

Дискретное логарифмирование

Андрей Грыцькив

5 декабря, 2025, Москва, Россия

Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи

Цель лабораторной работы

Изучение задачи дискретного логарифмирования.

Выполнение лабораторной работы

Задача дискретного логарифмирования

Решение задачи дискретного логарифмирования состоит в нахождении некоторого целого неотрицательного числа x , удовлетворяющего уравнению. Если оно разрешимо, у него должно быть хотя бы одно натуральное решение, не превышающее порядок группы.

р-алгоритм Поллрада

- Вход. Простое число p , число a порядка r по модулю p , целое число b $1 < b < p$; отображение f , обладающее сжимающими свойствами и сохраняющее вычислимость логарифма.
 - Выход. показатель x , для которого $a^x = b \pmod{p}$, если такой показатель существует.
1. Выбрать произвольные целые числа u, v и положить $c = a^u b^v \pmod{p}$, $d = c$
 2. Выполнять $c = f(c) \pmod{p}$, $d = f(f(d)) \pmod{p}$, вычисляя при этом логарифмы для c и d как линейные функции от x по модулю r , до получения равенства $c = d \pmod{p}$
 3. Приняв логарифмы для c и d , вычислить логарифм x решением сравнения по модулю r . Результат x или РЕШЕНИЯ НЕТ.

Алгоритм полного перебора нашёл бы решение за число шагов не выше порядка данной группы.

Пример работы алгоритма

```
56         return res
57
58     return res + Q
59
60 def verify(g, h, p, x):
61     return pow(g, x, p) == h
62
63 args = [(10, 64, 107)]
64
65 for arg in args:
66     res = pollrad(*arg)
67     print(arg, ' : ', res)
68     print("Validates: ", verify(arg[0], arg[1], arg[2], res))

```

(10, 64, 107) : 20
Validates: True

[]: 1

Рис. 1: Работа алгоритма

Выводы

Изучили задачу дискретного логарифмирования.