שיטות חישוביות באוטפיטמיזציה 046197  
תרגיל בית מספר 3

# תרגיל מספר 4 :

למה : פונקציה חלקה בעלת מינימום גלובלי ב - , אזי לכל מתקיים :

## הוכחת הלמה

נשתמש בתכונה של פונקציה חלקה כך שלכל :

ננסה להפוך את אגף שמאל באי שוויון לצורה של האי שוויון של הלמה :

הביטוי באגף ימין דומה לתצורה של פתיחת נורמה בריבוע, לכן נחבר ונחסיר את :

*האי שוויון נכון לכל ולכן הוא נכון גם עבור הביטוי שמאפס את הנורמה :*

*כלומר*

*מכיוון ש - הוא המינימום הגלובלי של אז בהכרח מתקיים :*

*ולכן בהכרח גם מתקיים :*

*לכן :*

## הוכחת הטענה

טענה: עבור אלגוריתם הגרדיאנט המוטל, עם בחירת צעד מהצורה :

*ועבור פונקציה ,*  חלקה , מתקיים :

*בהוכחת הטענה נשתמש בקשר :*

*כלומר :*

*בשביל האי שיוויון הזה נצטרך את הגרדיאנט של הפונקציה, וניתן להשתמש במה שקיבלנו בסעיף הקודם :*

*נציב במה שקיבלנו בסעיף כיתה :*

*מכיוון ש - הוא המינימום הגלובלי של אז בהכרח מתקיים ולכן תוצאת הסכום חיובית, כלומר נוכל לחלק בשור הסכום והאי שיוויון ישמר:*

*אם נחלק ב- T אז נקבל :*

# תרגיל מספר 5 :

כאשר הן פונקציות L חלקות

## הוכחה כי היא L חלקה

*נשתמש בהגדרה של פונקציה חלקה כך שלכל :*

*נבדוק האם הדבר נכון גם ל - כאשר :*

*מאי שיוויון המשולש :*

בגלל ש - הן פונקציות L חלקות אז מתקיים :

כלומר :

הוכחנו שמתקיים :

ולכן היא L חלקה

## הוכחת האי שיוויון

*נדרש להוכיח את האי שיוויון :*

*הפונקציה*  היא L חלקה ולכן :

לכל :

נחסיר משני האגפים

## הוכחת האי שיוויון

*נדרש להוכיח את האי שיוויון :*

*ניקח תוחלת משני האגפים של מה שהוכחנו בסעיף הקודם :*

נראה חסם עבור שתי התוחלות באגף ימין.

*הוא משערך בלתי מוטה ולכן מתקיים :*

*על פי טענת העזר :*

*עבור התוחלת השניה :*

*נציב את ו - ב-*

## הוכחת האי שיוויון

*נדרש להוכיח את האי שיוויון :*

*נשים לב כי מהסעיף הקודם מתקיים לכל ערך של t :*

*לכן בצורה איטרטיבית נוכל לכתוב :*

*מכיוון ש - הוא המינימום הגלובלי של F אז מתקיים אי שלילי לכל ערך של t וזה גורר שהתוחלת אי שלילית לכל ערך של t, וזה גורר שגם הביטוי אי שלילי לכל ערך של t כלומר :*

*מכיוון ש t חיובי, מספיק להוכיח שמתקיים :*

*נראה כי הפונקציה תמיד שלילית בתחום על ידי הוכחה שהפונקציה יורדת בתחום והערך הראשוני שלה אי שלילי :*

*כלומר מכיוון שהפונקציה אי שלילית בתחום אז מתקיים שבתחום זה :*

*והאי שיוויון יהיה נכון גם כאשר נעלה את האגפים בחזקה חיובית :*

*ולכן נוכל לכתוב :*