#17 (1) $a_n = \dfrac{2n+3}{3n-2}$ 일 때,

$$a_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3n-2} \times \frac{13}{3}$$

이고 $\dfrac{1}{3n-2}$ 이 감소수열이므로, $\{a_n\}$은

단조감소이고 $n \geq 1$ 일 때, $a_n \geq \dfrac{2}{3}$ 이므로

아래로 유계하다. 그리고

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2+\frac{3}{n}}{3-\frac{2}{n}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

이다.

#18 $a_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+n} = \frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n} + \cdots + \frac{1}{n+n}$ 일 때,

$$0 < a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+n} < \frac{n}{n+1} < 1$$

이다. 그리고

$$a_{n+1} - a_n = \sum_{m=1}^{n+1} \frac{1}{m+n+1} - \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+n}$$

$$= \left(\cancel{\frac{1}{n+2}} + \cancel{\frac{1}{n+3}} + \cdots + \cancel{\frac{1}{2n}} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}\right)$$

$$- \left(\frac{1}{n+1} + \cancel{\frac{1}{n+2}} + \cancel{\frac{1}{n+3}} + \cdots + \cancel{\frac{1}{2n}}\right)$$

$$= \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2(n+1)(2n+1)}$$

> 0. $\therefore$ $\{a_n\}$은 단조증가 수열이다

또한 $a_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+n} < n \cdot \frac{1}{n} = 1$ 이므로 위로

유계하다 그러므로 $\{a_n\}$은 수렴하며

$0 < \displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n \leq 1$ 이다. Q.E.D