

연습문제 1

$f(x) = 2x^2 + x + 1$ 에 대하여 물음에 답하라.

① x 가 구간 $[1, 3]$ 에서 변할 때 평균변화율

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{22 - 4}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

② $x=1$ 과 $x=3$ 에서의 순간변화율

$$f'(x) = 4x + 1$$

$$f'(1) = 5, \quad f'(3) = 13$$

$$x + \Delta x = t \Rightarrow \Delta x = t - x$$

Note $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

$$\downarrow \lim_{x \rightarrow t} \frac{f(t) - f(x)}{t - x}$$

③ $f(x)$ 의 도함수를 정의에 의하여 구하라.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2(x + \Delta x)^2 + (x + \Delta x) + 1 - (2x^2 + x + 1)}{\Delta x} = \frac{2\{x^2 + 2x(\Delta x) + \Delta x^2\} + x + \Delta x + 1 - (2x^2 + x + 1)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{4x(\Delta x) + \Delta x + 2(\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (4x + 1 + 2\Delta x) = 4x + 1$$