תרגיל בית מס׳ 2

מועד הגשה: עד 18.04.19 בשעה 23:59. הגשה אלקטרונית דרך moodle.

שאלה מס׳ 1

חשבו את התמרת פוריה של הפונקציה:

$$f(x,y)=\begin{cases}2, & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1-x\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

שאלה מס׳ 2

במעבדה התקבלה מצלמה המקבלת תמונות בגודל $n\times n$. תקלה במערכת המצלמה גורמת לכך שישנם מספר פיקסלים אשר ערך רמת האפור שלהם מוכפל, כך שבמקום לקבל את התמונה הרצויה G, אנו מקבלים את התמונה המעוותת F. ידוע כי מספר הפיקסלים התקולים הוא מועט וכן שהם רחוקים אחד מהשני.

א. הציעו דרך למציאת הפיקסלים התקולים בעזרת תמונה בודדת של סצנה העומדת בקריטריונים לבחירתכם.

ב. עבור סצנה כללית אשר אינה עומדת בקריטריונים שהצעתם בסעיף קודם, הציעו אלגוריתם אשר יאפשר את מציאת מיקום רוב הפיקסלים התקולים בעזרת **זוג** תמונות.

ג. כעת מיקום הפיקסלים התקולים ידוע. מצאו מטריצת-פעולה A הפועלת על התמונות בסידור-עמודה ומחלצת את התמונה המקורית g^{cs} מתוך התמונה המעוותת f^{cs}. מטריצה זו מקיימת: $g^{cs}=Af^{cs}$.

ד. הציעו מטריצת פעולה C, אשר ממירה תמונה מסידור-שורה לסידור-עמודה, כך שעבור תמונה X מתקבל הקשר: $x^{cs}=Cx^{rs}$.

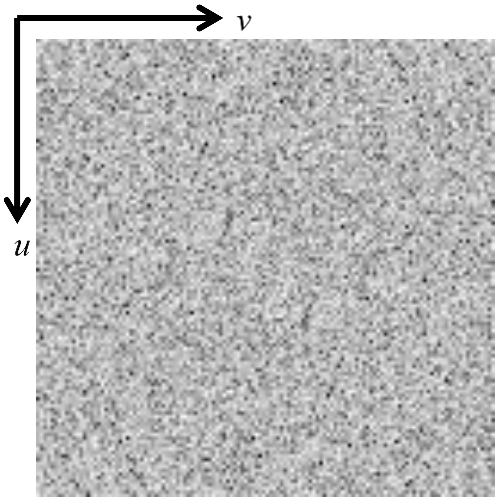
ה. בסעיף זה, ברצוננו למצוא את k^{cs} אשר הינה התמרת הפורייה של g^{cs} – התמונה המקורית בסידור-עמודה. נתון כי מטריצת הפעולה D מבצעת התמרת פורייה על תמונה בסידור-עמודה. תארו מערכת המקבלת כקלט תמונה מעוותת בסידור-שורה f^{rs} ומוציאה כפלט את התמרת הפורייה k^{cs}. בתשובתכם השתמשו במטריצות הפעולה A, C, D.

שאלה מס' 3

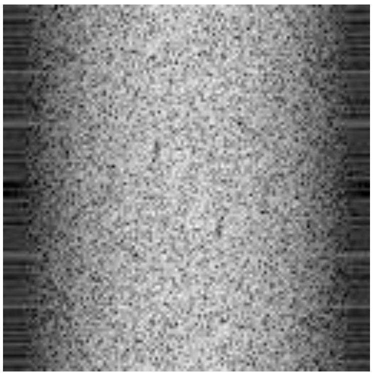
נגדיר עבור תמונה כללית $X[m,n]$ לוג-ספקטרום כך: $X_S(u,v)=\log\left(1+\left|\mathrm{DTFT}\left\{X[m,n]\right\}\right|\right)$.

תהי $W[m,n]$ תמונה דגומה בה כל פיקסל בלתי תלוי בשאר הפיקסלים ויתכנו רמות אפור שליליות.

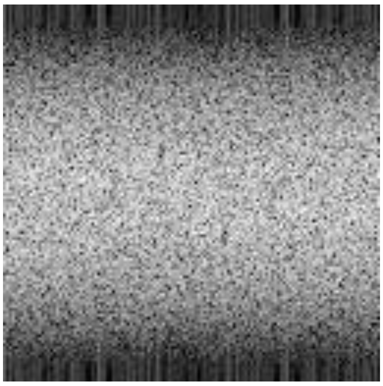
נסמן את הלוג-ספקטרום הרציף של $W[m,n]$ ב-$W_S(u,v)$ והוא נתון באיור הבא:

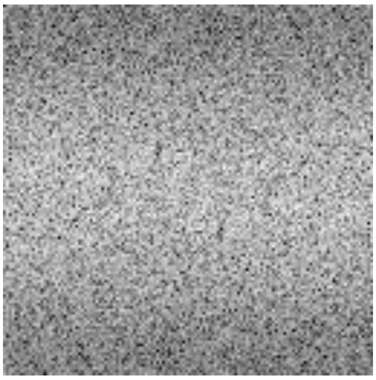


כאשר u הינו התדר בכיוון האנכי ו-v הינו התדר בכיוון האופקי.
כמו-כן נתונות ארבע תמונות לוג-ספקטרום רציפות נוספות:


$A_S(u,v)$


$B_S(u,v)$


$C_S(u,v)$


$D_S(u,v)$

ידוע כי ארבע התמונות הנ"ל התקבלו על ידי חישוב הלוג-ספקטרום של ארבע התמונות הבאות:

$$J[m,n]=\left(W*h^T*\tilde{h}^T\right)[m,n],\ \ \alpha=0.1 \qquad I[m,n]=\left(W*h*\tilde{h}\right)[m,n],\ \ \alpha=0.1$$

$$L[m,n]=\left(W*h^T*\tilde{h}^T\right)[m,n],\ \ \alpha=0.5 \qquad K[m,n]=\left(W*h*\tilde{h}\right)[m,n],\ \ \alpha=0.5$$

כאשר $h=\begin{bmatrix}\boxed{\alpha} & 1-\alpha\end{bmatrix}$ הוא מסנן, ומרכז המסנן הוא האיבר השמאלי (המסומן במלבן) וניתן להזניח אפקטי קצוות (הקונבולוציה הינה לינארית ללא הגדלת תמך, כלומר במבנה same).

$\tilde{h}=\begin{bmatrix}1-\alpha & \boxed{\alpha}\end{bmatrix}$, הוא המסנן לאחר שיקוף.

התאימו בין התמונות I,J,K,L לבין תמונות הלוג-ספקטרום A_S,B_S,C_S,D_S . נמקו.

<u>שאלה מס' 4</u>

במערה נטושה בבקעת רוהאן התגלו מגילות קלף הכתובות בכתב הוביט עתיק, המכיל אותיות מארבעת הסוגים הבאים: ┌ , ┐, L , □. על מנת לנתח באופן אוטומטי את המגילות בשפת ההוביט, הן נסרקות ומנותחות במחשב. לאחר הסריקה מתקבלות תמונות בגודל $N\times N$ (N גדול מאוד, כך שניתן להזניח אפקטי קצוות). תמונה כזו לדוגמה היא התמונה הבינארית I (פיקסל ריק = אפס):

		1	1						
		1					1		
							1	1	
	1	1				1	1	1	
		1				1		1	
						1	1	1	

א. בהינתן תבנית לאות ┐, $T_{\urcorner}=$

1	1
	1

, שמרכזה בפינה הימנית העליונה, מבצעים קורלציה מרחבית דו-ממדית (פעולת קונבולוציה דו-ממדית <u>ללא</u> שיקוף המסנן) בין I ל-$T_{\urcorner}$. נסמן את תוצאת התאמת התבניות הזו ב-$I_{\urcorner}$. איירו את התמונה $I_{\urcorner}$.

ב. לאחר מכן מבצעים פעולת סף על $I_{\urcorner}$ כדי לגלות את מיקום התבניות $T_{\urcorner}$ בתמונה.

1. באיזה סף כדאי לבחור? ציינו במפורש איזה פיקסלים יעברו את הסף שבחרתם.

2. האם ישנן אותיות המזוהות באופן שגוי כאות ? ךהסבירו.

ג. באופן דומה לסעיף א׳ מגדירים את

1	1	1
1		1
1	1	1

$= T_{\square}$, שמרכזה באמצע, ומבצעים קורלציה מרחבית דו-ממדית בין I ל-$T_{\square}$. נסמן את תוצאת התאמת התבניות הזו ב-$I_{\square}$. איירו את התמונה $I_{\square}$.

ד. באופן דומה לסעיף ב׳ מבצעים פעולת סף על $I_{\square}$ כדי לגלות את מיקום התבניות $T_{\square}$ בתמונה. באיזה סף כדאי לבחור? ציינו במפורש איזה פיקסלים יעברו את הסף שבחרתם.

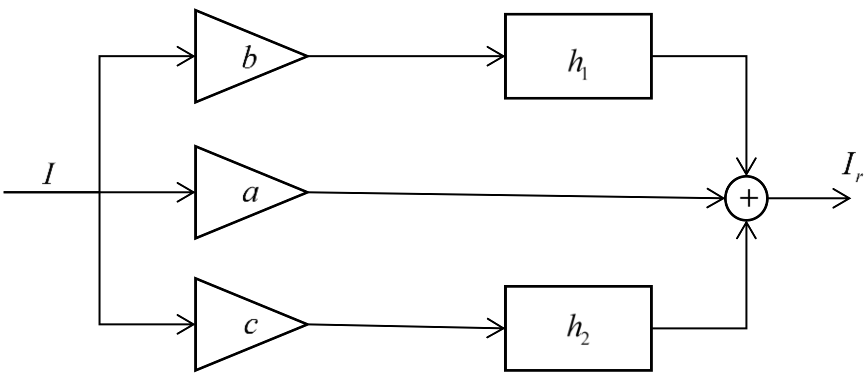
ה. מעוניינים בשיטה ליצירת תמונה בינארית Z שבה הפיקסלים היחידים בעלי ערך 1 הם אלו שבהם קיימת האות ך <u>בלבד ולא אף אות מסוג אחר</u>. הציעו שיטה פשוטה, וכתבו עבורה אלגוריתם בפסאודו-קוד, ליצירת Z . ניתן (אך לא חובה) להשתמש במשתנים הבאים: I , $T_{ך}$, $T_{\square}$, $I_{ך}$ ו-$I_{\square}$.

שאלה מס׳ 5

בתהליך רכישת תמונות של עצמים זזים ישנה תופעה של טשטוש תנועה (motion blur). הוצע לתאר את הטשטוש ע״י סינון לינארי כאשר המסנן הוא:

$$m = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

לשם שיפור התמונה המתקבלת מוצעת המערכת הבאה:



כאשר המסננים הם:

$$h_1 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\end{bmatrix}, \qquad h_2 = h_1^T$$

I הינה התמונה המטושטשת ו-I_r היא התמונה המשופרת. נסמן את התמונה הלא ידועה לפני הטשטוש ע״י I_o . לאורך כל השאלה הניחו כי הקונבולוציה היא לינארית והתמונה מרופדת באפסים לפי הצורך.

א. מצאו את המסנן f אשר מייצג את הפעולה של המערכת כולה, כלומר $I_r = f * I_o$. יש להגיע לביטוי התלוי בפרמטרים a,b,c בלבד.

ב. קבעו את הפרמטר a כך שהבהירות הממוצעת של התמונה תישמר, כלומר יש לשמור על ממוצע התמונה.

אנו מעוניינים להעריך את השגיאה בין התמונה המקורית (לפני הטשטוש) לבין התמונה המשופרת. לשם כך נגדיר את תמונת השגיאה: $e = I_r - I_o$. בסעיפים הבאים נתונה תמונת מקור I_o בעלת $\left|DTFT\left\{I_o\right\}\left(\theta_1,\theta_2\right)\right|^2 = const$.

ג. מצאו קשר בין השגיאה הריבועית הממוצעת $\|e\|^2$, אשר מוגדרת כך:

$$\|e\|^2 = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left|e\left[m,n\right]\right|^2$$

לבין המסנן f מסעיף א'. יש להגיע לביטוי מצומצם ככל הניתן.

ד. עבור $a=1$ מצאו ערכי b,c אשר ימזערו את השגיאה הריבועית הממוצעת $\|e\|^2$.