15. Euler 공식을 이용하여 다음의 관계가 성립하는 것을 증명하라.

$$\boxed{\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta}) \\ \sin\theta &= \frac{1}{i2}(e^{i\theta} - e^{-i\theta}) \end{aligned}}$$

풀이: 오일러 공식에서 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$, $e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$ 가 ~~있음을 배웠으므로 대입해보면~~ $\cancel{\cos\theta = \frac{1}{2}(\cos\theta + i\sin\theta + \cos\theta - i\sin\theta)}$
$\cancel{= \frac{1}{2}(2\cos\theta) = \cos\theta}$ ~~가 성립하고,~~ $\cancel{\sin\theta = \frac{1}{i2}(\cos\theta + i\sin\theta - (\cos\theta - i\sin\theta)}$
$\cancel{= \frac{1}{i2}(i2\sin\theta) = \sin\theta}$ ~~이므로 성립한다.~~

$$\begin{array}{rl} & e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \\ + & e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \\ \hline \end{array}$$

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$$

$$\begin{array}{rl} & e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \\ - & e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \\ \hline \end{array}$$

$$e^{i\theta} - e^{-i\theta} = 2i\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$