

תרגיל בית מס' 2

אלכסנדר שנדר

328626114

שאלה 2

A. אני מציע את השיטה הבאה. נגידר פילטר 3×3 , הנראה באופן הבא:

$$filter = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

המשתמש צריך להגדיר סף (נניח, 5 ערכי רמת אפור). לפני שימוש בפילטר נרפד את התמונה בערכי רמות אפור של הפיקסלים שנמצאים בקצוות. לאחר שימוש בפילטר, אנו נעביר את הסף על כל התמונה, וכל הערכים יהיו מעל הסף, יקבלו ערך 1, ומתחת לסף – 0 (בעצם, בינייזציה של התמונה). כל הפיקסלים השחורים – אלה שכון ערכם הוכפל פי שתים. הרעיון של הפילטר הוא שהסיר את החזיות של הערך של הפיקסל מהמוצע של ערכי הפיקסלים שמסביב. אם הפיקסל הוא תקין, קיבל מספר שקרוב ל-0. אם הפיקסל אינו תקין – קיבל בערך חצי מהערך של הפיקסל. ואז בעזרת סף פעולה רק את הפיקסלים שקרובים ל-0.

סף גדול – עבריר גם את הפיקסלים שלא תקנים, או שערכם קטן מדי כדי ליצור הפרש גדול (לאחר פילטר). סף נמוך מדי – יכול לפספס את הפיקסלים התלולים. אני מניחים שיש רעש בתמונה כמו כן. דוגמא (קוד מطلب בסוף המסמך):

1. נניה שהתמונה הנתונה הינה:

10x10 uint8								
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	65	63	58	63	61	63	60	60
2	65	64	65	66	60	65	62	64
3	64	62	63	60	59	57	66	60
4	65	57	60	59	63	65	61	59
5	58	65	58	65	122	61	66	66
6	61	57	59	64	64	62	58	63
7	62	61	64	61	58	59	60	60
8	65	57	56	57	63	57	126	57
9	63	60	63	62	57	65	57	63
10	60	64	62	58	64	57	63	62

נתן לשים לב שיש לתמונה רעש, וכמו כן שני פיקסלים תקנים.

2. נרפד את התמונה מכל הכוונים לפני הפעלת פילטר. הערכים הם של הערך של התמונה בקצה.
3. נפעיל פילטר. נקבל את התמונה הבאה:

10x10 uint8								
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	32	31	34	30	32	30	32	30
2	32	31	30	28	32	28	31	29
3	31	32	30	32	32	34	29	32
4	29	33	31	39	37	37	32	33
5	32	27	32	36	2	40	29	27
6	30	32	32	37	37	38	33	28
7	30	30	27	30	32	39	38	38
8	29	33	33	32	28	40	0	40
9	30	31	28	29	32	36	40	38
10	32	30	30	32	28	33	29	31

נשים לב שהערכים של התאים התקולים הם נמכרים וקרובים ל-0.

4. נגידר סוף שוגדלו 5. כל התאים שהם מתחת ל-5 יהיו 0, כל התאים מעל – יהפכו להיות 1. בעצם, בינרייזציה. נקבל:

10x10 logical								
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	0	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1	0	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1

ניתן לראות שאכן קיבנו אלגוריתם שיעודע למציא פיקסלים תקולים מתחום תמונה בודדת.

ב. עברו מקרה בו יש לנו שתי תמונות, יותר קל לנו למצוא את הפיקסלים התקולים. בהנחה שאין תזוזה של עצמים בין שתי התמונות כMOVED. האלגוריתם יחשב את הפרשיים של הפיקסלים בין שתי התמונות. לאחר מכן יעביר ספ' (מוגדר ע"י משתמש) ויעשה בינייציה לתמונה. השוב – כאשר מחסרים שתי התמונות,علינו להעביר את התמונה ל-`double`, אחר החסרה פיקסל עם רמה אפורה גבואה מפיקסל עם רמת אפור ומוכחה יהיה לנו 0, מה שיגרום לתוצאות שגויות. נגידם. כל התהיליך בוצע בمطلوب בסוף המסמך.

1 – initial image A

2 – initial image B

	1	2	3	4	5
1	58	58	59	63	60
2	60	65	120	58	61
3	59	66	62	57	57
4	65	60	59	59	59
5	60	57	62	59	128

	1	2	3	4	5
1	112	58	58	60	64
2	65	61	61	66	57
3	63	66	62	56	59
4	61	61	63	65	59
5	62	61	60	65	63

3 – differentiate 2 matrixes in 'double' format, take absolute value

4 – binarize the image based on the threshold

	1	2	3	4	5
1	0.2118	0	0.0039	0.0118	0.0157
2	0.0196	0.0157	0.2314	0.0314	0.0157
3	0.0157	0	0	0.0039	0.0078
4	0.0157	0.0039	0.0157	0.0235	0
5	0.0078	0.0157	0.0078	0.0235	0.2549

	1	2	3	4	5
1	11	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1

ג. מיקום הפיקסלים התקולים ידוע. התמונה היא בסידור של העמודה. f^{cs} הינה תמונה המעוותת, עליינו למצוא מatrice A כך שנוכל לשחזר את התמונה המקורית g^{cs} :

$$g^{cs} = Af^{cs}$$

ידוע שעיל מנת לתקן את הפיקסל התקול, עליינו להקטין את גודלו פי 2. הפתרון הינו לבנות מטריצה A אלכסונית לפי שלבים הבאים:

1. גודל תמונה מקורית היא X על Y.

2. נניח, שיש פיקסל תקום במיקום $[x, y]$.

3. לאחר סידור של התמונה בעמודה (גודלה כעט $[X \cdot Y, 1]$) מיקום של הפיקסל התקול יהיה:

$$[x, y] \rightarrow [(y - 1) \cdot X + x, 1] = [x_2, 1]$$

4. בונה מטריצה אלכסונית A, כול הערכים באלכסון שלה הם 1

5. נkeh כל פיקסל תקול, ונמיר את הערך במטריצה A האלכסונית עברו כל פיקסל כזה. נניח עבור פיקסל שלנו:

$$A[x_2, x_2] = 0.5$$

6. נפעל לפי הנוסחה המקורית, נהפוך את המטריצה שוב למינדים המקוריים, ונקבל g^{cs} מקורית.
דוגמא (קוד מطلב בסוף המסמך):

1 – initial image

	1	2	3	4
1	61	63	63	57
2	60	64	63	122
3	62	59	58	66

2 – make column –
failed pixel at [11,1]

	1
1	61
2	60
3	62
4	63
5	64
6	59
7	63
8	63
9	58
10	57
11	122
12	66

4 – get fixed image

3x4 uint8				
	1	2	3	4
1	61	63	63	57
2	60	64	63	61
3	62	59	58	66

3 – generate A matrix. Index [11,11] is 0.5

ד. עליינו למצוא מטריצה שתמיר את תמונה בנסידור-שורה לסדר عمودה. כאן נשתמש בעובדה שלתמונה המקורית כМОות שורות ועמודות היא זהה, אחרת יש אי-ודאות לגבי סידור של העמודות הרצוי. ע"י דוגמא נגידים איך צריכה להיראות מטריצת פעולה שתעשה את העבודה. כל תוצאות שמוצגות כאן הושגו דרך MATLAB והפונקציות כתובות על ידי. הסבר קצר – מטריצה C הינה ריבועית, שבה כל הערכים אפסים, חוץ מערכיים מסוימים מהם. תמיד מיקום [1,1] הינו 1. אז בכל שורה המיקום של האיבר שהוא 1 זו בעמודות כMOות תאים ששווה לאורך הצלע של התמונה. המקרה שלנו – אם התא מופיע ועובד את המטריצה, הוא ממשיך בשורה הבאה עם האינדקס של עמודה של הערך של השארית של הולקה באורך צלע בריבוע:

1 – initial image

	1	2	3
1	66	66	57
2	58	61	60
3	66	64	65

2 – make row-ordered image

	1
1	66
2	66
3	57
4	58
5	61
6	60
7	66
8	64
9	65

4 – get column ordered image

	1
1	66
2	58
3	66
4	66
5	61
6	64
7	57
8	60
9	65

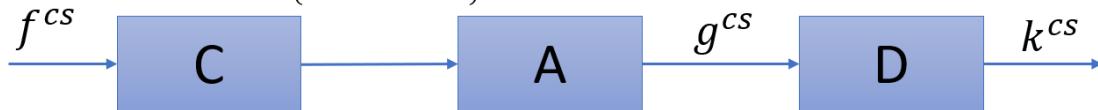
3 – generate C matrix.

9x9 double

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1

ה. ידוע כמטריצה D מבצעת התמרת פורייה על התמונה בסידור عمودה. لكن נפעיל באופן הבא:

(row \rightarrow column)



APPENDIX

1. MATLAB CODE

```
%% THIS CODE RELATES TO QUESTION #2

%% Algorithm 1 - single image

im1 = uint8(ones(10,10))+55;
noiseSignal = uint8(rand(10, 10).*10);
% add gauss noise
im1 = im1 + noiseSignal;

im1(5,5) = im1(5,5)*2;
im1(8,7) = im1(8,7)*2;

im2 = padarray(im1,[1 1], 'replicate', 'both');

filter = (1/8)*[1 1 1; 1 -4 1; 1 1 1];

im_filtered = imfilter(im2,filter);
im_filtered_2 = im_filtered(2:end-1,2:end-1); % unpad

threshold = uint8(5);

% use the threshold to binalize the image
im_filtered_3 = imbinarize(im_filtered_2,im2double(threshold));

% plot to see results
imshow(im_filtered_3)

%% Algorithm 2 - two images

% set the threshold

threshold = uint8(20);
image_size = 5;

im1 = uint8(ones(image_size,image_size))+55;
noiseSignal = uint8(rand(image_size, image_size).*10);
% add gauss noise
im1 = im1 + noiseSignal;

% add failed pixels
im1(5,5) = im1(5,5)*2;
im1(2,3) = im1(2,3)*2;

% image 2 has other pixel which fails
im2 = uint8(ones(image_size,image_size))+55;
noiseSignal = uint8(rand(image_size, image_size).*10);
% add gauss noise
im2 = im2 + noiseSignal;

% add failed pixels
im2(1,1) = im2(1,1)*2;

difference_matrix = abs(im2double(im1) - im2double(im2));
difference_bin = imbinarize(difference_matrix,im2double(threshold));
```

```

%% Algorithm 3 - fix the image when the failed pixel coordinates are known

image_size_x = 3;
image_size_y = 3;
failed_pixels{1} = [2 3];

im3 = uint8(ones(image_size_x,image_size_y))+55;
noiseSignal = uint8(rand(image_size_x, image_size_y).*10);
% add gauss noise
im3 = im3 + noiseSignal;

for i=1:numel(failed_pixels)
    im3(failed_pixels{i}(1),failed_pixels{i}(2)) =...
        im3(failed_pixels{i}(1),failed_pixels{i}(2))*2;
end

im3_col_order = reshape(im3,[numel(im3) 1]);

A = create_fixing_matrix([image_size_x, image_size_y], failed_pixels);

im3_fixed_col_order = im2uint8(A*im2double(im3_col_order));
im3_fixed = reshape(im3_fixed_col_order,[image_size_x, image_size_y]);

%% Algorithm 4 - change the column ordered matrix to row ordered

image_size_x = 3;
image_size_y = 3;

im4 = uint8(ones(image_size_x,image_size_y))+55;
noiseSignal = uint8(rand(image_size_x, image_size_y).*10);
% add gauss noise
im4 = im4 + noiseSignal;

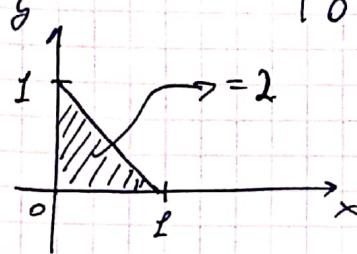
im4_row_order = reshape(im4',[numel(im4') 1]);
im4_col_order_check = reshape(im4,[numel(im4) 1]);

C = create_row_to_col_order_matrix(im4_row_order);

im4_col_order = im2uint8(C*im2double(im4_row_order));

```

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x \leq y \quad 0 \leq y \leq 1-x \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



area $\int_0^1 \int_0^{1-x} dy dx$

$$\begin{aligned} 2 &= \gamma(u) \cdot \Delta f \\ 0 &= \gamma(v) \cdot \Delta f \end{aligned}$$

(2D) $\int_0^1 \int_0^{1-x} e^{2\pi j(ux+vy)} dy dx$

$$F(u,v) = \int \int f(x,y) dx dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) e^{-2\pi j(ux+vy)} dx dy = \int_0^1 \int_0^{1-x} 2 \cdot e^{-2\pi j(ux+vy)} dx dy =$$

$$= 2 \int_0^1 e^{-2\pi j ux} \left[\int_0^{1-x} e^{-2\pi j vy} dy \right] dx = 2 \int_0^1 e^{-2\pi j ux} \cdot \left[\frac{j}{2\pi v} e^{-2\pi j vy} \Big|_0^{1-x} \right] dx =$$

$$= 2 \int_0^1 e^{-2\pi j ux} \cdot \frac{j}{2\pi v} \cdot \left[e^{-2\pi j v(1-x)} - 1 \right] dx = \int_0^1 \frac{j}{\pi v} \left(e^{-2\pi j(ux+vy+v(1-x))} - e^{-2\pi j ux} \right) dx =$$

$$= \frac{j}{\pi v} \left[\left[e^{-2\pi j(ux+vy+v(1-x))} \cdot \frac{j}{2\pi(u-v)} \Big|_0^1 \right] - \left[e^{-2\pi j ux} \cdot \frac{j}{2\pi v} \Big|_0^1 \right] \right] =$$

$$= \frac{j}{\pi v} \left[\left(e^{-2\pi j(u+x-v)} - e^{-2\pi j v} \right) \cdot \frac{j}{2\pi(u-v)} - \frac{j}{2\pi u} \left[e^{-2\pi j u} - 1 \right] \right] = \textcircled{A}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{j}{\pi v} \left[\frac{j}{2\pi(u-v)} \left(e^{2\pi j u} - e^{-2\pi j v} \right) \cdot \frac{v}{2\pi u} + \frac{v}{2\pi u} - \frac{j}{2\pi u} e^{-2\pi j u} \right] = \\ &= e^{-2\pi j u} \left(\frac{-1}{2\pi^2(u-v)v} + \frac{1}{2\pi^2 uv} \right) + e^{2\pi j v} \left(\frac{1}{2\pi^2(u-v)v} \right) + \frac{v}{2\pi^2 uv} \end{aligned}$$

$$\sin(u-v) \quad \sin(u) \quad \text{and} \quad \frac{e^{j\pi u} - e^{-j\pi u}}{2j}$$

$$\sin(u-v) = \frac{\sin \pi(u-v)}{\pi(u-v)} = \frac{e^{j\pi(u-v)} - e^{-j\pi(u-v)}}{\pi(u-v) - 2j}$$

$\sin(u-v)$ $\sin(u)$ $\sin(v)$

$$\text{Ansatz} = 1 \quad \text{durch}$$

$$A = \frac{j}{\pi v} \left| \frac{j}{2\pi(u-v)} \cdot e^{-2\pi j v} \left[e^{-2\pi j(u-v)} - 1 \right] - \frac{j}{2\pi u} \cdot e^{-2\pi j u} \left[e^{2\pi j u} - e^{+2\pi j u} \right] \right| =$$

$$= \frac{j}{\pi v} \left| \frac{-1}{2\pi j(u-v)} \cdot e^{-2\pi j v} \cdot e^{-\pi j(u-v)} \left[e^{-\pi j(u-v)} - e^{\pi j(u-v)} \right] + \frac{j}{2\pi u} \cdot e^{-2\pi j u} \left[e^{\pi j u} - e^{-\pi j u} \right] \right| =$$

$$= \frac{j}{\pi v} \left[e^{-2\pi j v} \underbrace{\frac{e^{\pi j(u-v)} - e^{-\pi j(u-v)}}{2\pi j(u-v)}}_{\sin c(u-v)} + e^{-2\pi j u} \underbrace{\frac{e^{\pi j u} - e^{-\pi j u}}{2\pi u j}}_{\sin c(u)} \right] =$$

$$= \frac{1}{\pi v j} \cdot e^{-2\pi j v} \left[e^{-j\pi v} \sin c(u-v) + \sin c(u) \right]$$

=====

3. J. free

סוכס מילוי גוף ניידות

טבון - $X[m, n]$

$$\text{log-spector: } X_s(u, v) = \log(1 + |\Delta FFT[X[m, n]]|)$$

מכוון מילוי גוף ניידות

: I, K מוגן (1)

$$I, k = W * h * \tilde{h} = W * (h * \tilde{h})$$

$$h = \begin{bmatrix} l & 1-l \end{bmatrix}$$

rotate

$$\tilde{h} = \begin{bmatrix} 1-l & l \end{bmatrix}$$

לפננו $L=0.5$ מילוי

$$K[m, n] = (W * [0.25 \ 0.5 \ 0.25])$$

: \int_{ρ}^{ρ} , $L=0.1$ מילוי

$$J[m, n] = (W * [0.09 \ 0.81 \ 0.09])$$

מכוון מילוי גוף ניידות

: $L=0.1$ מילוי גוף ניידות

$B_s(u, v) \Leftrightarrow J[m, n]$: מילוי גוף ניידות
$A_s(u, v) \Leftrightarrow K[m, n]$	

: מילוי גוף ניידות

$$L=0.1; \quad J[m, n] = (W * \begin{bmatrix} 0.09 \\ 0.81 \\ 0.09 \end{bmatrix})$$

$$L=0.5 \quad L[m, n] = (W * \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.5 \\ 0.25 \end{bmatrix})$$

מילוי גוף ניידות $L=0.5$ מילוי גוף ניידות

: מילוי גוף ניידות

$C_s \Leftrightarrow L[m, n]$	
$D_s \Leftrightarrow J[m, n]$	

4.2.1. סדרה

$$\Gamma_7 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \end{bmatrix} \quad \text{לסדרה } \Gamma_7 \text{ מתקיים } (\text{ב)}$$

הנחות: Γ_7 סדרה. Γ_7 סדרה. Γ_7 סדרה. Γ_7 סדרה. Γ_7 סדרה. Γ_7 סדרה.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1									
2	2	2	1								
3		1			2	2					
4				1		1					
5					1	1					
6						1	1	1			
7							1	3	1	2	
8								2	2	1	
9								1	1	1	
10									1	2	1
11											1

לעתות קידום סדרה Γ_7 נקבע Γ_8 על ידי $\Gamma_8 = \Gamma_7 \cup \{e\}$ (2)

$\Gamma_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ סדרה Γ_8 מתקיימת (2)

לעתות קידום סדרה Γ_8 נקבע Γ_9 על ידי $\Gamma_9 = \Gamma_8 \cup \{e'\}$ (2)

$\Gamma_9 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ סדרה Γ_9 מתקיימת (2)

$$\Gamma_9 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{סדרה } \Gamma_9 \text{ מתקיימת (2)}$$

לעתות קידום סדרה Γ_9 נקבע Γ_{10} על ידי $\Gamma_{10} = \Gamma_9 \cup \{e''\}$ (3)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	2	2	1							
2	2	2	2	1	1	1	1				
3		2	2	3	1	2	2	3	1		
4			1	1	1	2	2	2	1		
5				1	1	2	2	2	1		
6					1	2	2	3	2	1	
7						2	2	4	2	2	
8							3	4	1	3	
9								1	1	1	
10									1	2	3
11											1

סדרה Γ_{10} מתקיימת (3)

$\Gamma_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ סדרה Γ_{10} מתקיימת (3)

$\Gamma_{10} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ סדרה Γ_{10} מתקיימת (3)

11/18 (2)

7. \rightarrow I_{72} \rightarrow I_{73} \rightarrow Z

3x3 T_7 \rightarrow I_{71} \rightarrow I_{72} \rightarrow I_{73} \rightarrow Z

$$T_{72} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

I_{71}, I_{72}, I_{73} \rightarrow Z

3. $I_{72}(x,y) \rightarrow$ I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow Z

3. I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow Z

3. I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow Z

3. I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow I_{72} \rightarrow Z

①

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

②

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

③

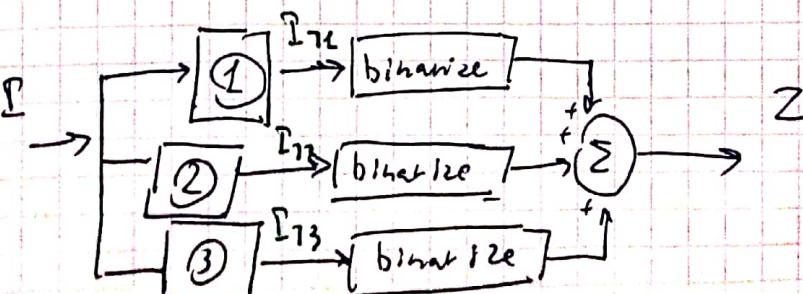
$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Algorithm

1. Do correlation between Image I and 3 of the templates ①; ②; ③. Call the results $I_{71}; I_{72}; I_{73}$.

2. Put the threshold of 3 on $I_{71}; I_{72}; I_{73}$.

3. Add 2 with Binarize all 3 of resulting matrixes can be done in reversed.

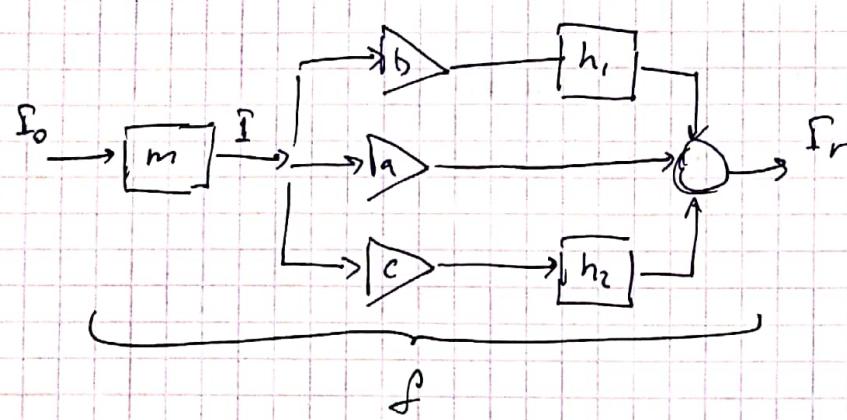


$$\text{If } f \text{ is odd, } f = f + f_0 = f +$$

$$\text{Then } f = m * f_0$$

So we can write $f = m * f_0$

$\rightarrow f_0$ is even



$$m = \frac{1}{3} [1 \ 1 \ 1]$$

$$h_1 = \frac{1}{4} [1 \ -2 \ 1]$$

$$h_2 = \frac{1}{4} [-2 \ 1]$$

$$f = m * [bh_1 + ah_2 + Ch_3] = bh_1 + am + Ch_2 =$$

$$= b \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} [1 \ 1 \ 1] * [1 \ -2 \ 1] + a \cdot \frac{1}{3} [1 \ 1 \ 1] + C \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{c}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{b}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{c}{12} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 4a-6-2c & 4a-2c & 4a-b-2c \\ 0 & 0 & c & c & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = f$$

לפנינו ישנו מושג שנותן גודל לערך הפוטוני (2)

$$\sum \rho_{l,j} = \frac{1}{12} (6c + 2b + 2(4a - b - 2c) + 4a - 2c) = \\ = \frac{1}{12} (6c + 2b + 8a - 2b - 4c + 4a - 2c) = a.$$

הנחתה $a = l$ ורמזת לנו שטח כל אחד שווה a^2

: מושג זה מוגדר במקרה של אוניברסלי (3)

$$\|e^2\| = \sum_{h=1}^N \sum_{m=1}^n |e_{lm,h}|^2$$

: זו הערך המרבי של e

$$e = E_r - I_o = I_o + f - I_o = I_o + (f - \delta(m,n))$$

$$\tilde{f} = f - \delta(m,n) \quad : \text{המקרה}$$

$$\rightarrow e = I_o + \tilde{f} ; \quad \tilde{F}(e) = E = I_o \cdot \tilde{F}(0; \theta_2)$$

$$\|e^2\|^2 = \sum_{m=1}^N \sum_{h=1}^n |e_{lm,h}|^2 = \underbrace{\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi}}_{\text{פונקציית כפלה}} |E(\theta_1, \theta_2)|^2 d\theta_1 d\theta_2 =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \underbrace{\left|\tilde{F}(0; \theta_2)\right|^2}_{\text{כפלה}} d\theta_1 d\theta_2 = \frac{\text{const}}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\tilde{F}(\theta_1, \theta_2)|^2 d\theta_1 d\theta_2 =$$

הסבר \Rightarrow $\frac{\text{const}}{4\pi^2} \sum_{h=1}^N \sum_{m=1}^n |f - \delta(m,n)|^2$

1 point for each

$$a=1 \quad : \text{from (3)}$$

From the first row, we have $a+b+c = 1$.
From the second row, we have $b+c = 1$.

$$a=1$$

$$f = \frac{1}{12}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & c & c & 0 \\ b & 4-b-2c & 4-2c & 4-b-2c & b \\ 0 & c & c & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{from row 1: } a+b+c=1 \quad \text{from row 2: } b+c=1$$

$$\nabla H^2 = \left(\frac{\partial H^2}{\partial b}, \frac{\partial H^2}{\partial c} \right) \quad \text{from row 3: } b=1-b-2c \quad \text{from row 4: } c=1-2b$$

$$\text{and } \frac{\partial H^2}{\partial b} = \frac{\partial \{ 6c^2 + 2(4-b-2c)^2 + (4-2c)^2 + 2b^2 \}}{\partial b} =$$
$$= 4b - 4(4-b-2c) = \cancel{8b} + \cancel{8c} - 16 = b + c - 2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial H^2}{\partial c} = 12c + 4(4-b-2c)(-2) + 2(-2)(4-2c) =$$
$$= 12c - 32 + \cancel{8b} + 16c - 16 + \cancel{8c} =$$
$$= 36c + \cancel{8b} - 48 = 0$$

$$(2) \quad 36c + 2b - 12 = 0$$

$$(1) \rightarrow (2) \quad 18 - 9b + 2b - 12 = 0$$

$$-7b = -6$$

$$b = \frac{6}{7} \quad \Rightarrow \quad c = 2-b = \frac{8}{7}$$

$$\therefore \text{price function is } f(b, c) \leftarrow \begin{cases} b = \frac{6}{7} \\ c = \frac{8}{7} \end{cases}$$