שיטות חישוביות באוטפיטמיזציה 046197  
תרגיל בית מספר 2

# תרגיל מספר 1 :

משפט : קמורה אם ורק אם קמורה לכל

נוכיח את המשפט בשני הכיוונים

## קמורה

נרצה להראות שפונקציה קמורה לפי הגדרה, לכן עבור שתי נקודות ו -

נסמן : ונקבל פונקציה מהצורה : כלומר,

*כלומר הוכחנו שאם קמורה פונקציה קמורה לפי הגדרה*

## קמורה

נרצה להראות שפונקציה קמורה לפי הגדרה, לכן עבור שתי נקודות ו -

*כלומר הוכחנו שאם קמורה פונקציה קמורה לפי הגדרה*

# תרגיל מספר 2 :

## חישוב הגרדיאנט וההיסאן של

## האם קמורה בהינתן ש - אינה קמורה

*אם אינה קמורה אז מתקיים :*

*נראה איך זה משפיע על :*

*כלומר קיימים x,y בהם הפונקציה לא קמורה ולכן f אינה קמורה.*

## הוכחה ש - קמורה אם

*נבדוק אם מטריצת ההיסאן היא אי שלילית מוגדרת לכל x :*

נראה את השפעת כלל הגורמים על ההיסאן :

1. הוא סקלר חיובי לכל x מכיוון ש -
2. היא חיובית מוגדרת מכיוון שזו תוצאה של מכפלת סקלר חיובי במטריצה חיובית מוגדרת
3. היא מטריצה חיובית מוגדרת מכיוון שהיא מכילה את הערכים הריבועיים של
4. היא חיובית מוגדרת מכיוון שזו תוצאה של מכפלת סקלר חיובי במטריצה חיובית מוגדרת
5. היא חיובית מוגדרת מכיוון שהיא סכום של שתי מטריצות חיוביות מוגדרות

כלומר לכל x ולכן קמורה

## בדיקה האם קמורה עבור מטריצות Q ו – R הנתונות

תחילה נראה כי על ידי מציאת הערכים העצמיים של המטריצות :

נבדוק קמירות על ידי ההיסאן :

נבדוק גורם גורם בסכום על ווקטור *:*

המטריצה לא סימטרית ולכן הסכום שלה עם שאר מטריצות סימטריות ב - גם כן לא תהיה סימטרית, ולכן לא אי שלילית מוגדרת , כלומר לא קמורה.

נפריך בדוגמא נגדית עבור :

לא אי שלילית מוגדרת , כלומר לא קמורה.

# תרגיל מספר 3 :

## הוכחה ש - קמורה עבור

נגזור את הפונקציה פעמיים כדי לראות אם היא אי שלילית בתחום הנתון :

*הפונקציה מוגדרת בתחום והנגזרת השניה אי שלילית בתחום :*

*כלומר הפונקציה קמורה בתחום :*

## נראה כי מתקיים עבור

נתבונן בפונקציה המתארת את ההפרש בין הפונקציות :

נראה כי הפונקציה אי שלילית בתחום : .

הנגזרת חיובת בתחום כלומר בתחום זה היא עולה

כמו כן נשים לב ש :

*לכן ההפרש בין הפונקציות מתחיל ב-0 וההפרש גדל בתחום כלומר מתקיים .*

## הראו כי קעורה עבור

*נתבונן בפונקציה :*

*הפונקציה היא פונקציה קמורה ועולה בתחום הנתון*

*הפונקציה היא פונקציה קמורה*

*ולכן הרכבת שתי הפונקציות היא פונקציה קמורה בתחום הנתון.*

*לכן הפונקציה היא פונקציה קמורה כסכום של שתי פונקציות קמורות עם מקדמים חיוביים.*

*לכן , הפוקנציה הנגדית : היא פונקציה קעורה בתחום הנתון.*

## הוכחה כי היא פונקציה קמורה בתחום

נחשב את הנגזרת השניה של הפונקציה כדי להראות שהיא תמיד אי שלילית

נחשב את הנגזרות של

נציב ב -

בסעיף ב' הוכחנו כי מתקיים בתחום :

התחום הוא אותו תחום ולכן נציב ב – כחסם תחתון את :

*הוכחנו כי : בתחום*  ולכן בתחום זה הפונקציה קמורה.