $P(R=0.10) = 0.5$, $P(R=0.15) = 0.3$, $P(R=-0.05) = 0.2$ 이다. 범위, 기대수익, 평균절대편차, 음수익 확률, 준분산, 표준편차는 어떻게 되는가?
==
범위 : $0.15 - (-0.05) = 0.20$
기대수익 : $E(R) = 0.5(0.1) + 0.3(0.15) + 0.2(-0.05) = 0.085$
평균절대편차 : $0.5|0.1-0.085| + 0.3|0.15-0.085| + 0.2|-0.05-0.085| = 0.054$
음 수익 확률 : 0.2
준분산 : $0.2(-0.05-0.085)^2 = 0.0036$
표준편차 : $\sqrt{0.5(0.1-0.085)^2 + 0.3(0.15-0.085)^2 + 0.2(-0.05-0.085)^2}$
$= 0.0709$

이러한 측도들은 두 형태의 위험, 즉 **체계적 위험(systematic risk)과 비체계적 위험(unsystematic risk)**을 잰다. 체계적 위험은 모든 위험한 주식이 공통으로 가지는 위험이다. 비체계적 위험은 각 회사에 고유한 위험이다. 체계적 위험은 분산투자(diversification)로 제거살 수 없다. 비체계적 위험은 잘 분산된 포트폴리오에 투자하여 제거할 수 있다.

상관계수(correlation coeffcient)는 두 확률변수 사이의 관계를 잴 때 많이 사용하는 통계 측도이다.

$$\rho_{ij} = \frac{\sum P_{is}(R_{is} - E(R_i))(R_{js} - E(R_j))}{\sigma_i \sigma_j}$$

[예제 10.8] 예제 10.7에 주어진 투자의 연수익률 R에 대한 정보에 더하여, 두 번째 투자의 연 수익률 U가 다음과 같이 관련되어 있다고 한다. $P(R=0.1, U=0.15) = 0.5$, $P(R=0.15, U=0.2) = 0.3$, $P(R=-0.05, U=-0.10) = 0.2$. R과 U 사이의 상관계수를 구하여라.
==
$E(U) = 0.5(0.15) + 0.3(0.2) + 0.2(-0.1) = 0.115$
$\sigma = \sqrt{0.5(0.15-0.115)^2 + 0.3(0.20-0.115)^2 + 0.2(-0.1-0.115)^2} = 0.1097$
$\rho_{RU} = \frac{1}{(0.0709)(0.1097)}[0.5(0.1-0.085)(0.15-0.115) +$
$0.3(0.15-0.085)(0.20-0.115) + 0.2(-0.05-0.085)(-0.10-0.115)]$
$= 0.993$

자본 자산 가격 결정 모형(Capital asset Pricing Model, CAPM)으로 알려진 모형은 주식에 대한 기대 수익과 위험 사이의 평형 관계를 명시해 준다. 평형은 기대수익률이 요구수익률과 같아지는 상태로 정의된다.

R를 포트폴리오의 수익을 나타내는 확률변수라 할 때 포트폴리오의 기대 수익 $E(R)$을 포트폴리오의 수익의 표준편차 σ와 관련 짓는 직선을 **자본시장선** 이라 한다. 이직선의 방정식은 다음과 같다.

$$E(R) = R_{rf} + \frac{E(R_M) - R_{rf}}{\sigma_M}$$

여기서 R_{rf}는 무위험 수익률이고, $E(R_M)$은 시장의 기대 수익, σ_M은 시장의 수익의 표준편차이다.

이를 개별 자산에 대해 살펴보면, 자산 i에 투자한 비율이 w이고, 시장 포트폴리오에 투자한 비율이 $1-w$인 포트폴리오를 생각하자. 이 포트폴리오의 기대수익률은 $E(R_{i,w}) = wE(R_i) + (1-w)E(R_M)$ 이다. 또한 이 포트폴리오의 표준편차는 $\sigma_{iw} = \sqrt{w^2\sigma_i^2 + 2w(1-w)\sigma_{iM} + (1-w)^2\sigma_M^2}$이다.

$$E(R_i) = R_{rf} + \beta_i(E(R_M) - R_{rf}), \quad \beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_M}\rho_{iM}$$

[예제 10.10] 무위험 수익률이 $R_{rf} = 0.06$ 이고, 시장에 대한 기대 수익이 $E(R_M) = 0.15$ 이고, 베타는 $\beta_i = 1.2$ 이다. 기대수익률은 몇인가?
==
$E(R_i) = 0.06 + 1.2(0.15 - 0.06) = 0.168$

10.4 주식 포트폴리오

포트폴리오의 가치는 단순히 **기초 주식 가치의 합**이다.

$$\text{포트폴리오의 가치} = \sum_{i=1}^{n} N_i S_i$$

[예제 10.11] 어느 투자가가 주식 X 150주와 주식 Y 200주를 보유하고 있다. 주식 X와 Y의 현재가가 각각 \$50와 \$30이면, 포트폴리오의 가치는?
==
$= 150(30) + 200(35) = 14,500$

개별 주식과 마찬가지로 주식 포트폴리오의 수익에 대한 변동성 측도로 표준편차를 많이 사용한다. 마찬가지로 주식 포트폴리오의 위험 측도로 많이 사용하는 것은 β 이다.

$$w_i = \frac{N_i S_i}{\sum_{j=1}^{n} N_j S_j}, \quad \sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}$$

[예제 10.12] 어떤 포트폴리오가 세 주식 주식1, 주식2, 주식3으로 구성되어 있다. 다음 표에 포트폴리오가 각 주식에 투자한 비율과 각 주식의 수익의 표준편차가 나와 있다.

주식	포트폴리오에서의 비율	σ
1	0.25	0.05
2	0.40	0.07
3	0.35	0.02

주식1의 수익과 주식2의 수익 사이의 상관계수는 -0.80, 주식1의 수익과 주식3의 수익 사이의 상관계수는 -0.40, 주식2의 수익과 주식3의 수익 사이의 상관계수는 0.10이다. 포트폴리오의 수익의 표준편차는 몇인가?
==

$\sigma_P = [(0.25)^2(0.05)^2 + (0.40)^2(0.07)^2 + (0.35)^2(0.02)^2 +$
$2(0.025)(0.40)(0.05)(0.07)(-0.80) +$
$2(0.25)(0.35)(0.05)(0.02)(-0.40) +$
$2(0.40)(0.35)(0.7)(0.02)(0.10)]^{1/2}$
$= 0.02$

주식 포트폴리오의 베타를 계산하는 방법에는 두 가지가 있는데, 이 둘은 동치다.

방법1 : $\beta_P = \frac{\sigma_P}{\sigma_M}\rho_{PM}$,

방법2 : $\beta_P = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$

[예제 10.13] 베타가 1.10인 주식이 25%이고, 베타가 0.95인 주식이 30%, 베타가 1.30인 주식이 45%인 포트폴리오가 있다. 이 포트폴리오의 베타는?
==
$\beta_P = 0.25(1.10) + 0.30(10.95) + 0.45(1.30) = 1.145$

11. 옵션

아메리칸 **옵션은 구매자에게 특정 상품을 특정 가격에 특정일 혹은 그 이전에 살 거나 팔 수 있는 권리**를 부여하는 계약이다. 옵션에는 만기일, 행사가격, 프리미엄 등이 있다.

옵션 구입 가격을 프리미엄이라고 한다. 옵션을 행사하여 프리미엄을 제외하고 이익이 생기면 **내가격** 이라한다. 행사하는 것이 이익을 남기지 않는다면 **외가격**이라 한다. 자산의 가격이 행사가격과 같을 때 옵션은 **등가격** 이라 한다.

11.1 풋옵션과 콜옵션

아메리칸 옵션은 보유자에게 행사가격이라 부르는 특정 가격에 만기일이라 부르는 특정일이나 그 이전에 자산을 사거나 팔 권리를 부여한다. 유러피언 옵션은 같은 권리를 부여하지만 옵션을 만기일에만 행사할 수 있다.

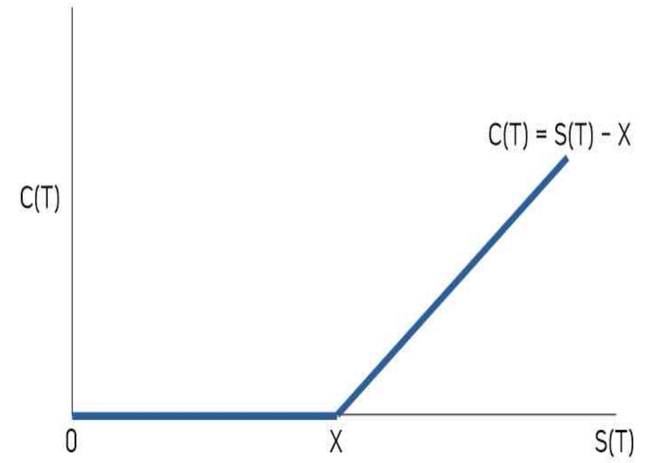
콜옵션은 자산을 특정 가격에 살 권리를 부여한다. **풋옵션**은 자산을 특정한 가격에 팔 권리를 부여한다.

[콜옵션과 풋옵션의 가격 정리]

T를 만료 시점, X를 행사가격, $S(T)$를 시간 T일 때 주식 가격, $C(T)$와 $P(T)$를 각각 주당 콜옵션과 풋옵션의 가격이라 하자.

$$C(T) = \begin{cases} 0, & S(T) \le X \text{ 일 때} \\ S(T) - X, & S(T) > X \text{ 일 때} \end{cases}$$

[증명]



옵션이 외가격이면, 즉 $S(T) \le X$ 이면 투자자는 콜옵션을 구매하려 하지 않을 것이므로, $S(T) \le X$ 이면 $C(T) = 0$ 이다.

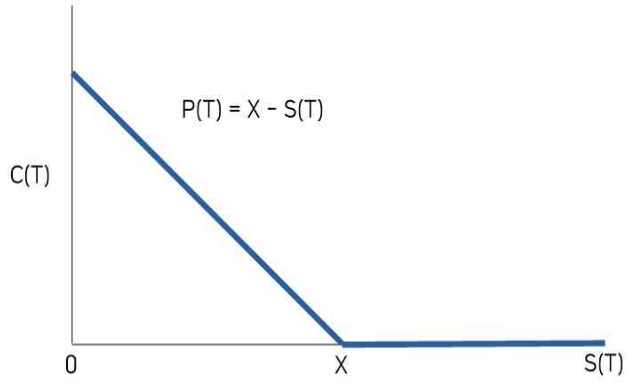
이제 만기일 직전에 콜옵션의 가격이 $C(T)$ 이고, 주식 가격이 $S(T)$ 일 때 가능한 경우는 $C(T) < S(T) - X$, $C(T) > S(T) - X$, $C(T) = S(T) - X$ 이다.

이 중에서 $C(T) < S(T) - X$ 인 경우, 즉 현재 주식 가격에 행사가격을 뺀 것이 콜옵션의 가격이다.

나머지 두 경우에는 옵션을 행사할 경우 오히려 더 손해이므로 행사하지 않으므로 콜옵션의 가격은 0 이다.

$$P(T) = \begin{cases} 0, & S(T) \geq X \text{ 일 때} \\ X - S(T), & S(T) < X \text{ 일 때} \end{cases}$$

[증명]



옵션이 내가격이면, 즉 $S(T) < X$ 이면, 투자자는 풋옵션을 행사하여 주식을 매도한다. 이때의 풋옵션의 가격은 $X - S(T)$ 이다.

이제 만기일 직전에 풋옵션의 가격이 $P(T)$ 이고, 주식 가격이 $S(T)$ 일 때 가능한 경우는 $P(T) < X - S(T)$, $P(T) > X - S(T)$, $P(T) = X - S(T)$ 이다.

이 중에서 $P(T) > X - S(T)$ 인 경우, 즉 행사 가격에서 주식 가격을 뺀 가격이 풋옵션의 가격이다.

나머지 두 경우에는 옵션을 행사할 경우 오히려 더 손해이므로 행사하지 않으므로 풋옵션의 가격은 0 이다.

프리미엄에 영향을 끼치는 것에는 **기초 주식의 가격, 만기일까지 남은 기간, 주식 수익의 변동성**을 포함한 여러 요인들이 있다.

만기일까지 남은 기간은 특히 중요하다. 옵션이 내가격이면, 옵션의 내재 가치는 주식 가격과 행사가격의 차로 정의된다. 옵션이 외가격이면, 내재 가치는 0 이다.

시간가치는 프리미엄과 내재 가치의 차이다. 그러므로 **프리미엄은 옵션의 내재 가치와 시간가치의 합**과 같다.

예를 들어, 주식 가격이 주당 $35, 대응하는 콜옵션의 행사가격이 $30, 콜 프리미엄이 $7 이면, 내재 가치는 $35 - $30 = $5 이고, 시간가치는 $7 - $5 = $2 이다.

일단, 투자자가 옵션 포지션을 취한 다음에는 다음 3가지 선택이 가능하다.

1. 포지션을 청산한다.
2. 포지션을 유지한다.
3. 옵션을 행사한다.

어느 회사의 주식이 주당 $S(t)$ 에 거래되고 있다고 하고, 시간 $t(0 \leq t \leq T)$에 대응하는 콜옵션 가격이 $C(t)$, 대응하는 풋옵션 가격이 $P(t)$, 행사 가격이 X 라고 하자. 실제로 투자자가 음의 해당하는 자산을 팔지는 않으므로, $S(t) \geq 0$, $X \geq 0$, $C(t) \geq 0$, $P(t) \geq 0$ 이라 가정한다. 그러면 다음의 관계가 성립한다.

$$C(t) \geq S(t) - X, \qquad P(t) \geq X - S(t)$$

위의 식의 증명은 **차익거래**라는 개념을 이용한다. 차익거래난 양의 확률로 이익을 낳는 무위험, 무순투자 전략이다.

달리 말하면 차익거래란 "공짜 점심"에 해당하는 투자이다. 실제로는 차익거래 상황이 오래 유지될 수 없으므로 지금부터는 **차익거래는 발생할 수 없다고 가정한다.**

$$C(t) \geq S(t) - X, \qquad P(t) \geq X - S(t)$$

[증명]

명백하게 말해서 $S(t) \leq X$ 이면 $S(t) - X \leq 0$ 이고, $C(t) \geq 0$ 이므로 $C(t) \geq S(t) - X$ 은 성립한다.

이제 남은 경우인 $S(t) > X$ 를 생각하자. $C(t) < S(t) - X$ 라 가정하고 이것에서 발생할 수 없는 차익거래 상황이 발생한다고 보임으로써 모순을 이끌어내고자 한다.

$S(t) > X$ 이고 $C(t) < S(t) - X$ 이면, 투자자는 콜옵션을 $C(t)$ 에 구입하고, X 에 행사하여 주식을 얻은 다음 이 주식을 $S(t)$에 판다.

그러면 투자자의 이익은 $C(t) + X - S(t) < 0$ 이므로, 이를 반대로 뒤집으면 $S(t) - C(t) - X > 0$ 이다. 거래가 이루어질 수 있다고 가정하고 거래 비용이 없다고 하면 투자자는 위험이 없고 순 기회비용도 없는 즉 차익거래를 할 수 있는 것인데 이는 있을 수 없다.

11.2 주식 분할과 배당금에 대한 조정

일반적으로 **옵션 계약은 주식분할이나 10% 이상 지급되는 배당금에 대해 조정되며 10% 이하로 지급되는 배당금에 대해서는 조정되지 않는다.** 이러한 조정에는 일반적인 규칙이 적용된다.

짝수 주식 분할을 먼저 보자. 주식이 2대1로 분할되었다고 하자. 8월 50 콜옵션 계약 보유자는 이제 두 개의 8월 25 콜옵션 계약을 소유한다. 각 계약은 이전과 같이 100주에 대한 것이다. 짝수 분할의 경우 행사가격은 분할 승수(지금은 2)로 나뉘고, 계약 수는 분할 승수만큼 곱하게 된다.

홀수 분할인 경우, 예를 들어 5대2 분할인 경우 상황은 달라진다. 주식이 5대2로 분할되었다 하자. 그러면 8월 50 콜옵션 소유자는 8월 20 콜옵션을 하나 소유하지만 계약은 250주에 대한 것이다. 홀수 분할의 경우 계약 수는 변하지 않지만 계약 당 주식 수는 분할 승수(지금 경우 5/2)만큼 곱해지고 행사가격은 분할 승수만큼 나눠진다.

	주식 가격	계약 수	주식 수 / 계약
짝수 분할	25	2	10
홀수 분할	20	1	250
배당금 > 10%	40	1	125
배당금 ≤ 10%	50	1	100

10%가 넘는 주식 배당에 대해서도 조정이 이뤄진다. 조정은 배당 전일에 하게 된다. 어느 주식이 25% 배당을 선언했다고 하자. 그러면 8월 50 콜옵션 계약 보유자는 이제 125주에 대한 8월 40 콜옵션 하나를 소유한다. 10% 이상의 주식 배당금의 경우, d가 배당금의 백분율이라 하면, 행사가격은 $1+d$로 나누어야 한다. 계약 당 주식 수는 $1+d$를 곱한다.

어떤 경우는, **전체 총액(= 계약 수 * 계약 당 행사 가격 * 계약 당 주식 수)은 변하지 않는다.**

11.3 옵션 전략

11.3.1 콜옵션 구매하기

시간 $t(0 \leq t \leq T)$일 때 주식 가격이 $S(t)$라 하고, 콜옵션 가격이 $C(t)$, 행사가격이 X라 하자. $X > S(t)$ 이면, 옵션은 외가격이고, 옵션은 행사될 수 없으므로 $X \leq S(t)$ 인 경우를 생각한다.

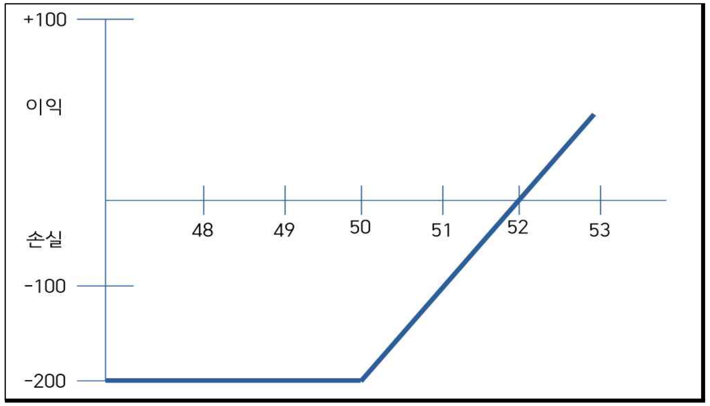
$C(t) \geq S(t) - X$ 이므로, 콜옵션 보유자는 옵션을 매각하여 결과적으로 포지션을 청산함으로써 $C(t)$를 얻는다. 옵션 보유자가 옵션을 행사하고 곧바로 주식을 매각하면 보유자는 $S(t) - X$ 를 얻는다. 그런데 $S(t) - X \leq C(t)$ 이므로 만기일 이전에 콜옵션을 행사하는 것은 보유자에게 이득이 되지 않는다.

톰 캔드릭이 HIGH Corp의 주식에 낙관적(주식이 상승할 것이라 예측)이라고 하자. 주식은 현재 주당 $48이고, 9월 50 콜옵션은 주당 $2 이다. $X = 50$ 이므로, 옵션은 외가격이다. 톰은 9월 50 콜옵션 하나를 구입하여, 비용 주당 $C = 2$ 가 들었다. 그가 계약을 만기일이나 그 이전에 매도하여 이익을 남길 필요충분조건은 당시 옵션 가격이 $2 보다 큰 것이다. 그가 만기일까지 기다린다면 주당 계약 가격 $C(T)$는 다음과 같이 주어진다.

$$C(T) = \begin{cases} 0, & S(T) \leq 50 \\ S(T) - 50, & S(T) > 50 \end{cases}$$

톰의 주당 이익 또는 손실은 $C(T) - C$ 이다. 그는 $C(T) > C$ 이면, 즉 $S(T) - 50 > 2$ 또는 $S(T) > 52$ 이면 이익이다. $C(T) < C$ 이면, 즉 $S(T) < 52$ 이면 그는 손실을 본다. 그의 총 이익은 $100(C(T) - C)$로 음인 경우는 손실을 나타낸다. 그의 잠재적 이익은 만기일에 주식 가격이 $1 오를 때 마다 그에 대응하여 옵션 가격이 $1 오르므로 제한이 없다. 그의 잠재적 손실은 초기 투자액 $200($2 X 100)으로 제한된다.

[톰 캔드릭의 만기일 총이익]



콜옵션의 가격은 다음의 공식이 성립한다.

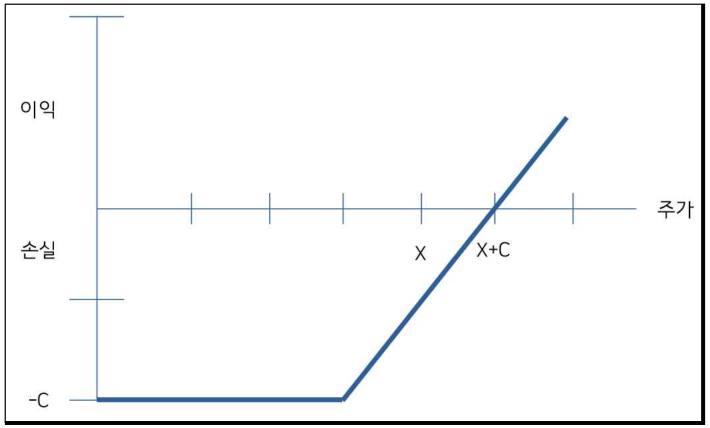
$$C(T) = \begin{cases} 0, & S(T) \leq X \text{ 일 때} \\ S(T) - X, & S(T) > X \text{ 일 때} \end{cases}$$

C가 주당 콜옵션에 지불한 가격이라 하면, 주당 이익 $C(T) - C$ 는

$$\text{주당 이익} = \begin{cases} -C, & S(T) \leq X \text{ 일 때} \\ S(T) - X - C, & S(T) > X \text{ 일 때} \end{cases}$$

위의 식을 만족하므로 콜옵션을 구매할 때 이익-손실 도표는 다음과 같은 형태가 된다.

[콜옵션을 매입할 때 만기일 시점의 주당 이익]



위의 두 그림은 비슷한 형태를 뛰지만 다르다. 위의 그림은 총 이익을 나타내며 아래의 그림은 주당 이익을 나타낸다. 하지만 모양은 같다.

11.3.2 풋옵션 구매하기

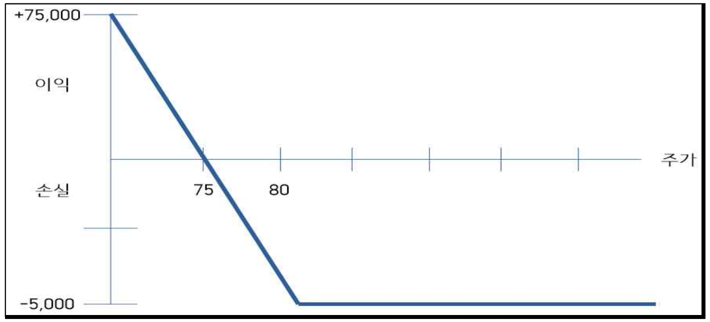
헬렌 캔드릭 GOLO Corp의 주식에 비관적이다. 주식은 주당 \$78에 거래되고 있고, 5월 80 풋옵션은 \$5에 팔린다. 풋옵션이 \$2 만큼 내가격 이므로 내재 가치는 \$2 이고, 시간 가치는 \$3 이다. 헬렌은 GOLO에 대한 5월 풋옵션을 10 계약 구입하여, 총 비용 10 X \$5 X 100 = \$5,000을 사용하였다. P를 주당 풋옵션 가격이라 하면 $P=5$이다.

만기일에 헬렌은 풋옵션을 매각하여 포지션을 청산할 수 있다. 만기일에 주당 풋옵션의 가격은 다음과 같다.

$$P(T)=\begin{cases}0, & S(T)\ge 80 \text{ 일 때}\\ 80-S(T), & S(T)<80 \text{ 일 때}\end{cases}$$

헬렌의 주당 이익 또는 손실은 $P(T)-P$ 이다. 그녀는 $P(T)>P$, 즉 $80-S(T)>5$ 또는 $S(T)<75$ 이면 이득을 본다. $P(T)>P$, 즉 $S(T)>75$이면 손실을 본다. 그녀의 총 이익은 $10\times100\,(P(T)-P)$로, 음이면 손실을 나타낸다. 그녀의 최대 이익은 주식 가격이 0이 될 때 실현된다. 이 때 풋옵션은 \$80에 팔리고, 헬렌의 총 이익은 $10\times80\times100-5,000=75,000$이다. 톰의 경우와 마찬가지로, 헬렌의 최대 손실은 그녀의 초기투자액이고, 이 경우 $\$5,000$이다. 헬렌은 그녀의 포지션을 설정하기 위해 $\$5,000$만 지불하였지만, 그녀의 이익은 주가가 \$1 감소하면, 10개의 옵션 계약을 구매했으므로, $1\times10\times100=1000$가 된다. 헬렌에 대한 이익-손실 도표는 다음과 같다.

[헬렌 캔드릭의 이익-손실 도표]



풋옵션의 가격은 다음의 공식이 성립한다.

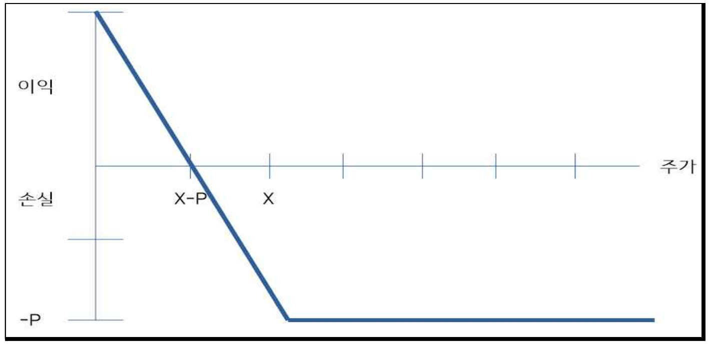
$$P(T)=\begin{cases}0, & S(T)\ge X \text{ 일 때}\\ X-S(T), & S(T)<X \text{ 일 때}\end{cases}$$

P가 주당 풋옵션에 지불한 가격이라 하면, 주당 이익 $P(T)-P$ 는

$$\text{주당 이익}=\begin{cases}-P, & S(T)\ge X \text{ 일 때}\\ S(T)-X-P, & S(T)<X \text{ 일 때}\end{cases}$$

위의 식을 만족하므로 풋옵션을 구매할 때 이익-손실 도표는 다음과 같은 형태가 된다.

[헬렌 캔드릭의 주당 이익-손실 도표]



11.3.3 콜옵션 발행하기

어느 회사의 주식에 비관적인 사람은 그 주식에 대한 콜옵션을 발행할 수 있다. 콜옵션 발행자는 콜옵션이 행사되면 행사가격에 주식을 팔아야 하는 의무가 있다. 콜옵션 발행자가 주식을 보유하고 있는지 아닌지에 따라 서로 다른 두 상황이 발생한다. 먼저 좀 더 위험한 상황을 보자.

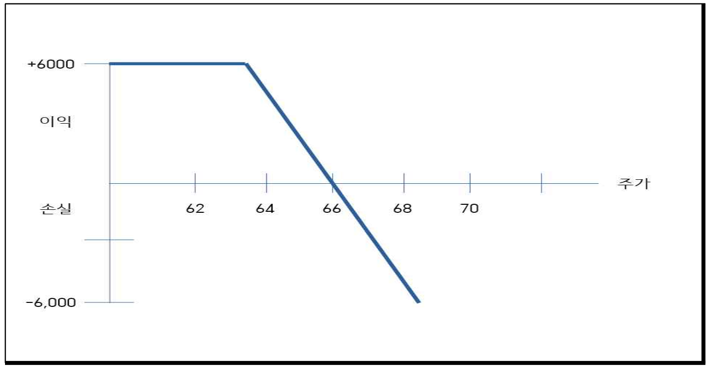
[무차입 콜옵션 발행하기]

무차입 콜옵션이란 콜옵션 발행자가 기초 주식을 보유하지 않고 발행하는 콜옵션을 말한다. 이는 발행자가 무한한 손실을 볼 수 있어 매우 위험한 옵션 전략이다. 무차입 콜옵션 발행자는 선물거래 증거금을 예치하여야 한다.

DROP Corp의 주식이 현재 주당 \$63에 거래되고 있다. 9월 60 콜옵션(\$3 내가격)이 \$6에 판매되고 있다. 휴즈 켄드릭은 DROP에 대한 9월 60 콜옵션 10 계약을 발행하였다. 이 거래에 대한 그의 프리미엄은 $10\times6\times100=6,000$이다. 그는 주식을 보유하고 있지 않으므로 콜옵션은 무차입이다. 만기일에 DROP의 주가가 행사가격 \$60 이하로 종료되면 휴즈는 전체 프리미엄을 갖게 된다. DROP의 주식 가격이 만기일에 \$60 보다 높아지면 그는 프리미엄을 가지긴 하지만 $1\times10\times100=1,000$에 $S(T)-60$을 곱한 것을 잃게 된다. 따라서 그의 손익분기점은 \$66이다.

$S(T)>66$이면 그는 순 손실 $1000\times(S(T)-66)$을 입게된다. 그러므로 그가 지닌 잠재적 손실 위험은 한계가 없다.

[휴즈 캔드릭의 이익-손실 도표]



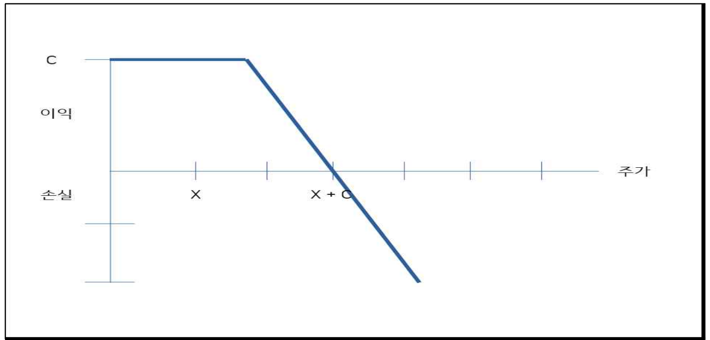
DROP의 가격이 상승하면 휴즈는 증거금 유지 요청을 받을 것이다. 그는 언제라도 DROP에 대한 9월 60 콜옵션을 구입하여 그의 포지션을 청산할 수 있다.

일반적으로

$$\text{주당 이익}=\begin{cases}C, & S(T)\le X \text{ 일 때}\\ X-S(T)+C, & S(T)>X \text{ 일 때}\end{cases}$$

으로, 여기서 C는 주당 가격이고 X는 주당 행사가격이다.

[휴즈 캔드릭의 주당 이익-손실 도표]



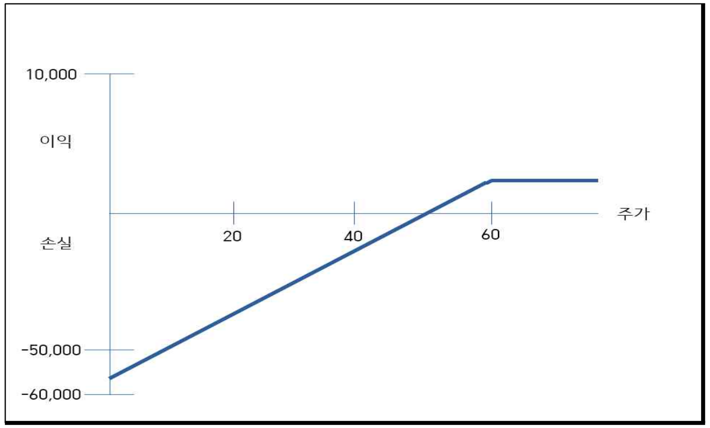
[차입 콜옵션 발행하기]

차입 콜옵션은 발행자가 적정한 수익 기초 주식을 보유한다는 점에서 무차입 콜옵션과 다르다. 앞의 예에서 휴즈가 콜옵션 발행 전에 DROP의 주식 1,000주를 \$62에 구매했더라면 옵션이 행사되더라도 주식을 제공할 수 있었을 것이다.

이제 휴즈가 차입 콜옵션을 발행했고 그 이전에 DROP 주식 1,000주를 주당 \$62에 구매했다고 하고 그의 초기 포지션을 생각해보자. 그는 주식에 \$62,000을 지불하고 콜옵션에 대한 대가로 \$6,000을 받았다. 그러므로 포지션 설정에 드는 순비용은 \$56,000이다. 이 상황은 무차입 콜옵션의 경우보다 더 복잡하다. 만기일에 DROP의 주가가 \$60 이하로 종료되면 휴즈는 프리미엄 \$6,000을 갖게 된다. 그러나 만기일에 \$56으로 종료되면 구입한 주식의 가치가 하락하기 때문에 그는 $1,000\times(62-56)=6,000$의 손실을 입게 된다. 주가가 \$56 그 이하로 종료되면 그는 순 손실을 본다.

그의 최대이익은 DROP 주가가 만기일에 \$60 이상이 되는 경우에 발생한다. 그때 그의 이익은 콜옵션에 대한 \$6,000와 주식 구매 비용 -\$2,000을 합하여 순이익 \$4,000이 된다.

[휴즈 캔드릭의 이익-손실 도표]

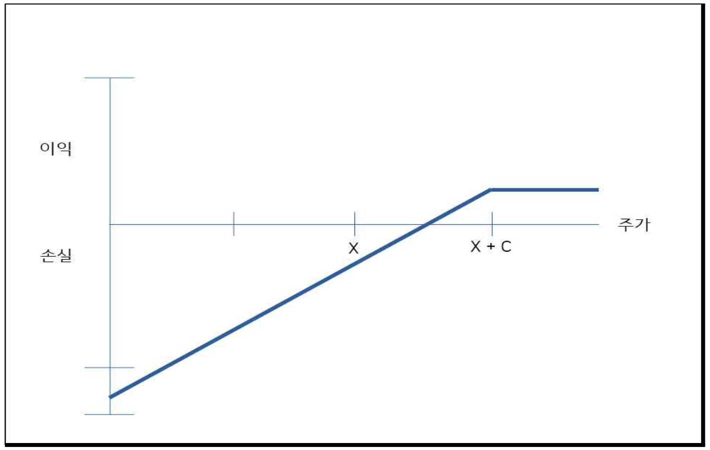


일반적으로 차입 콜옵션 발행자에 대해

$$\text{주당 이익}=\begin{cases}S(T)-S(0)+C, & S(T)\le X \text{ 일 때}\\ X+C-S(0), & S(T)>X \text{ 일 때}\end{cases}$$

이 되는데, 여기서 $S(0)$은 주당 가격으로 지불한 금액이고 C는 주당 콜옵션으로 받은 금액, X는 주당 행사가격이다.

[휴즈 캔드릭의 주당 이익-손실 도표]



11.3.4 풋옵션 발행하기

어떤 주식에 낙관적인 사람이라면 그 주식에 대해 풋옵션을 발행할 수도 있다. 풋옵션 발행자는 옵션이 행사되면 주식을 행사가격에 구매해야 한다.

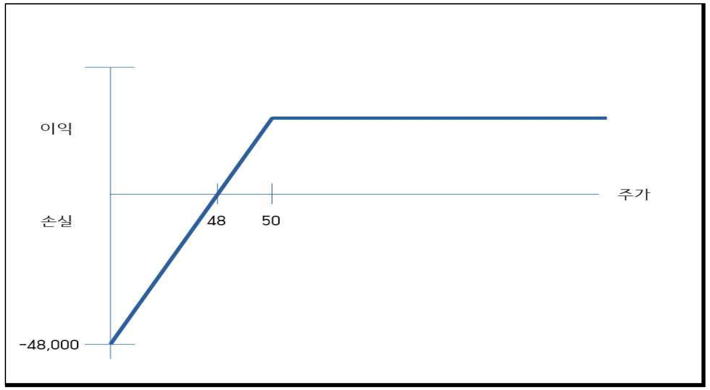
[무차입 풋옵션 발행하기]

풋옵션 발행자는 행사가격에 발행한 주식수를 곱한 것에 상응하는 현금을 적립하지도 않고 주식을 공매도하지도 않는 경우다. 무차입 풋옵션 발행자는 증거금 요구를 받는다.

톰 캔드릭은 RISE Corp의 주식에 낙관적이다. 토음 9월 50 풋옵션을 주당 $2에 10 계약을 발행하였다. 거래에 대한 그의 프리미엄은 $1\times 2\times 100 = 2{,}000$이다. 톰이 전체 행사가격 $(10\times 50\times 100 = 50{,}000)$에 상응하는 현금을 적립하지도 않았고 주식을 공매도하지도 않았으므로, 이는 무차입 풋옵션에 해당하고, 톰은 증거금 요구를 받게 된다.

RISE의 주식이 만기일에 $50보다 높은 가격에 종료되면 풋옵션은 행사되지 않고 $2,000을 갖게 된다. 주식이 주당 $50 밑으로 종료되면, 풋옵션이 행사될 것이고, 이 경우 그는 $50 이하 $1당 $10\times 1\times 100 = 1{,}000$의 손실을 보게 된다. 그러므로 톰의 손익 분기점은 $48이고 그의 최대 손실은 RISE가 파산하여 무가치해질 때이고, 그 때 톰은 주식을 구매해야 하므로 $10\times 50\times 100 = 50{,}000$을 잃고 프리미엄 $2,000을 가지므로, 순손실 $48,000을 보게 된다.

[톰 캔드릭의 이익-손실 도표]

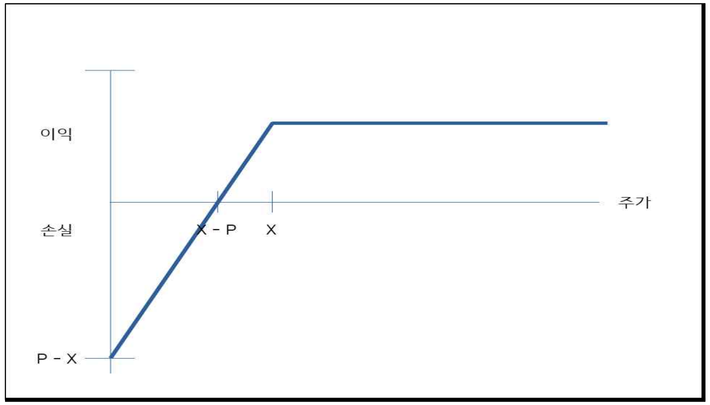


일반적으로 무차입 풋옵션에 대해

$$\text{주당 이익} = \begin{cases} P - X + S(T), & S(T) \le X \text{ 일 때} \\ P, & S(T) > X \text{ 일 때} \end{cases}$$

이며, 여기서 P는 풋옵션으로 받은 주당 가격, X는 주당 행사가격이다.

[톰 캔드릭의 주당 이익-손실 도표]



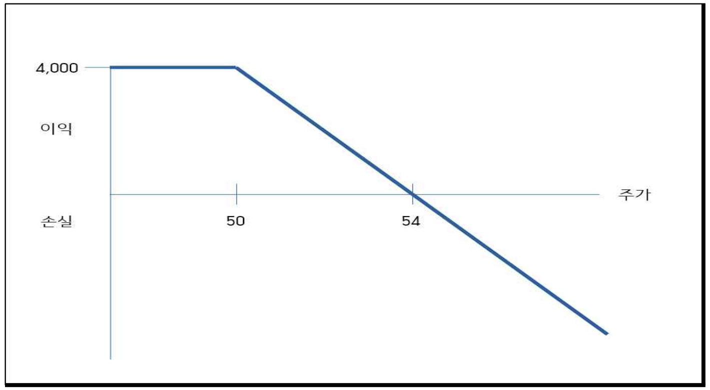
[차입 풋옵션 발행하기]

풋옵션 발행자가 주식을 공매도하거나 전체 행사가격에 상응하는 현금을 적립하면 풋옵션은 차입 옵션으로 간주된다. 이 경우는 무차입 풋옵션의 경우보다 더 복잡하며, 발행자가 주식을 공매도하면 잠재적 손실에 한계가 없음을 보게 될 것이다.

앞의 에에서 톰 캔드릭이 RISE의 주식을 투자회사에서 1,000주 빌려 주당 $52에 매도하여 공매도 했다고 하자. 이 경우 톰은 $52,000을 적립하고, 그래서 차입 포지션을 취했다. 행사가격이 $50이고 톰이 주당 $2에 RISE에 대한 9월 50 풋옵션 10 계약을 발행하였다.

이 경우에는 톰은 RISE 주식을 공매도 했기 때문에 주식 가격이 $52를 넘는 $1마다 $10\times 1\times 100 = 1{,}000$를 잃게 된다. 톰의 손익분기점은 $54이다. 이 점에서는 톰은 $10\times 54\times 100 = 54{,}000$을 공매도 포지션을 감당하기 위해 지불하므로 공매도하여 받은 금액과 풋옵션 발행으로 받은 금액의 합과 상쇄된다. $52{,}000 + 2{,}000 = 54{,}000$. 주식이 주당 $54를 넘어 종료되면 톰은 돈을 잃게 되고 그 잠재적 손실에는 한계가 없다. 만기일에 주식이 주당 $50보다 높으면 풋옵션은 행사되지 않는다. 톰의 최대 이익은 만기일에 주식이 $50 이하가 될 때이다. 만기일에 주식이 $50 이하가 되면 풋옵션이 행사되고, 톰은 주식을 구매해야 하므로 $10\times 50\times 100 = 50{,}000$을 지불한다. 이 주식들로 그는 공매도 포지션을 감당한다. 그는 주식을 팔고 사서 $10\times(52{,}000 - 50{,}000) = 2{,}000$의 이익을 보고, 풋옵션 판매로 $2{,}000$을 남겨, 이익으로 $4,000을 남긴다.

[톰 캔드릭의 이익-손실 도표]

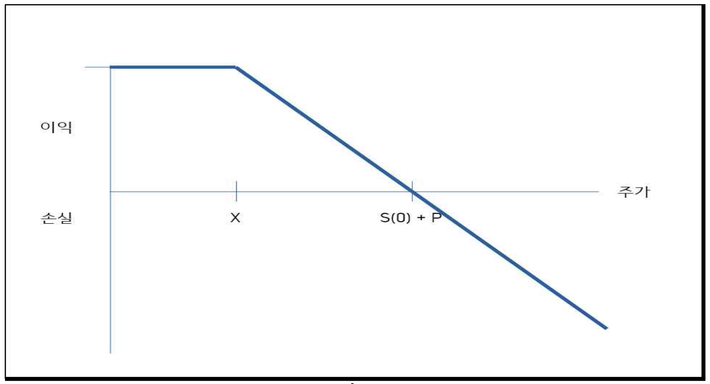


일반적으로,

$$\text{주당 이익} = \begin{cases} P - X + S(T), & S(T) \le X \text{ 일 때} \\ P, & S(T) > X \text{ 일 때} \end{cases}$$

이며, 여기서 $S(0)$는 공매도로 받은 주당 가격, P는 풋옵션 발행으로 받은 주당 가격, X는 주당 행사가격이며, $S(0) + P > X$라 가정한다.

[톰 캔드릭의 주당 이익-손실 도표]



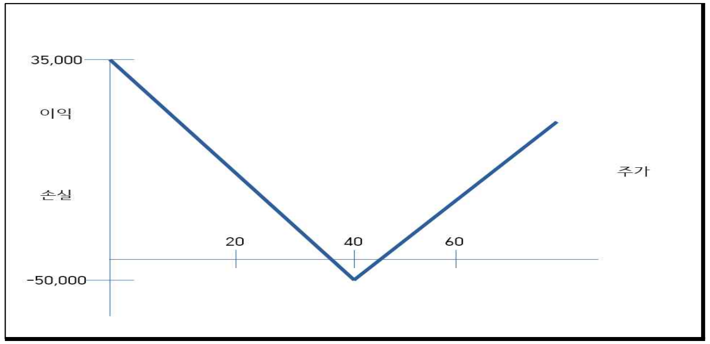
11.3.5 스트래들

스트래들이란 **행사가격과 만기일인 동일**한 콜옵션 하나와 풋옵션 하나를 구매하거나 콜옵션 하나와 풋옵션 하나를 매도하는 것을 말한다. 주식 가격이 크게 변할 거라 기대하지만 변화 방향에 대해서는 확신하지 못하는 경우 스트래들 구매한다. 주식 가격이 크게 상승하면 스트래들 구매자는 콜옵션에서 이익을 얻고, 주식 가격이 크게 낮아지면 구매자는 풋옵션에서 이익을 얻을 수 있다.

역으로 스트래들 발행자는 주식 가격이 변하지 않거나 변화가 매우 작아 옵션을 판매하여 프리미엄에서 이익을 취할 수 있을 것을 기대한다. 여기서는 투자자가 스트래들을 구매하는 경우를 살핀다.

헬렌 캔드릭이 MOVE Corp의 주식이 크게 변하게 될 것이라 믿지만 변화 방향에 대해서는 확신하지 못한다고 하자. MOVE는 현재 주당 $40에 팔리고 있다. MOVE에 대한 6월 40 콜옵션은 주당 $3에 팔리고 있고, 6월 40 풋옵션은 주당 $2에 팔리고 있다. 헬렌은 MOVE에 대한 6월 40 콜옵션 10계약과 6월 40 풋옵션 10계약을 구매하고 합계 $10\times 3\times 100 + 10\times 2\times 100 = 5{,}000$을 지불하였다. MOVE가 만기일에 주당 $40 밑이면 헬레은 풋옵션 포지션에서 이익을 취한다. MOVE가 만기일에 주당 $40보다 높으면 콜옵션 포지션에서 이익을 취한다.

[헬렌의 포지션에 대한 이익-손실 도표]

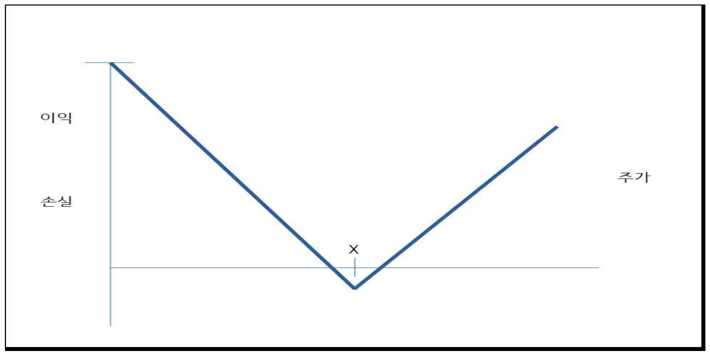


헬렌은 MOVE가 만기일에 $45나 $35에 종료하면 득실이 없다. 만기일에 가격이 $35와 $45 사이이면 헬렌은 손실을 본다. 그녀의 최대 손실은 만기일에 MOVE가 행사가격 주당 $40에 종료할 때 발생하며, 그 경우 그녀는 전체 프리미엄 $5,000을 잃게 된다. 그녀가 콜옵션에서 얻을 수 있는 잠재적 이익에는 한계가 없으나, 풋옵션에서 얻을 수 있는 최대 이익은 주식 가격이 0 이 될 때 발생하며 이 경우 풋옵션은 이익 $40,000을 낳아 전체 이익 $40,000 − $5,000 = $35,000이 된다.

일반적으로,

$$\text{주당 이익} = \begin{cases} X - S(T) - C - P, & S(T) \le X \text{ 일 때} \\ S(T) - X - C - P, & S(T) > X \text{ 일 때} \end{cases}$$

이고, 여기서 C는 ㅅ콜옵션에 지불한 주당 가격, P는 풋옵션에 지불한 주당 가격, X는 주당 행사가격이다. 스트래들 구매자에 대한 주당 이익-손실 도표는 다음과 같다.



11.4 풋-콜 패리티 정리

모두 유러피언이며 같은 주식에 대한 옵션인 가격이 C인 콜옵션과 가격이 P인 풋옵션을 생각하자. 두 옵션에 대해 행사가격 X와 만기일 T는 모두 동일하다. $t=0$에 포트폴리오를 형성한다. 하나는 콜옵션과 액면가 X이고 만기일이 T인 무위험 무이표채권으로 구성되어있다. 다른 하나는 주식과 풋옵션으로 구성되어 있다.

두 포트폴리오를 시간 T에 비교하면 다음과 같다. 여기서 $S(T)$는 시간 T일 때의 주식의 가격이다.

[포트폴리오 1]

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
콜옵션의 가치	0	$S(T)-X$
채권의 가치	X	X
가치 합계	X	$S(T)$

[포트폴리오 2]

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
주식의 가치	$S(T)$	$S(T)$
풋옵션의 가치	$X-S(T)$	0
가치 합계	X	$S(T)$

그러므로 시간 T의 주식 가격의 무관하게 두 포트포리오의 가치는 시간 T에 동일하게 된다. 따라서 차익거래가 없다는 가정에서 초기에 두 포트폴리오를 구성하는 비용은 같아야 한다.

첫 포트폴리오를 구성하는 비용은 $C+Xe^{-i(\infty)T}$로, 여기서 i^{∞}는 연속 복리로 계산한 무위험 수익률이다. 둘째 포트폴리오를 구성하는 비용은 $S(0)+P$로, 여기서 $S(0)$는 시간 0일 때 주식 가격이다.

$$C+Xe^{-i(\infty)T}=S(0)+P$$

이 정리를 다음과 같이 볼 수 있다. $C+Xe^{-i(\infty)T}<S(0)+P$라 하자. 그러면 둘째 포트폴리오의 가치가 첫째 포트폴리오의 가치보다 크다. 이로부터 투자자가 다음과 같은 차익거래 기회가 발생한다.

콜옵션을 C에 구입하고 채권을 $Xe^{-i(\infty)T}$에 구입하며, 주식을 공매도하고 풋옵션을 P에 매도한다. 이 포지션을 설정하는 총 비용은 양수로 재정기회가 발생한다. $C+Xe^{-i(\infty)T}-S(0)-P<0$. 즉 투자자는 초기에 순이익을 본다. 유러피언 옵션이며 콜옵션과 풋옵션이 만기일 이전에 행사할 수 없음을 생각하면, 시간 T에 다음과 같은 포지션이 가능하다.

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
콜옵션의 가치	$S(T)-X$	0
채권의 가치	X	X
주식(공매도)의 가치	$-S(T)$	$-S(T)$
풋옵션(공매도)의 가치	0	$-(X-S(T))$
가치 합계	0	0

그러므로 시간 T에 포트폴리오의 가치는 주식 가격 $S(T)$에 무관하게 0이다. 포트폴리오를 설정하는 초기에 순이익이 있었으므로, 무위험이며 보장된 이익이 존재한다. 여기서는 이러한 차익거래는 존재하지 않는다고 가정한다.

유사하게 $C+Xe^{-i(\infty)T}>S(0)+P$이면 투자자는 콜옵션을 C에 공매도하고, 채권을 $Xe^{-i(\infty)T}$에 공매도하고, 주식을 $S(0)$에 매입하고 풋옵션을 P에 매입한다.

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
콜옵션(공매도)의 가치	$-(S(T)-X)$	0
채권(공매도)의 가치	$-X$	$-X$
주식의 가치	$S(T)$	$S(T)$
풋옵션의 가치	0	$X-S(T)$
가치 합계	0	0

[예제 11.1] HOT1은 현재 주당 $95 에 팔리고 있고, 배당금은 없으며, $T=0.5$(6개월)에 만기가 되며 행사가격이 $100로 같은 콜옵션과 풋옵션이 있다. 콜옵션은 $5이고, 풋옵션은 $8이며 연속 복리로 계산한 무위험 수익률은 10%이다. 포트폴리오 1과 포트폴리오 2를 구성하는 비용을 계산하라.
==

포트폴리오 1
$=C+Xe^{-i(\infty)T}=5+100e^{-0.10\times0.5}=5+95.12=100.12$

포트폴리오 2
$=S(0)+P=95+8=103$

그러므로 첫째 포트폴리오를 구성하는 비용이 둘째 포트폴리오를 구성하는 비용보다 적다. 첫째 포트폴리오를 "매수"하고, 둘째 포트폴리오를 "매도"함으로써 이 차익거래 상황을 이용할 수 있다.

즉 콜옵션을 $5에 매입하고 채권을 $95.12에 매입하며, 주식을 $95에 공매도하고, 풋옵션을 $8에 매도한다. 이는 순이익 $2.88을 의미한다.

시간 T에 이 포트폴리오는 다음의 가치를 지닌다.

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
콜옵션(공매도)의 가치	0	$S(T)-100$
채권(공매도)의 가치	100	100
주식의 가치	$-S(T)$	$-S(T)$
풋옵션의 가치	$-100+S(T)$	0
가치 합계	0	0

원하는 결과가 나왔다. 포지션을 설정하면서 순이익 $2.88을 얻었고, 시간 T에 포트폴리오의 가치는 주식 가격 $S(T)$에 무관하게 0이 된다.

앞서 설정한 가정을 일부 살펴보자. 액면가 X이고, 시간 T에 만기인 무위험 채권을 매입할 수 있다고 가정하였다. 채권이 무위험이어야 하므로 이 가정에 의하면 회사채, 지방채, 수익상환채 등에 투자하는 것은 배제된다. 정한 가치를 지닌 포트폴리오를 구성할 수 있다고도 가정하였다. 예를 들어, 주식, 채권, 콜옵션, 풋옵션을 주어진 가격에 사실상은 동시에 매입(혹은 공매도)할 수 있다고 하였다. 이것이 **유동성 가정**이다.

옵션이 유러피언이라 가정하였고, 그래서 옵션은 만기일 이전에는 행상될 수 없다. 이전에 적어도 원칙적으로 아메리칸 콜옵션이 만기 전에는 결코 행사되지 않는다고 하였지만 풋옵션을 행사하는 것이 합당한 경우가 있다.

다음의 극단적인 경우가 이를 보여준다. 파산 준비 중인 회사의 풋옵션을 매입하여 그 후 주식 가격이 0이 되었다고 하자. 주식 가격이 더 낮아질 수 없으므로 명백히 풋옵션이 행사되어야 한다. 주식 가격이 0이 아니지만 아주 낮게 떨어져도 비슷한 얘기를 할 수 있다.

11.5 옵션을 이용한 헤징

헤징은 **주어진 투자 또는 포트폴리오의 위험을 다른 자산에 투자하여 상쇄**하는 것이다. 예를 들어, 특정 주식에 대한 투자와 함께 풋옵션을 매입하는 것이다.

[예제 11.2] 웬디 캔드릭은 DROP의 주식을 주당 $30에 100주 매입하였다. 그녀는 주가가 하락을 우려하여 잠재적 손실을 줄이기로 하였다. 그녀는 DROP에 대한 풋옵션을 행사가격 $25에 100 계약 구매하였다. DROP의 가격이 $25 이하로 떨어지면 어떤 일이 생기는가?
==

주식 가격이 $25 이하로 떨어지면, 웬디는 풋옵션을 행사하여 주식 가격 하락으로 인한 손실을 $100\times(30-25)=500$으로 제한할 수 있다. 이는 **방어적 풋옵션**의 사례이다. 그녀가 주식에 주당 $30을 지불하고, 풋옵션에 대해 지불하며, 매 거래마다 수수료를 지불한다는 점을 유의하자.

다른 예를 보자. 연초에 GOUP가 주당 $50에 거래되며 연말에 주당 $25 또는 $100이 될 수 있다. 연속 복리로 계산한 무위험 수익률이 5%이고, GOUP에 대한 콜옵션은 행사가격이 $75라 하자. 만기일에 주식 가격이 $100이면 콜옵션 가격은 $25이고, 주식 가격이 $25이면 $0이다. 이를 표로 나타내면 다음과 같다.

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
$S(T)$	25	100
$C(T)$	0	25

헤징을 다음과 같이 설명할 수 있다. Δ주의 주식을 매수하고 $$B$를 연속 복리로 5% 할인한 현재가를 대출하여 포트폴리오를 생성하려고 한다. 이 포트폴리오는 콜옵션 하나로 이루어진 또 다른 포트폴리오와 같은 가치를 갖게 될 것이다. 연말에 빌린 것이 B가 되려면 지금 $Be^{-i(\infty)}$를 빌려야한다. 원하는 포트폴리오를 구성하기 위해서는 다음 방정식이 만족되어야 한다.

$$\Delta S(T)-B=C(T)$$

여기서 $S(T)$는 연말의 주식 가격이고 $C(T)$는 만기일의 콜옵션 가격이다. 여기서 연립방정식이 나온다.

$$25\Delta-B=0$$
$$100\Delta-B=25$$

이 방정식을 Δ와 B에 대해 풀면 $\Delta=1/3$이고, $B=25/3$이다. 그러므로 GOUP 1/3주를 주당 $50에 매수하고 $(25/3)e^{-0.05}=7.93$을 대출한다. 그러면 연말에 포트폴리오들은 다음과 같은 가치를 가진다.

[포트폴리오 1]

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
콜옵션 1개	0	25
합계	0	25

[포트폴리오 2]

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
GOUP 1/3주	8.33	8.33
대출 상환	-8.33	-8.33
합계	0	25

그러므로 첫째 포트폴리오를 GOUP 1/3과 연속 복리 5%의 $7.93 대출로 복제하였다. 이것은 무엇을 의미하는가? 일반적인 차익거래 논법을 이용하면 포트폴리오를 구성하는 비용이 같다는 것이다. GOUP 1/3의 비용은 1/3 x 50 = 16.67이다. 대출 비용은 -$7.93 이다. 그러므로 이 포트폴리오를 설정하는 전체 비용은 $8.74이다. 포트폴리오 1이 콜옵션 하나로 구성되었으므로 GOUP에 대한 콜옵션의 가치는 $8.74가 된다.

이제 헤징방법을 일반화하자. 현재 가격이 $S(0)$이고 시간 $T>0$에 만기이며 행사가격이 X인 콜옵션을 가진 주식을 보유하고 있다. 연속 복리 무위험 수익률이 $i^{(\infty)}$이다. 주식은 가격이 만기일에 S_U로 오르거나 S_D로 하락할 수 있으며, 이 두 가능성 외에는 없다고 가정한다. 주식 Δ주와 미래가 B에 무위험 투자한 현금으로 구성된 포트폴리오를 설정하려고 한다. 그러면 헤징된 포트폴리오의 가치는 다음 두 방정식이 만족되면 시간 T의 주식 가격에 무관하게 콜옵션의 가치와 일치하게 된다.

$$\Delta S_U-B=C_U$$
$$\Delta S_D-B=C_D$$

여기서 S_U와 S_D는 만기일에 가능한 주식의 가치이고, C_U와 C_D는 대응하는 콜옵션의 가격이다. 이 방정식을 Δ와 B에 대해 풀어보면,

$$\Delta=\frac{C_U-C_D}{S_U-S_D}$$

이고, 점 (S_D, C_D)와 (S_U, C_U)를 지나는 직선의 기울기이고,

$$B=\frac{C_U S_D-C_D S_U}{S_U-S_D}$$

이다. 앞의 예를 이 공식을 적용하면, $S_D=25$, $S_U=100$, $C_D=0$, $C_U=25$이다.

이제 조금 다른 문제를 생각해 보자. 주식 Δ주를 매입하고 콜옵션 하나를 매도하여 헤징하는 문제이다. 이전과 동일한 가정과 동일한 기호를 사용한다.

$$\frac{C_U - C_D}{S_U - S_D}$$

위의 공식을 **헤지비율**이라고 부른다. 헤지비율은 다음과 같은 정리가 성립한다.

> "헤지비율은 **포트폴리오의 가치가 주식 가격에 의해 달라지지 않도록 하는 콜옵션 하나 매도에 대한 보유 주식의 비**이다."
>
> ===
>
> 이 정리를 증명하려면 단지 포트폴리오의 가치가 두 값 S_U 와 S_D 에 대해서 동일하다고 보이면 된다. 주식 가격이 S_U 일 때, 포트폴리오의 가치는
>
> $$\Delta S_U - C_U = \frac{C_U - C_D}{S_U - S_D} S_U - C_U = \frac{C_U S_D - C_D S_U}{S_U - S_D}$$
>
> 주식 가격이 S_D 일 때, 포트폴리오의 가치는
>
> $$\frac{C_U - C_D}{S_U - S_D} S_D - C_D = \frac{C_U S_D - C_D S_U}{S_U - S_D}$$
>
> 두 상황일 때 포트폴리오의 가치는 같다.

헤지비율 정리의 중요한 특징은 그 결과가 **주식 가격이 $S(0)$에서 S_U 로 상승하거나 혹은 S_D 로 하락할 확률에 독립**이라는 점이다.

앞의 예에서 $S_D = 25$, $S_U = 100$, $C_D = 0$, $C_U = 25$ 이고, 헤지비율을 구하면,

$$\Delta = \frac{25 - 0}{100 - 25} = \frac{1}{3}$$

다시 말하면, 콜옵션 하나가 팔릴 때마다 주식 1/3주를 보유해야 한다는 것이다.

만약 $C = 10$이라고 해보자. 그러면 $S(0) = 50$, $S_U = 100$, $S_D = 25$, $C_D = 0$, $C_U = 25$, $i^{(\infty)} = 0.05$ 이다. 이제 다음과 같이 차익거래를 통하여 이익을 얻을 수 있다. 콜옵션을 10에 3개를 발행하고, 주식 하나를 50에 매입하고, 연속 복리 5%로 $20를 빌린다. 초기 현금 흐름은 30 - 50 + 20 = 0 이므로 포트폴리오를 구성하는데 비용이 들지 않는다. 만기일에는 다음과 같다.

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
옵션 셋 발행	0.00	-75.00
주식 하나 매입	25.00	100.00
연속 복리 5%로 $20 차입	-21.03	-21.03
	3.97	3.97

이것은 무위험 투자다. 초기 투자는 0이고, 만기일에 주식 가격이 어떻게 되든 이익이 $3.97가 된다. 원하는 이익을 얻기 위해서는 그저 헤지비율 1/3을 이용하고, 초기 비용이 없게 무위험 이자율로 충분한 돈을 빌리기만 하면 된다.

> [연습문제 11.11] BIG1이 현재 주당 $100에 거래되고 있다. BIG1에 대한 풋옵션이 $7이고, 행사가격은 $105이며, 만기일까지의 기간은 6개월이며, 연속 복리의 무위험 수익률은 4%이다. 풋-콜 패리티 관계가 성립하는가? 성립하지 않으면, 양의 이익을 확실하게 만들어내는 차익거래 포트폴리오를 기술하여라. 이익은 얼마인가?
>
> ===
>
> 포트폴리오 1
> $= C + Xe^{-i(\infty)T} = 5 + 105e^{-0.04 \times 0.5} = 0 + 102.92 = 102.92$
>
> 포트폴리오 2
> $= S(0) + P = 100 + 7 = 107$
>
> = 재정 이익, $107 - 102.92 = 4.08$

> [연습문제 11.12] $X = 100$, $C = 8$, $P = 2$, $S(0) = 105$, $i^{(\infty)} = 0.05$, $T = 1$이라 하자. 풋-콜 패리티 관계가 성립하는가? 성립하지 않으면, 양의 이익을 확실하게 만들어내는 차익거래 포트폴리오를 기술하라. 이익은 얼마인가?
>
> ===
>
> 성립하지 않는다.
>
> 콜옵션을 $8에 구입, 액면가 $100인 무이표채권을 $e^{-0.05}100 = 95.12$ 에 구입, 주식을 $105에 공매도, 풋옵션을 $2에 공매도를 한다.
>
> 최종 이익 $3.88의 재정기회가 발생한다.

> [연습문제 11.13] $C + Xe^{-i(\infty)T} > S(0) + P$ 일 때, 만들 수 있는 차익거래 포트폴리오를 기술하여라.
>
> ===
>
> 투자자는 콜옵션을 C에 공매도하고, 채권을 $Xe^{-i(\infty)T}$에 공매도하고, 주식을 $S(0)$에 매입하고 풋옵션을 P에 매입한다.

	$S(T) \le X$	$S(T) > X$
콜옵션(공매도)의 가치	$-(S(T) - X)$	0
채권(공매도)의 가치	$-X$	$-X$
주식의 가치	$S(T)$	$S(T)$
풋옵션의 가치	0	$X - S(T)$
가치 합계	0	0