

# 数据结构

## 1. 链表与邻接表

```
struct Node
{
    int val;
    Node *next;
}; //
```

⇒ new Node();

速度慢

C++中new的动态操作慢

速度快

数组模拟链表

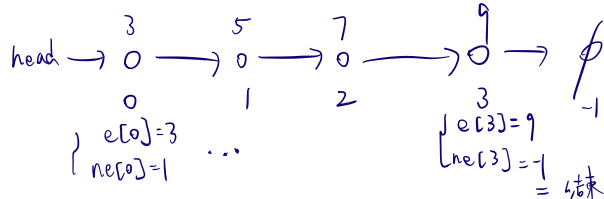
单链表：邻接表(n个链表) ⇒ 存储图与树

双链表：优化某些问题

val: e[N]  
next: ne[N]

head // 头结点的下标

idx (指针) → 当前已经用到了最后一个点



### 单链表

操作：① 初始化 head = -1, idx = 0

② 插入

head → 0 →

↑

a. 头结点

b. 插到下标为k的点后面

③ 删除



```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>
```

```
using namespace std;
```

```
const int N = 100010;
```

```
int e[N], ne[N];
int head, idx;
```

```
void init()
{
    head = -1;
    idx = 1;
}
```

```
void insert_head(int num)
{
    e[idx] = num;
    ne[idx] = head;
    head = idx;
    idx ++;
}
```

```
void insert(int k, int num)
{
    e[idx] = num;
    ne[idx] = ne[k];
    ne[k] = idx;
    idx ++;
}
```

```
void deletex(int k)
{
    if(k == 0) head = ne[head];
    else ne[k] = ne[ne[k]];
}
```

```
int main()
{
    init();
    int n;
    scanf("%d", &n);
    while(n--)
    {
        string a;
        cin >> a;
        if(a == "H")
        {
            int num;
            scanf("%d", &num);
            insert_head(num);
        }
        else if(a == "I")
        {
            int k, num;
            scanf("%d%d", &k, &num);
            insert(k, num);
        }
        else if(a == "D")
        {
            int k;
            scanf("%d", &k);
            deletex(k);
        }
    }
    while(head != -1)
    {
        printf("%d ", e[head]);
        head = ne[head];
    }
    return 0;
}
```

## 双链表

定义两个  $[L[N], r[N]]$   
 令  $head: 0$   
 $tail: 1$

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>

using namespace std;

const int N = 100010;

int e[N], l[N], r[N];
int idx;
// 0 左端点。1 右端点

void init()
{
    r[0] = 1;
    l[1] = 0;
    idx = 2;
}

void insert_l(int num)
{
    e[idx] = num;
    l[idx] = 0;
    r[idx] = r[0];
    l[r[0]] = idx;
    r[0] = idx;

    idx += 1;
}

void insert_r(int num)
{
    e[idx] = num;
    r[idx] = 1;
    l[idx] = l[1];
    r[l[1]] = idx;
    l[1] = idx;

    idx += 1;
}
```

```
void delete_k(int k)
{
    r[l[k]] = r[k];
    l[r[k]] = l[k];
}

void insert_lk(int k, int num)
{
    e[idx] = num;
    l[idx] = l[k];
    r[idx] = k;
    r[l[k]] = idx;
    l[k] = idx;
    idx++;
}

void insert_rk(int k, int num)
{
    e[idx] = num;
    l[idx] = k;
    r[idx] = r[k];
    l[r[k]] = idx;
    r[k] = idx;
    idx++;
}
```

```
int main()
{
    init();
    int n;
    scanf("%d", &n);
    while(n--)
    {
        string op;
        cin >> op;
        if(op == "L")
        {
            int num;
            cin >> num;
            insert_l(num);
        }
        else if(op == "R")
        {
            int num;
            cin >> num;
            insert_r(num);
        }
        else if(op == "D")
        {
            int k;
            cin >> k;
            delete_k(k+1);
        }
        else if(op == "IL")
        {
            int k, num;
            cin >> k >> num;
            insert_lk(k+1, num);
        }
        else
        {
            int k, num;
            cin >> k >> num;
            insert_rk(k+1, num);
        }
    }

    int head = 0;
    while(true)
    {
        head = r[head];
        if(head != 1) printf("%d ", e[head]);
        else break;
    }

    return 0;
}
```

## 邻接表

开了  $n$  个单链表  
 (PS  
 图论)

## 2. 栈与队列

栈：先进后出

队列：先进先出

栈：

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>

using namespace std;

const int N = 1e5 + 10;

int stack[N];
int head;
void init()
{
    head = -1;
}

int main()
{
    init();
    int n;
    scanf("%d", &n);
    while (n -- )
    {
        string op;
        cin >> op;
        if (op == "push")
        {
            int x;
            scanf("%d", &x);
            stack[++head] = x;
        }
        else if (op == "pop")
        {
            head --;
        }
        else if (op == "query")
        {
            printf("%d\n", stack[head]);
        }
        else
        {
            if (head == -1) printf("YES\n");
            else printf("NO\n");
        }
    }
}
```

队列：

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>

using namespace std;

const int N = 1e5 + 10;

int queue[N];
int head, tail;

void init()
{
    head = -1;
    tail = -1;
}

int main()
{
    init();
    int n;
    scanf("%d", &n);
    while (n -- )
    {
        string op;
        cin >> op;
        if (op == "push")
        {
            int x;
            scanf("%d", &x);
            if (head == -1) head++;
            queue[++tail] = x;
        }
        else if (op == "pop")
        {
            head++;
        }
        else if (op == "query")
        {
            printf("%d\n", queue[head]);
        }
        else
        {
            if (head == -1 || head > tail) printf("YES\n");
            else printf("NO\n");
        }
    }
}
```

有序且单调!!!

单调栈: 找到一个数左边离它最近且比它大的数  
——(小)

3 4 2 7 5  
⇒ -1 3 -1 2 2 (依次返回)

暴力 (两重循环)  $i(0 \dots n)$   $j(i-1 \dots 0)$   
(栈: 存  $i$  左边的数)

$a_1, a_2 \dots a_{i-1}$

若  $a_3 \geq a_5$ , 则  $a_3$  一定不会被输出

每来一个元素, 从栈顶寻找:

① 如果  $x <$  栈顶  $\rightarrow$  删栈顶  
直到 | 找到首个比  $x$  小的数  
-1 返回

② 插入该元素到栈顶

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>
```

```
const int N = 1e5 + 10;
```

```
int s[N];
int head = -1;
```

```
int main()
{
```

```
    int n;
    scanf("%d", &n);
    while (n -- )
    {
```

```
        int num;
        scanf("%d", &num);
        while(head >= 0 && s[head] >= num)
        {
            head --;
        }
        if(head == -1) printf("-1 ");
        else printf("%d ", s[head]);
        s[++head] = num;
    }
```

```
}
```

## 单调队列

经典: 滑动窗口中的最大值/最小值

暴力:  $O(n^2)$

最小值 1 3 -1 -3 5 3 6 7  
↓  
x x ↓

队列里保证新元素最大, 在队尾!

最小值时, 维护的队列

① 满足在窗口内

② 满足单调上升

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>
```

```
using namespace std;
```

```
const int N = 1e6 + 10;
int hh, tt = -1;
```

```
int a[N], q[N];
```

```
int main()
{
```

```
    int n, k;
```

```
    scanf("%d%d", &n, &k);
```

```
    for (int i = 0; i < n; i++) scanf("%d", &a[i]);
```

```
    for (int i = 0; i < n; i++)
```

```
    {
```

```
        if (hh <= tt && i - k + 1 > q[hh]) hh++;
```

```
        while (hh <= tt && a[q[tt]] > a[i]) tt--;
```

```
        q[++tt] = i;
```

```
        if (i >= k - 1) printf("%d ", a[q[hh]]);
```

```
    }
```

```
    printf("\n");
```

```
    int hh = 0, tt = -1;
```

```
    for (int i = 0; i < n; i++)
```

```
    {
```

```
        if (hh <= tt && i - k + 1 > q[hh]) hh++;
```

```
        while (hh <= tt && a[q[tt]] < a[i]) tt--;
```

```
        q[++tt] = i;
```

```
        if (i >= k - 1) printf("%d ", a[q[hh]]);
```

```
    }
```

```
}
```

# kmp

1. 暴力解法
2. 优化

模式串  $S$ , 模板串  $P$

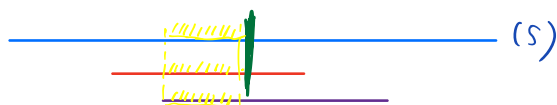
$P$  为  $S$  的子串 (多次)

求  $P$  在  $S$  中所有出现位置的起始下标

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
{
    bool flag = true;
    for (int j = 1; j <= m; j++)
        if (s[i+j-1] != p[j])
        {
            flag = false;
            break;
        }
}
```

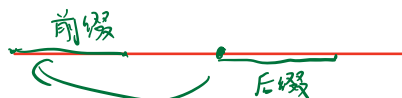
朴素算法

## 匹配过程



失败后, 模板串向后移到什么时候才能继续匹配

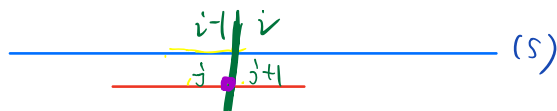
对模板串预处理!



相等的最长长度是多少?

$next[i]$ : 以  $i$  为终点的后缀

$next[i] = j = \text{前缀} \rightarrow p[1 \dots j] = p[i-j+1 \dots i]$



$i-1$  都匹配, 但不匹配

以  $j$  为终点的后缀, 匹配前缀最长?

$next[j]$

## 求 kmp 数组过程



## 补充笔记

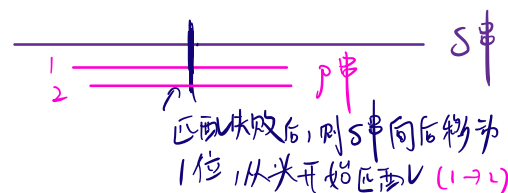
KMP: 字符串匹配算法

1.  $S[]$  模板串
2.  $P[]$  模板串
3. 非平凡前缀: 除最后一个字符外, 一个字符串全部头部组合
4. 非平凡后缀: 除第一个字符外, 一个字符串全部尾部组合
5. 部分匹配值: 前缀及后缀最长共有的元素长度
6.  $next[]$ : 部分匹配值表, 存储每一个下标对应的部分匹配值

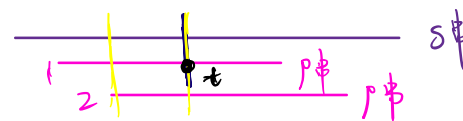
核心思想: 每次匹配失败, 不是把  $P$  后移一位, 而是移动到下一次可以和前面部分匹配的位置

## 暴力做法

```
for (i = 1; i ≤ n; i++)
{
    flag = true;
    for (j = 1; j ≤ m; j++)
    {
        if (S[i+j-1] != P[j])
        {
            flag = false;
            break;
        }
    }
}
```



↓ KMP



以  $next$  结尾的子串: 前缀 = 后缀的最长长度 ( $next$ )



## 2. next 模拟

$next[j]$ : 以  $j$  为下标的后缀与  
前缀相同的最大长度

例:  $P$  串 =  $a \ b \ c \ a \ b$   
          1  2  3  4  5

$next[1] = 0 \rightarrow$  前缀 = 后缀 =  $\phi$

$next[2] = 0 \rightarrow$  前缀 =  $a$  后缀 =  $b$

$next[3] = 0 \rightarrow$  前缀 =  $a, ab$  后缀 =  $c, bc$

$next[4] = 1 \rightarrow$  前缀 =  $a, ab, abc$  后缀 =  $a, ca, bca$

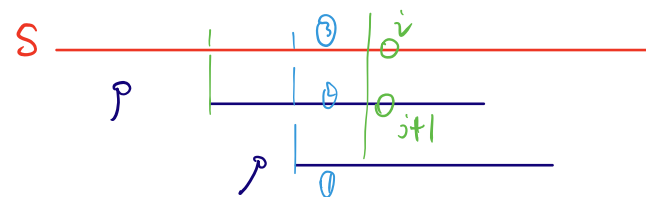
$next[5] = 2 \rightarrow$  前缀 =  $a, ab, abc, abca$   
                  后缀 =  $b, ab, cab, bcab$

## 3. 具体思路

主要分为两步: ① 求  $cmp$  数组

② 匹配字符串

匹配字符串:  $s$  串与  $p$  串都从 1 开始;  $i$  从 1,  $j$  从 0, 比较  $s[i]$  &  $p[j+1]$



匹配中遇到  $s[i] \neq p[j+1]$

① = ② = ③

↓ 此时: 令  $j = next[j]$ , 继续匹配下一位

直到  $j = m$  ( $p$  长度)  $\rightarrow$  匹配成功

```
for(int i = 1, j = 0; i <= n; i++)
{
    while(j && s[i] != p[j+1]) j = ne[j];
    //如果j有对应p串的元素, 且s[i] != p[j+1], 则失配, 移动p串
    //用while是由于移动后可能仍然失配, 所以要继续移动直到匹配或整个p串移到后面 (j = 0)

    if(s[i] == p[j+1]) j++;
    //当前元素匹配, j移向p串下一位
    if(j == m)
    {
        //匹配成功, 进行相关操作
        j = next[j]; //继续匹配下一个子串
    }
}
```

$i, j$ : 两个指针

整个  $p$  的串

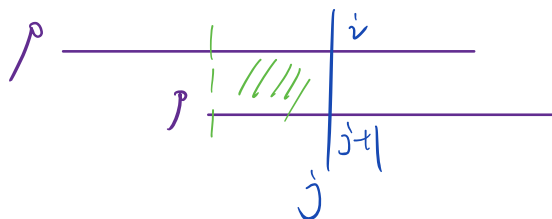
下一个子串

还有其他的



#### 4. 求next数组的思路

模板串p与自己匹配

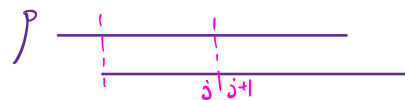


```
for(int i = 2, j = 0; i <= m; i++)
{
    while(j && p[i] != p[j+1]) j = next[j];

    if(p[i] == p[j+1]) j++;

    next[i] = j;
}
```

自身匹配  
不断更新next数组



p: 1129 46

```
#include <iostream>
#include <cstring>
#include <algorithm>

using namespace std;

const int N = 1e6+10;
char p[N], s[N];
int ne[N];

int main()
{
    int m, n;
    cin >> n >> p+1 >> m >> s+1;
    for (int i = 2, j = 0; i <= n; i++)
    {
        while(j && p[i] != p[j+1]) j = ne[j];
        if(p[i] == p[j+1]) j++;
        ne[i] = j;
    }

    for (int i = 1, j = 0; i <= m; i++)
    {
        while( j && s[i] != p[j+1]) j = ne[j];
        if(s[i] == p[j+1]) j++;
        if (j == n)
        {
            printf("%d ", i-n);
            j = ne[j];
        }
    }
}
```