

# Методы математического моделирования в кибербезопасности

## Лабораторная работа № 1

---

Андрей Грыцькив

2026-02-26

1. Вводная часть
2. Теория: модель
3. Эксперимент: базовый
4. Эксперимент: параметрическое исследование
5. Итоги

## 1. 1. Вводная часть



## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание

## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрический анализ влияния коэффициента роста  $\alpha$

## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрический анализ влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:

## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрический анализ влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ динамику роста  $u(t)$

## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрический анализ влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ динамику роста  $u(t)$
  - ▶ время удвоения  $T_2$

## 1.1 Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическое описание
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести параметрический анализ влияния коэффициента роста  $\alpha$
- Проанализировать:
  - ▶ динамику роста  $u(t)$
  - ▶ время удвоения  $T_2$
  - ▶ вычислительные характеристики

## 1.2 Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста

## 1.2 Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание

## 1.2 Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание
- Провести вычислительный эксперимент при разных значениях  $\alpha$

## 1.2 Задание

- Рассмотреть модель экспоненциального роста
- Изучить её математическое описание
- Провести вычислительный эксперимент при разных значениях  $\alpha$
- Визуализировать результаты

## 2. 2. Теория: модель



## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный рост описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  — значение величины (популяция, капитал и т.п.)

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный рост описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  – значение величины (популяция, капитал и т.п.)
- $t$  – время

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный рост описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  – значение величины (популяция, капитал и т.п.)
- $t$  – время
- $\alpha$  – параметр роста

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный рост описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  – значение величины (популяция, капитал и т.п.)
- $t$  – время
- $\alpha$  – параметр роста
  - ▶  $\alpha > 0$  – рост

## 2.1 Дифференциальное уравнение

Экспоненциальный рост описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Где:

- $u$  – значение величины (популяция, капитал и т.п.)
- $t$  – время
- $\alpha$  – параметр роста
  - ▶  $\alpha > 0$  – рост
  - ▶  $\alpha < 0$  – затухание

## 2.2 Решение и характеристики

Решение ДУ:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Время удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Ключевые свойства:

- при увеличении  $\alpha$  рост ускоряется

## 2.2 Решение и характеристики

Решение ДУ:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Время удвоения:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Ключевые свойства:

- при увеличении  $\alpha$  рост ускоряется
- время удвоения уменьшается

### 3. 3. Эксперимент: базовый



### 3.1 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

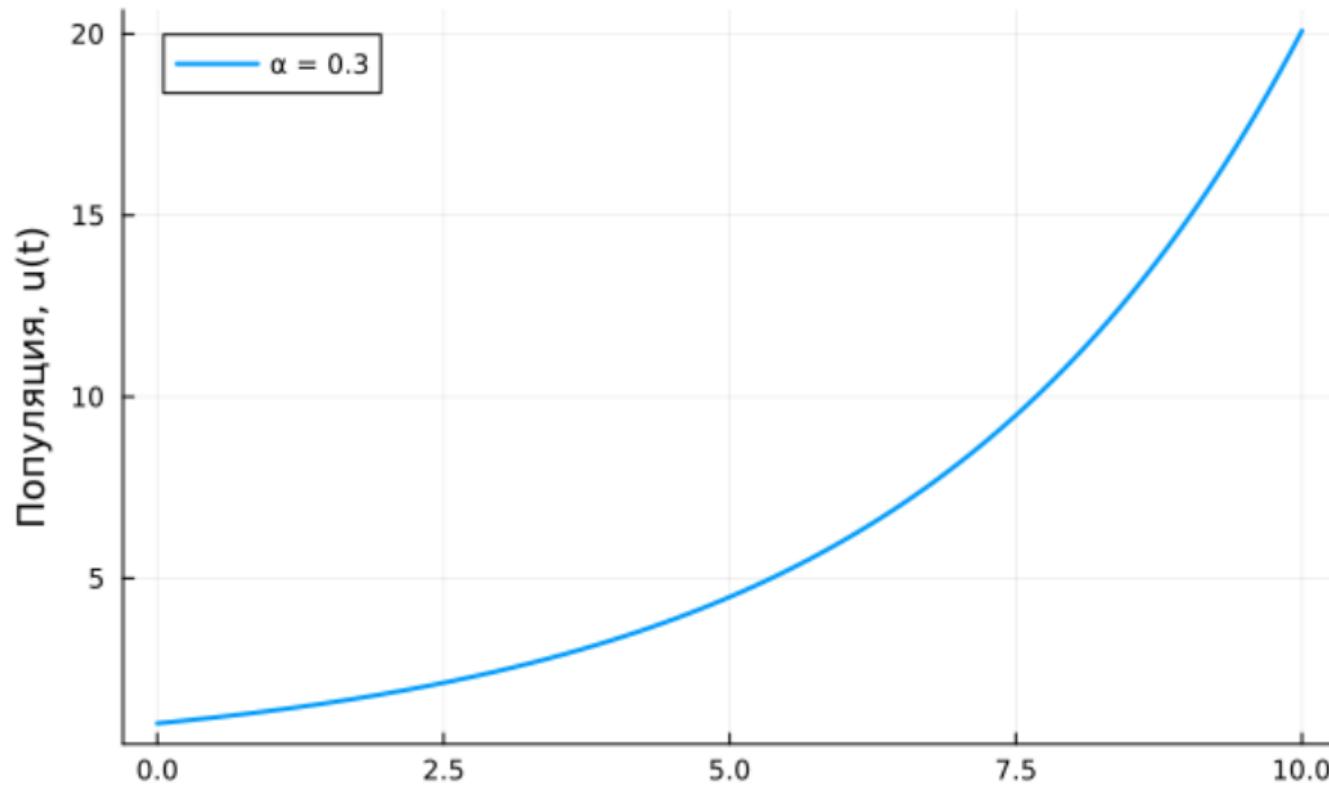
- Рассмотрен рост  $u(t)$  на фиксированном интервале времени

### 3.1 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

- Рассмотрен рост  $u(t)$  на фиксированном интервале времени
- Наблюдается ускоряющийся рост (экспонента)

### 3.2 Базовый эксперимент ( $\alpha = 0.3$ )

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



#### 4. 4. Эксперимент: параметрическое исследование



## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Выполнены расчёты для значений:

## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

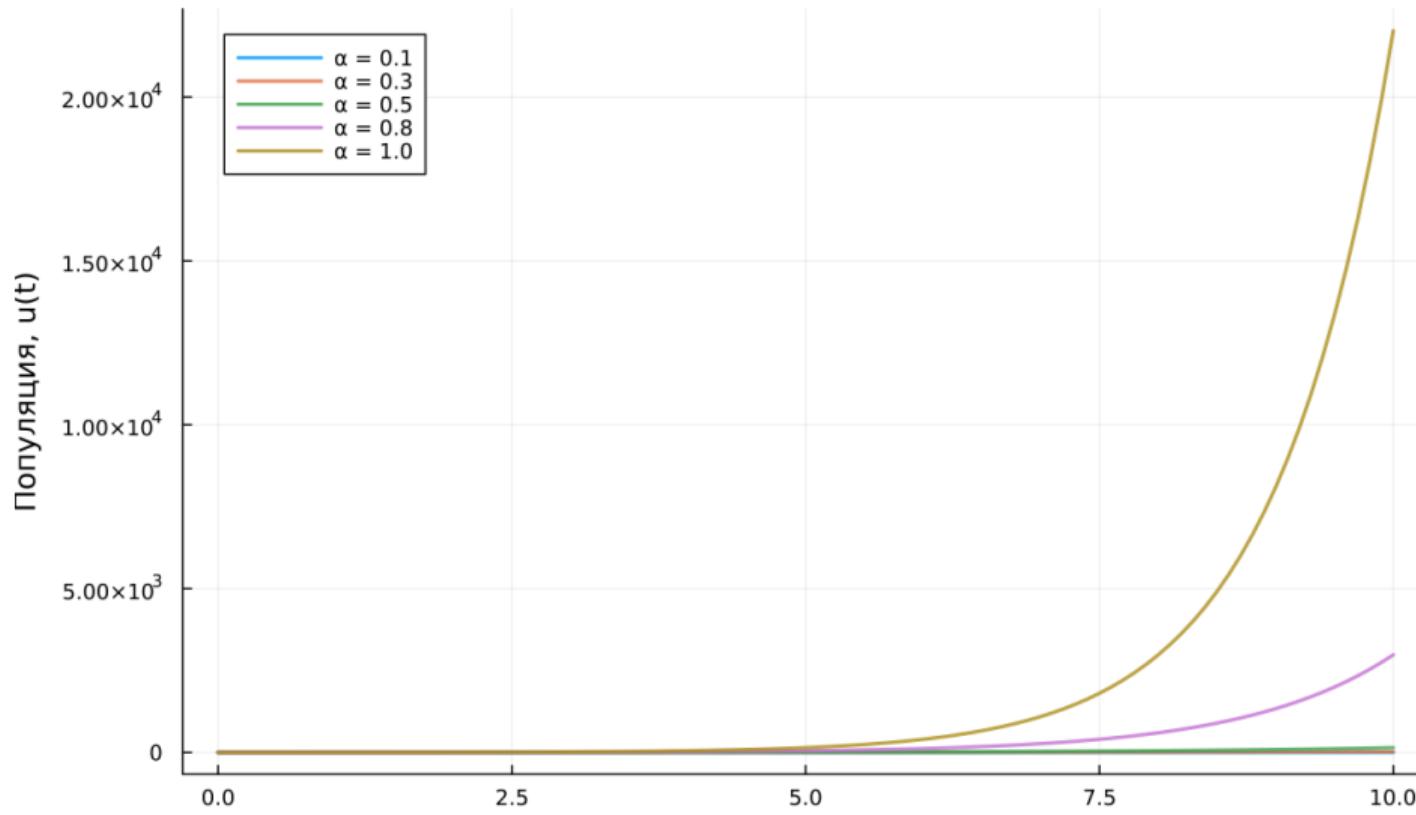
- Выполнены расчёты для значений:
  - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$

## 4.1 Влияние $\alpha$ на рост

- Выполнены расчёты для значений:
  - ▶  $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- Чем больше  $\alpha$ , тем быстрее система растёт

## 4.2 Влияние $\alpha$ на рост

Параметрическое исследование: влияние  $\alpha$  на рост



## 4.3 Время удвоения

Теоретическая зависимость:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные результаты совпадают с теорией

## 4.3 Время удвоения

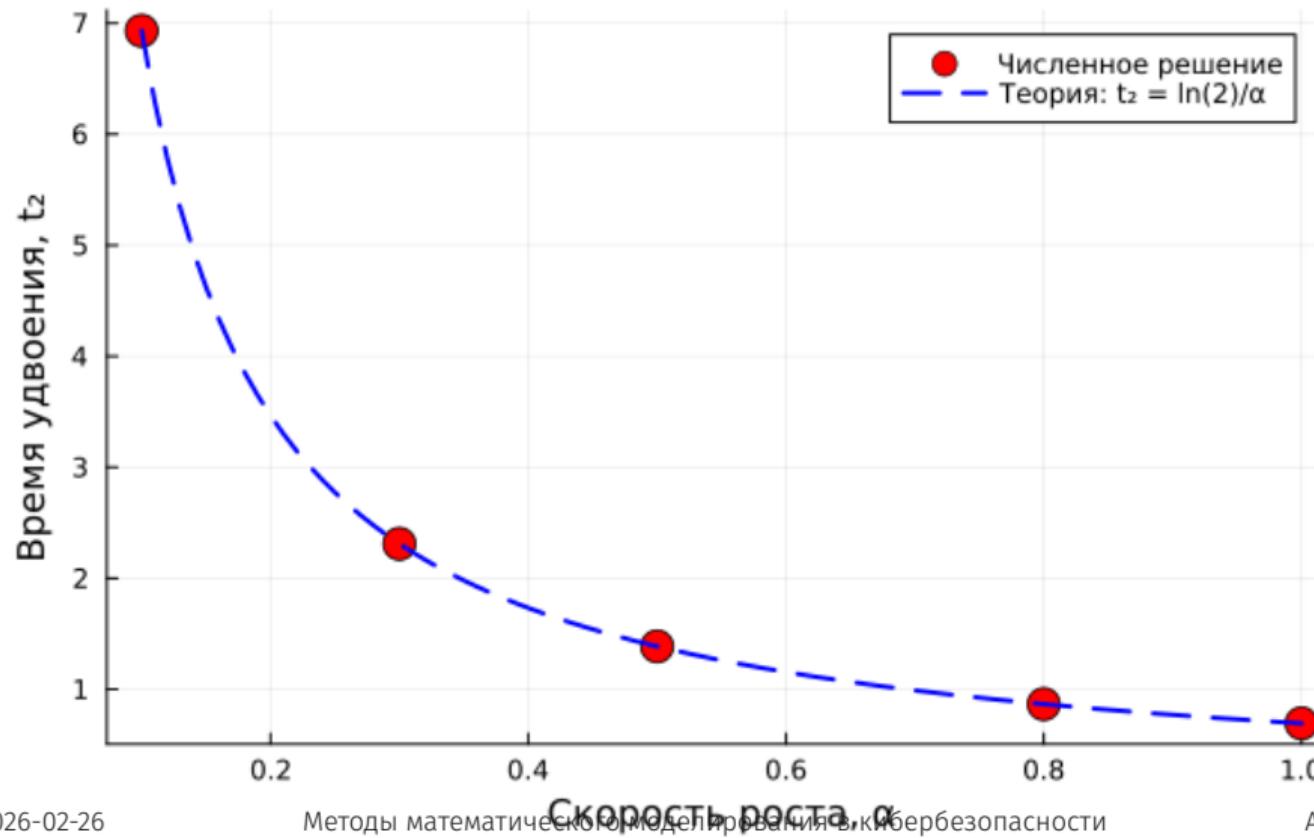
Теоретическая зависимость:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные результаты совпадают с теорией
- При росте  $\alpha$  время удвоения уменьшается

## 4.4 Время удвоения

Зависимость времени удвоения от  $\alpha$



## 4.5 Время вычислений

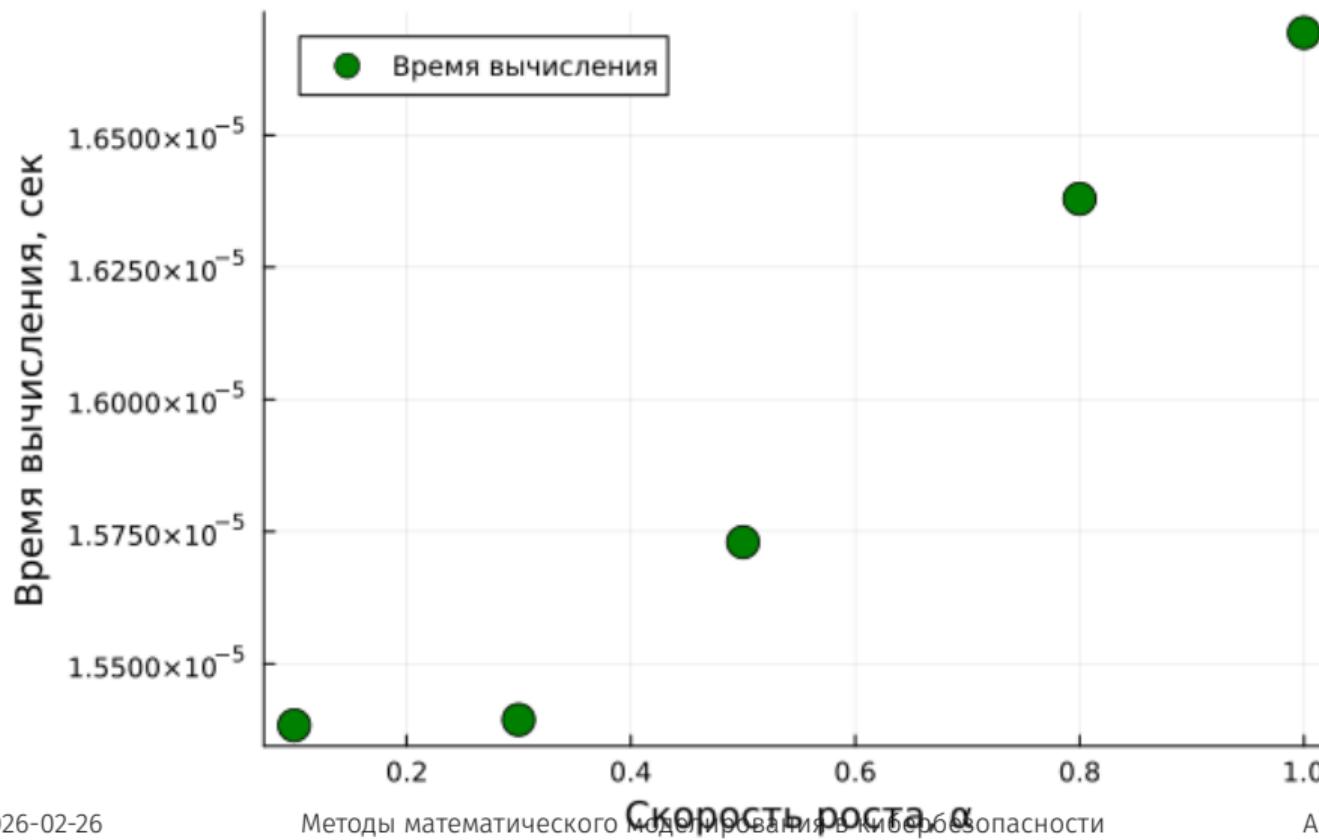
- Оценена зависимость времени расчёта от  $\alpha$

## 4.5 Время вычислений

- Оценена зависимость времени расчёта от  $\alpha$
- Изменения носят слабый характер

## 4.6 Время вычислений

Зависимость времени вычисления от  $\alpha$



## 5. 5. Итоги



## 5.1 Выводы

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости

## 5.1 Выводы

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении  $\alpha$ :

## 5.1 Выводы

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ рост ускоряется

## 5.1 Выводы

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ рост ускоряется
  - ▶ время удвоения уменьшается

## 5.1 Выводы

- Численные эксперименты подтвердили теоретические зависимости
- При увеличении  $\alpha$ :
  - ▶ рост ускоряется
  - ▶ время удвоения уменьшается
  - ▶ вычислительная нагрузка растёт незначительно