#21 (a) $-1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{7} \cdots, \frac{(-1)^n}{2n-1}$

$a_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}$ 으로 놓으면

① $a_{2n-1} = \frac{-1}{4n-3}$ $(n=1,2 \cdots)$은 단조증가이며

$a_{2n-1} = \frac{-1}{4n-3} < 0$ 이다

② $a_{2n} = \frac{1}{4n-1}$ $(n=1,2,\cdots)$은 단조감소이고

$a_{2n} = \frac{1}{4n-1} > 0$ 이다

∴ $\sup\{a_n\} = \frac{1}{3}$ 이고 $\inf\{a_n\} = -1$ 이다

$$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = \lim_{n\to\infty} \sup_{k\geq n} a_k = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{4n-1} = 0$$

$$\underline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = \lim_{n\to\infty} \inf_{k\geq n} a_k = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)}{4n-3} = 0$$

∴ $\overline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = \underline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = 0$ 이다.