

REPORT



과목명		금융포트폴리오
담당교수		최영훈 교수님
학과		응용통계학과
학년		3학년
학번		201452024
이름		박상희
제출일		기말고사 족보풀이

2017년 금융포트폴리오 기말고사

[문제2] 위험이 가장 적은 포트폴리오를 구성하려면 아래 두 주식의 가중치를 어떻게 구성해야 하는가?

[Hint : $w_1 = (\sigma^2 - \sigma_{12}) / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})$]

주식 i	\bar{R}_i	σ_i	
1	14 %	10 %	$\rho_{12} = -0.2$
2	10 %	5 %	

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + (1-w_1)^2 \sigma_2^2 + 2\rho_{12} w_1 (1-w_1) \sigma_1 \sigma_2$$

$$\sigma_P^2 = 100w_1^2 + 25(1-2w_1+w_1^2) + 2(-0.2)w_1(1-w_1)(10)(5)$$

$$\sigma_P^2 = 100w_1^2 + 25w_1^2 - 50w_1 + 25 + 20w_1^2 - 20w_1$$

$$\sigma_P^2 = 145w_1^2 - 70w_1 + 25$$

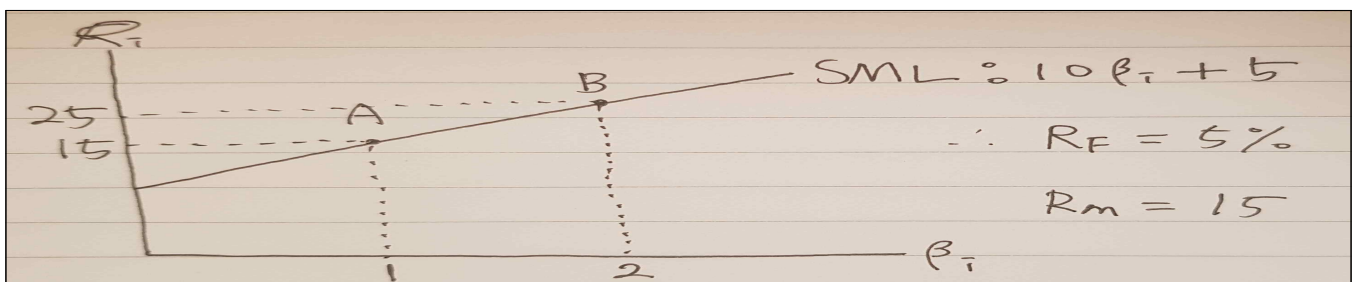
포트폴리오의 분산이 최소가 되려면,

$$290w_1 - 70 = 0$$

$$w_1 = \frac{70}{290} = 0.24, \quad w_2 = \frac{220}{290} = 0.76$$

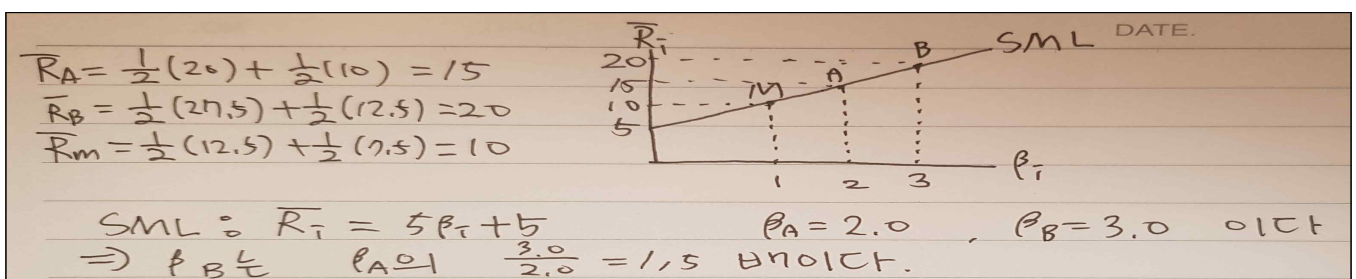
[문제3]

① SML(증권시장선)에서 두 포트폴리오 A, B의 균형기대수익률이 15% 및 25%이다. 한편 $\beta_A = 1$, $\beta_B = 2$ 이다. 무위험자산수익률 R_F 및 시장기대수익률 \bar{R}_m 은?



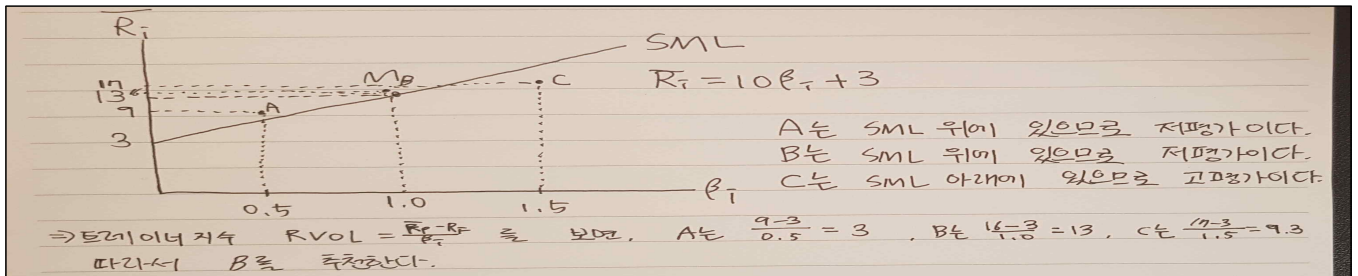
② 내년도 경기상황에 따른 시장(m) 및 주식 A, B의 균형(요구)수익률 예측이 아래표와 같다. SML을 이용하여 비교할 때, β_B 는 β_A 의 몇배인가?

경기/확률	R_m	R_A	R_B	
호황(50%)	12.5%	20%	27.5%	$R_F = 5\%$
불황(50%)	7.5%	10%	12.5%	



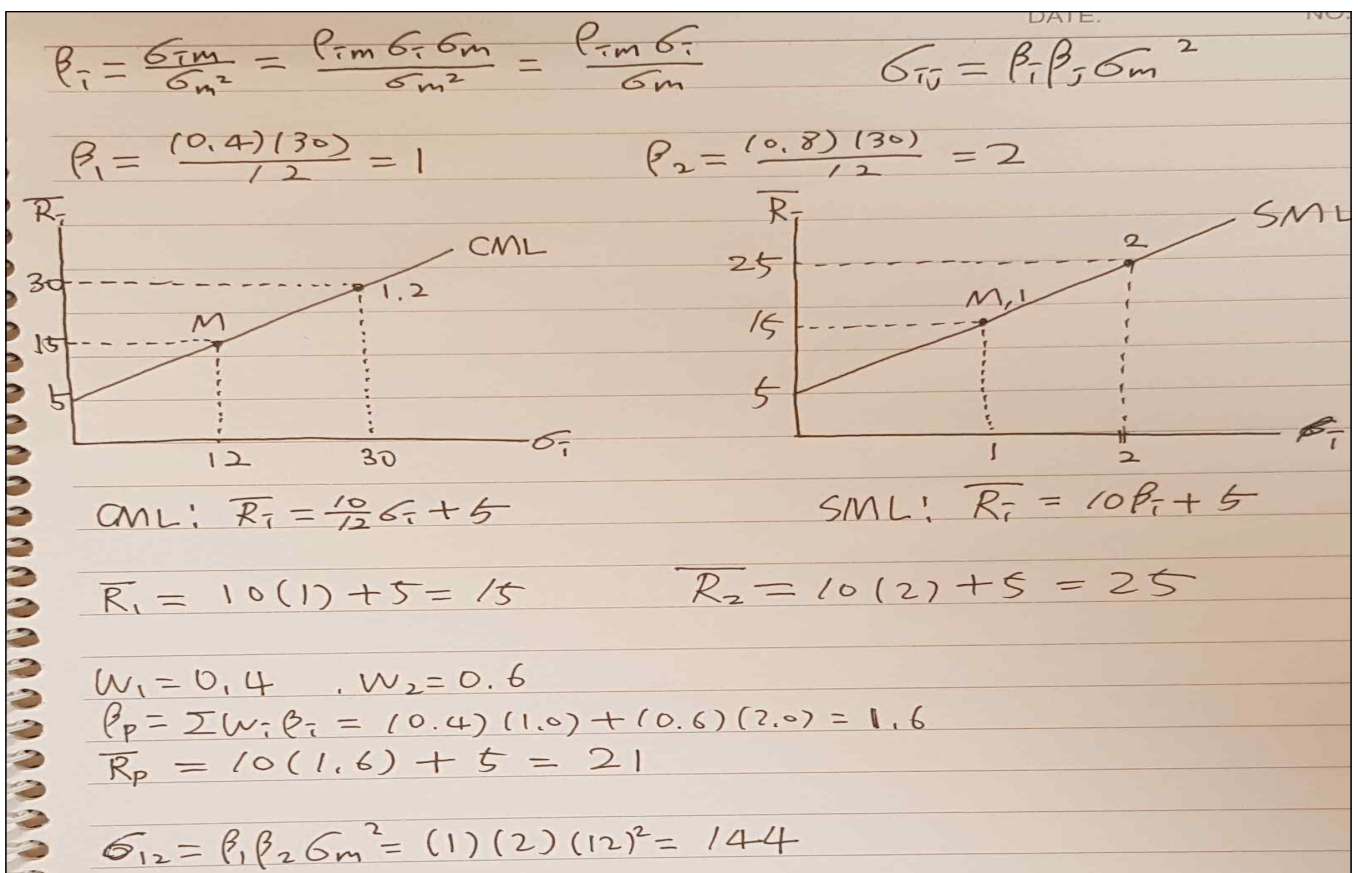
- ③ (1) 아래 세 자산가격의 저평가/고평가 여부에 대하여 논하라.
 (2) 투자자에게 가장 추천하고 싶은 하나의 자산을 결정하여라.

자산 i	β_i	실제 \bar{R}_m	
A	0.5	9%	$R_F = 3\%$ $\bar{R}_m = 13\%$
B	1.0	16%	
C	1.5	17%	



- ④ (1) 아래 개별주식 1,2의 체계적 위험 β_i 를 구하여라.
 (2) CML 및 SML을 구하여라.
 (3) SML을 이용하여 두 주식의 균형 \bar{R}_i 를 구하여라.
 (4) 주식1과 2에 각각 40%와 60%를 투자하여 구성되는 포트폴리오 P의 β_P 및 균형 \bar{R}_P 를 구하여라. (Hint : $\beta_P = \sum w_i \beta_i$ 및 \bar{R}_P 는 SML을 이용)
 (5) 공분산 σ_{12} 를 구하여라.

자산 i	σ_i	ρ_{im}	
1	30%	0.4	$R_F = 5\%$ $\bar{R}_m = 15\%$ $\sigma_m = 12\%$
2	30%	0.8	

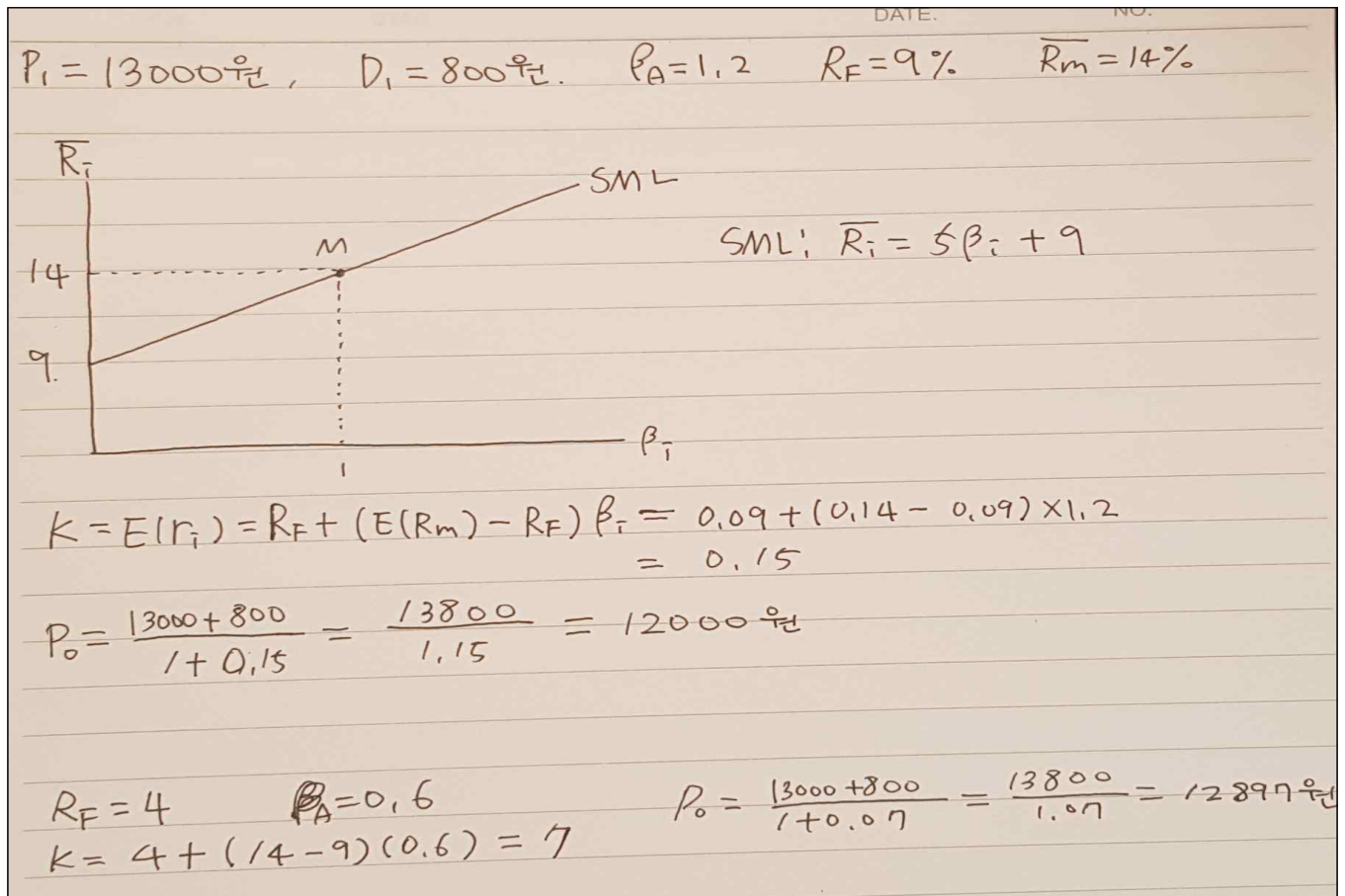


⑤ A의 1년 후 주가 $P_1 = 13000$ 원, 배당금 $D_1 = 800$ 원이 예상되며, $\beta_A = 1.2$, $R_F = 9\%$, $\bar{R}_m = 14\%$ 일 경우에

(1) 균형(요구) 기대수익율 \bar{R}_A 은?

(2) 현재 적정 주가 P_0 는?

(3) $R_F = 4\%$ 및 ρ_{im} 만이 지금의 절반으로 줄어든다면 현재 적정주가 P_0 는?



[문제4] 다음 문항에 T, F 로 답하여라.

- ① 분산투자로 인해 포트폴리오의 기대수익율은 줄어든다. [F]
- ② 양의 상관관계를 가지는 주식들 사이에는 분산투자 효과가 없다. [T]
- ③ 포트폴리오의 비체계적위험이란 기업특유의 고유위험이다. [T]
- ④ 위험자산의 기대수익율은 R_F 의 수익률보다 항상 높다. [F]
- ⑤ β 계수가 0이면 무위험자산이다. [T]
- ⑥ β (체계적 위험)이 큰 주식의 기대수익율은, β 가 작은 주식의 기대수익율보다 높다. [T]
- ⑦ 인플레이션을 상승하면, R_F 상승으로 인해 SML 절편이 상승한다. [T]
- ⑧ CML 선상의 포트폴리오와 균형시장포트폴리오의 상관계수는 +1이다. [T]
- ⑨ 비체계적인 위험을 가진 포트폴리오는 CML 상단에 위치한다. [F]
- ⑩ CML에는 효율적인 자산만이 존재하나, SML에는 비효율적인 자산도 존재한다. [T]

교과서 예제

[문제] 주식 S와 J에 관한 다음의 자료를 이용하여 요구사항에 답하여라.

주식	시장수익률과의 상관계수	표준편차
S	1.0	0.1
J	0.5	0.2

두 주식간의 상관계수는 0.5, 시장수익률의 표준편차는 0.1이다. 투자자는 S주식에 60%, J주식에 40%의 비중으로 포트폴리오를 구성하려고 한다.

- (1) 두 주식 S와 J의 베타를 구하시오.
- (2) 두 주식 S와 J의 공분산을 마코위츠 모형과 시장모형으로 나누어 구하시오.
- (3) 마코위츠 모형을 가정할 때, 이 포트폴리오의 분산을 구하여라.
- (4) 시장모형을 가정할 때, 이 포트폴리오의 분산을 구하여라.

$W_S = 0.6$ $W_J = 0.4$ $\rho_{SJ} = 0.5$ $\sigma_m = 10$
 $\rho_{Sm} = 1$ $\rho_{Jm} = 0.5$ $\sigma_S = 10$ $\sigma_J = 20$

① $\beta_S = \frac{(1.0)(10)}{10} = 1.0$ $\beta_J = \frac{(0.5)(20)}{10} = 1.0$

② 마코위츠 모형 : $\sigma_{AB} = \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} = (0.5)(10)(20) = 100$
 시장모형 : $\sigma_{AB} = \beta_A \beta_B \sigma_m^2 = (1.0)(1.0)(10)^2 = 100$

③ $W_S^2 \sigma_S^2 + W_J^2 \sigma_J^2 + 2W_S W_J \sigma_S \sigma_J \rho_{SJ}$
 $= (0.36)(100) + (0.16)(400) + 2(0.6)(0.4)(10)(20)(0.5)$
 $= 36 + 64 + 48 = 148$

④

종	체계적	비체계적	
100	$1^2 \times 10 = 10$	90	₩
400	$0.5^2 \times 20 = 5$	395	₩

$\beta_P = (0.6)(1.0) + (0.4)(1.0) = 0.8$
 $\text{Var}(E_P) = (0.6)^2(90) + (0.4)^2(395) = 32.4 + 63.2 = 95.6$
 $\sigma_P = \beta_P^2 \sigma_m^2 + \text{Var}(E_P) = (0.8)^2(10) + 95.6 = 102$

[문제] 시장모형이 성립한다고 가정할 때, 두 주식 A, B 및 시장수익률에 대한 다음의 자료를 이용하여 아래 물음에 답하시오.

주식	A	B	시장수익률
표준편차	0.15	0.5	0.1
베타	0.8	1.5	

- (1) 주식 A와 주식 B의 시장수익률과의 상관계수를 각각 구하시오.
- (2) 두 주식간의 상관계수를 구하시오.
- (3) 두 주식의 총 위험을 체계적 위험과 비체계적 위험으로 구분하시오.

$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \rho_{im}$

① $0.8 = \frac{1.5}{10} \times \rho_{Am} \Rightarrow 0.53 = \rho_{Am}$
 $1.5 = \frac{50}{10} \times \rho_{Bm} \Rightarrow 0.3 = \rho_{Bm}$

② $\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B} = \frac{\rho_A \rho_B \sigma_m^2}{\sigma_A \sigma_B} = \frac{(1.5)(0.8)(10)^2}{(15)(50)} = 0.16$

③

주식	총위험	체계적위험	비체계적위험
A	225	64	161
B	2500	225	2275

[문제] 다음 물음에 답하시오.

03. 다음은 N 개의 주식으로 포트폴리오를 구성한다고 할 때 마코위츠 모형과 단일지수 모형 하에서 효율적 포트폴리오를 선택하기 위하여 필요한 정보의 양에 대한 비교이다. 빈 칸에 맞는 번호를 찾아 넣으시오.

[물음 1]

마코위츠 모형		단일지수 모형	
항목	정보량	항목	정보량
$E(r_i)$	① n	$E(r_m)$	④ 1
σ_i^2	② n	α_i	⑤ n
σ_{ij}	③ $\frac{n(n-1)}{2}$	β_i	⑥ n
		$Var(\epsilon_i)$	⑦ n
		$Var(r_m)$	⑧ 1
계	⑨ $\frac{n^2+3n}{2}$	계	⑩ $3n+2$

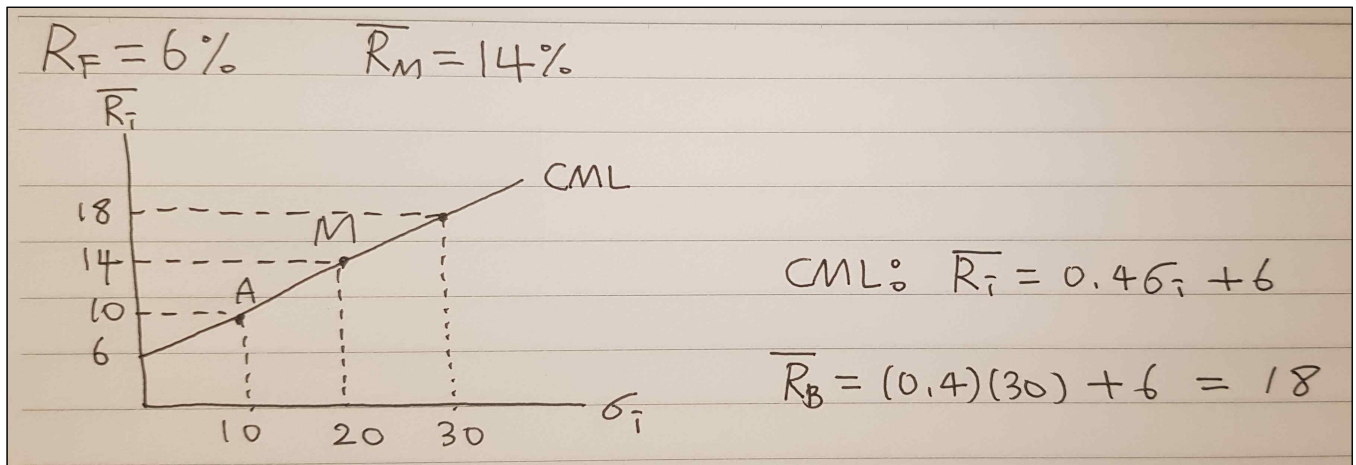
< 보기 >

A: n 개 B: 1개 C: $n(n-1)/2$ 개 D: $\frac{n^2+3n}{2}$ 개
 E: $3n+2$ 개 F: $2n+3$ 개 G: $\frac{n^2+2n}{3}$ 개

[물음 2] 위 결과에서 주식수가 몇 개 이상일 때 단일지수 모형이 마코위츠 모형에 비해 필요한 정보의 숫자가 줄어드는가?

$$\begin{aligned} \frac{n^2+3n}{2} &> 3n+2 \\ n^2+3n &> 6n+4 \\ n^2-3n-4 &> 0 \\ (n-4)(n+1) &> 0 \\ n &> 4 \quad \text{or} \quad n < -1 \\ \therefore n &= 5 \text{ 이상} \end{aligned}$$

[문제] 무위험이자율은 6%이고, 시장포트폴리오의 기대수익률은 14%이다. CML상에 존재하는 포트폴리오 A의 기대수익률과 수익률의 표준편차가 모두 10%인 것으로 확인되었다. 포트폴리오 B 역시 CML상에 존재하고 수익률의 표준편차가 30%라면, 이 포트폴리오의 균형 하에서의 기대수익률은 얼마인가?



[문제] 영자씨는 비체계적 위험이 전혀 없는 완전분산된 포트폴리오를 보유하고 있으며, 이 포트폴리오의 분산은 0.008242로 나타났다. 시장포트폴리오의 분산이 0.004482라면 영자씨가 보유한 포트폴리오 전체의 베타계수는?

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{im} \sigma_i \sigma_m}{\sigma_m \cdot \sigma_m} = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \rho_{im} \Rightarrow \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \\ &= \frac{\sqrt{82.42}}{\sqrt{44.82}} = \frac{9.08}{6.63} = \underline{1.37} \end{aligned}$$