תרגיל בית מס' 5

מועד הגשה: עד 13.6.18 בשעה 23:59. הגשה אלקטרונית דרך moodle.

שימו לב: בתרגיל זה יופיעו הפרמטרים A ו- B אשר מתקבלים משאלות הטריוויה הבאות:

A - מספר האחים שיש ל Tuco (הידוע כ״מכוער״) [בעלילת הסרט ״הטוב הרע והמכוער״]

B - מספר המָיילים לעיירה, מהמקום בו בלונדי (הידוע כ״טוב״) נוטש את Tuco (הידוע כ״מכוער״) חסר כל במדבר [בסרט ״הטוב הרע והמכוער״]

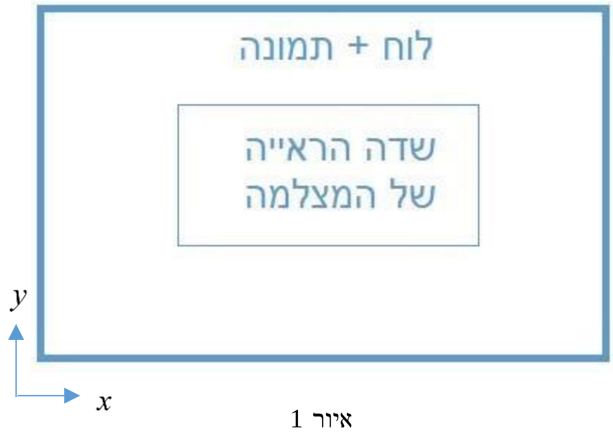
הציבו את הערכים A ו- B במקומות המתאימים.

שאלה מס' 1 - המשך של שאלה 2 מתרגול 9

תזכורת מהתרגול:

לצורך צילום של לוח עליו מוקרנת תמונה רציפה, הציבו במעבדה מצלמה מקובעת אשר קולטת חלק משטח הלוח כפי שמתואר באיור 1. מספר הנחות שיש להניח ב**כל הסעיפים**:

- המצלמה אשר רכשו במעבדה הינה מאיכות גבוהה ולכן אין אפקטי מריחה וטשטוש במרחב או בזמן.
- הלוח רחב מאוד ולכן לא רואים את קצהו בתוך שדה הראייה של המצלמה.
- גם אם הלוח זז, המצלמה אינה משנה את כיוון הסתכלותה ולכן גם לא את הקואורדינטות x,y (במערכת הצירים של המעבדה).
- יש להזניח אפקטי קצוות.

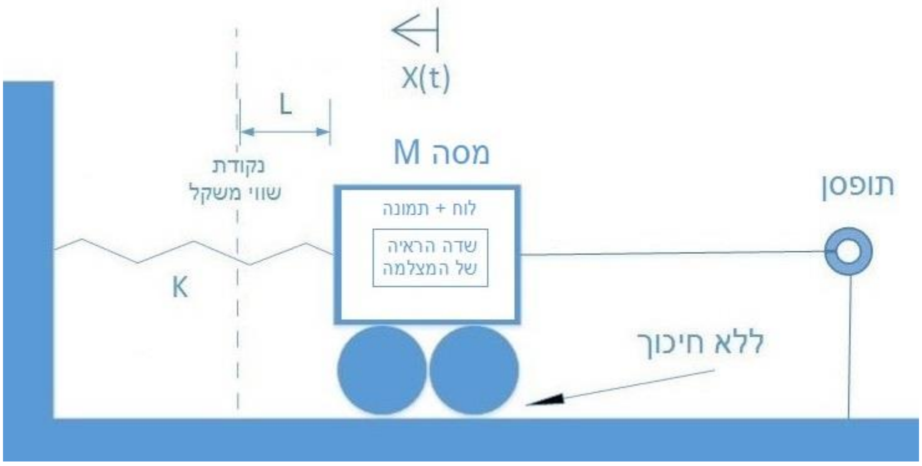


איור 1

<u>המשך התרגיל:</u>

כעת שמים את הלוח על עגלה אשר מחוברת מצידה האחד לקיר באמצעות קפיץ, ומצידה השני מוחזקת על ידי תופסן כמתואר באיור 2. כמו כן נתונים הפרמטרים הבאים:

- על הלוח מוצגת התמונה $I_3(x,y)=ax$ כאשר a קבוע כלשהו ידוע.
- הקפיץ מתוח באורך L ביחס למצב שיווי המשקל שלו.
- מסת הלוח והעגלה יחד הוא M.
- קבוע הקפיץ הינו k.
- אין חיכוך בין העגלה לרצפה.



איור 2

בזמן $t=0$ משתחרר התופסן, ומרכז הלוח מתחיל לנוע בתנועה הרמונית. מיקומו כפונקציה של הזמן הוא $X(t)=L\cos(\omega_0 t)$, עבור $\omega_0=\sqrt{\frac{k}{M}}$. ממצלמה מוציאה סדרת תמונות דגומות בזמן ובמקום $I_3[m,n,f]$.

א. מצאו את הביטוי ל-$I_3[m,n,f]$ כפונקציה של המיקום והזמן.

ב. מה צריך להיות מרווח הדגימה בזמן (בין תמונות בסדרה) כדי למנוע התחזות ללוח שזז בתדר זמני נמוך יותר?

<u>שאלה מס' 2</u>

במחקר מסוים מנתחים מספר פונקציות דו-ממדיות. אחת מהן היא הפונקציה $z(x,y)$:

$$z(x,y)=\cos(2\pi y)+16\cdot\mathrm{sinc}(6x)\cdot\mathrm{sinc}(x)\cdot\mathrm{sinc}(2y), \qquad \mathrm{sinc}(x)\triangleq\frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

א. חשבו את התמרת הפורייה של הפונקציה $z(x,y)$. פשטו ככל הניתן.

כשלב ראשון במחקר דוגמים את האות לצורך קבלת תמונה דיגיטלית במחשב.

ב. מהו סריג הדגימה המלבני הטוב ביותר בתדר?

<u>בפועל</u> מבוצעת הדגימה עם מרווחי דגימה של $\Delta x=\Delta y=0.5$, ומתקבל האות $g[m,n]$ מהחיישן כאשר m,n שלמים. ניתן להניח כי הדגימה היא נקודתית, כלומר $g[m,n]=z(m\Delta x,n\Delta y)$.

ג. מצאו ורשמו את הדגימות $g[0,0],\ g[1,0],\ g[-2,1]$.

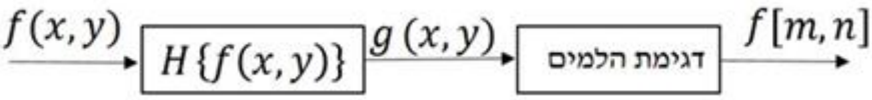
<u>שאלה מס' 3</u>

נתון הדוגם הבא, אשר מפיק כערך הדגימה את המקסימום על פני סביבה בגודל $W\times W$:

$$f[m,n]=\max_{\substack{x\in\Omega_x\\ y\in\Omega_y}} f(x,y)$$

כאשר $\Omega_y=\left[n\Delta y-\frac{W}{2},n\Delta y+\frac{W}{2}\right],\ \Omega_x=\left[m\Delta x-\frac{W}{2},m\Delta x+\frac{W}{2}\right]$.

מבטאים את הדוגם כמערכת המורכבת ממסנן ואחריה דגימת הלמים באופן הבא:



א. רשמו ביטוי לפונקציה $g(x,y)$ כפונקציה של $f(x,y)$.

ב. נסמן ב- T_f את מדד ה-TV של האות $f(x,y)$ וב- T_g את מדד ה-TV של האות $g(x,y)$ כלומר:

$$T_f=TV(f)$$
$$T_g=TV(g)$$

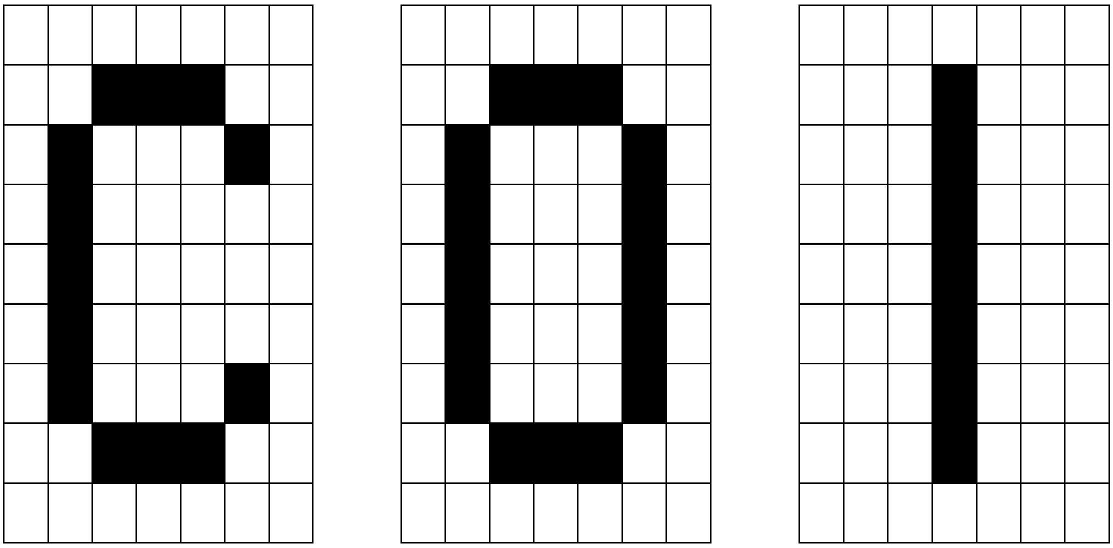
<u>הערה:</u> ניתן להניח שהפונקציה בכניסה רציפה, חסומה ובעלת מדד TV סופי.

1. עבור גודל חלון $W\to\infty$, תנו ביטוי ל- T_g כפונקציה של T_f.
2. עבור גודל חלון $W\to 0$, תנו ביטוי ל- T_g כפונקציה של T_f.

<u>שאלה מס' 4</u>

תזכורת: בשאלה זו הפרמטר B מתקבל על ידי שאלות הטריוויה המופיעות בתחילת התרגיל.

נתון מקור אותיות המייצר תמונות בינאריות של שלוש האותיות הבאות באנגלית 'l', 'o' ו-'c' בלבד, בגודל 9×7, המתוארות בתמונות הבאות **<u>(פיקסל לבן = 0)</u>**:

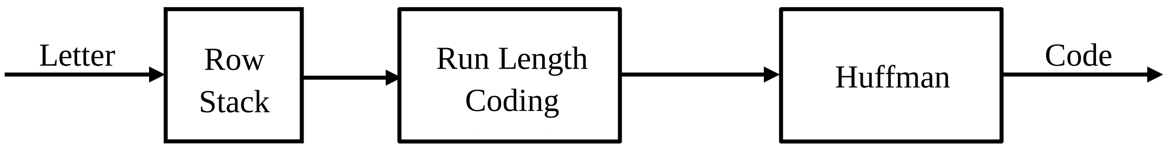


ההסתברות לקבל את האות 'c' היא 0.35 וההסתברות לקבל את האות 'o' היא 0.45.

א. חשבו ורשמו את האנטרופיה של המקור <u>כמקור בינארי של סיביות '0' ו-'1'</u>.

ב. בסעיף זה בלבד מתווסף רעש אדיטיבי W לאחת מהתמונות, אשר מוסיף לכל פיקסל אחד משלושת הערכים $[-\alpha,0,\alpha]$ באופן בלתי תלוי ביתר הפיקסלים ובהסתברות שווה. הציעו שיטה לשחזור התמונה כאשר α ידוע, ורשמו את כל ערכי $\alpha\in\mathbb{R}$ שעבורם לא ניתן לשחזר.

כדי לשדר את האותיות יש לדחוס את התמונות הבינאריות. המהנדס הנודע חואן טייזר מציע את סכמת הדחיסה הבאה:



כאשר המפענח יודע שגודל התמונות של האותיות הוא 9×7.

ג. חואן שוקל להשתמש באורך רצף מקסימלי של $2-\frac{B}{10}$ או של $1-\frac{B}{10}$ פיקסלים בקידוד ה-RLC של האותיות. רשמו נימוקים להעדפת אורך של $2-\frac{B}{10}$ ונימוקים להעדפת אורך של $1-\frac{B}{10}$ <u>במקרה הכללי</u>. איזה אורך עדיף במקרה זה? הסבירו.

בסעיפים ד' – ו' <u>בלבד</u> נניח כי המקור מוציא רק אותיות מסוג 'o' ו-'l' בהסתברויות שוות.

ד. רשמו את קידוד ה-RLC של האותיות עם אורך רצף מקסימלי של 8 פיקסלים.

ה. בנו עץ Huffman עבור מוצא מקודד ה-RLC הנ"ל ורשמו את קצב המידע הממוצע.

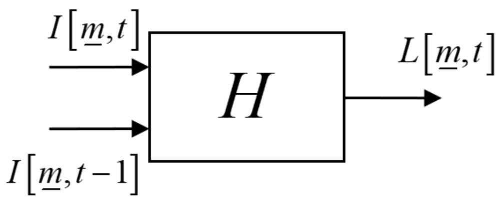
ו. חשבו את יחס הדחיסה המתאים למוצא מערכת הדחיסה באיור הנ"ל.

<u>שאלה מס' 5</u>

<u>הערה:</u> בשאלה זו נשתמש בסימונים $\underline{m} \triangleq [m,n]$ עבור אינדקס בתמונה ו-t עבור יום צילום. נגדיר את $N[\underline{m}]$ כפיקסלים בסביבת 4 של האינדקס $\underline{m}$ <u>שנמצאים בתוך התמונה בלבד</u>, כך שעבור פיקסלים בפינות התמונה למשל יש שני שכנים בלבד.

צילומים של דשא של מגרש כדורגל נלקחים מדי יום, ברזולוציה גסה, לצורך מעקב על מצבו. נסמן את התמונה שנלקחה ביום t ב-$I[\underline{m},t]$. כאשר הדשא בריא, עוצמתו קבועה במשך הזמן. כאשר חסרים מים בפיקסל $\underline{m}$, מתרחשת התייבשות של הדשא ואז בד"כ $I[\underline{m},t] > I[\underline{m},t-1]$. כאשר יש עודף מים בפיקסל $\underline{m}$, הדשא נהיה ספוג ומוצף ואז בד"כ $I[\underline{m},t] < I[\underline{m},t-1]$.

נגדיר את המערכת H עבור מצב הדשא:



כאשר תמונת התוויות $L[\underline{m},t]$ מקיימת $L[\underline{m},t] \in \{\text{Same, Dry, Damp}\}$ וקיים ייצוג נומרי לתוויות לפי הטבלה הבאה:

$L[\underline{m},t]$	Same	Dry	Damp
$C(L[\underline{m},t])$	2	3	1

המערכת H פועלת כך שתוויות מחושבות לפי המדד הבא:

$$\hat{L} = \arg\min_{L} \{J(L)\}$$

$$J(L) = \sum_{\underline{m}} \left| f\left(I[\underline{m},t], I[\underline{m},t-1]\right) - C\left(L[\underline{m},t]\right) \right|$$

נניח שהתמונות גדולות מאוד ואין אפקטי קצוות.

א. מהי הנוסחה המתמטית של הפונקציה f ? נמקו.

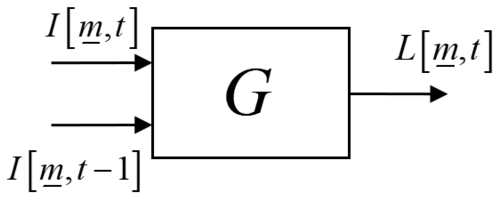
ב. מבצעים מינימזציה מקורבת של $J(L)$ בזמן $t=2$. בהינתן תמונת תוויות התחלתית וזוג תמונות מקור $I[\underline{m},1]$ ו- $I[\underline{m},2]$ כלשהן, כמה איטרציות של אלגוריתם $\alpha-\beta-swap$ נדרשות עד לקבלת התכנסות? נמקו.

תזכורת: בשאלה זו הפרמטר A מתקבל על ידי שאלות הטריוויה המופיעות בתחילת התרגיל.

כעת נגדיר את מדד החלקות הבא:

$$d(\text{Same},\text{Same})=d(\text{Dry},\text{Dry})=d(\text{Damp},\text{Damp})=0$$
$$d(\text{Same},\text{Dry})=d(\text{Dry},\text{Same})=A$$
$$d(\text{Same},\text{Damp})=d(\text{Damp},\text{Same})=A+1$$
$$d(\text{Dry},\text{Damp})=d(\text{Damp},\text{Dry})=20$$

וכן נגדיר את המערכת G הבאה:



כאשר כעת הייצוג הנומרי של התוויות הוא:

$L[\underline{m},t]$	Damp	Same	Dry
$C_2(L[\underline{m},t])$	-1	0	1

בנוסף נגדיר את הפונקציה $q[\underline{m},t]$:

$$q[\underline{m},t]=\frac{I[\underline{m},t]-I[\underline{m},t-1]}{\sqrt{\left(I[\underline{m},t]-I[\underline{m},t-1]\right)^2+\varepsilon^2}}$$

כאשר $\varepsilon\to 0$. המערכת G פועלת כך שתוויות מחושבות לפי המדד הבא:

$$\hat{L}=\arg\min_L\left\{E(L)\right\}$$
$$E(L)=a\sum_{\underline{m}}\left|q[\underline{m},t]-C_2\left(L[\underline{m},t]\right)\right|+b\sum_{\underline{m}}\sum_{\underline{\tilde{m}}\in N[\underline{m}]}d\left(L[\underline{m},t],L[\underline{\tilde{m}},t]\right)$$

כאשר a,b קבועים אי-שליליים.

נתונות שתי התמונות הבאות שנלקחו בזמנים $t=1$ ו- $t=2$ ותמונת תוויות התחלתית:

1	40	1	2	0

$I_{t=1}$

2	20	1	0	10

$I_{t=2}$

Dry	Same	Dry	Damp	Damp

L_{Init}

מעכשיו נתון כי $a = b = 1$.

ג. בהינתן L_{Init}, מה ערכה של $E(L)$ בזמן $t = 2$ עבור תמונות אלו?

ד. בצעו צעד של $\alpha - \beta - swap$ עבור התוויות (Same,Damp).

ה. השלימו את האיטרציה הראשונה עבור התוויות הנוספות, ובצעו איטרציות נוספות עד להתכנסות. רשמו את תמונת התוויות המתקבלת לאחר כל צעד.