שאלה 1

$$f(x,y)=\begin{cases}2 & 0\le x\le 1 \quad 0\le y\le 1-x\\ 0 & \text{else}\end{cases}$$

$$F(u,v)=\mathcal{F}\{f(x,y)\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,e^{-j2\pi(ux+vy)}\,dx\,dy=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\;2e^{-j2\pi(ux+vy)}$$

$$=2\int_0^1 e^{-j2\pi ux}\int_0^{1-x} e^{-j2\pi vy}\,dy\,dx=2\int_0^1 e^{-j2\pi ux}\left(\frac{j}{2\pi v}\left(e^{-j2\pi v(1-x)}-1\right)\right)dx$$

$$=\frac{j}{\pi v}\int_0^1 e^{-j2\pi(ux+v-vx)}-e^{-j2\pi ux}\,dx$$

$$=\frac{j}{\pi v}\left[e^{-j2\pi v}\left(\frac{1}{-j2\pi(u-v)}\left(e^{-j2\pi(u-v)}-1\right)\right)-\frac{1}{-j2\pi u}\left(e^{-j2\pi u}-1\right)\right]$$

$$=\frac{1}{j\pi v}\left[e^{-j2\pi v}\cdot e^{-j\pi(u-v)}\left(\frac{e^{j\pi(u-v)}-e^{-j\pi(u-v)}}{j2\pi(u-v)}\right)+e^{-j\pi u}\left(\frac{e^{j\pi u}-e^{-j\pi u}}{j2\pi u}\right)\right]$$

$$=\frac{e^{-j\pi u}}{j\pi v}\left[\operatorname{sinc}(u)+e^{-j\pi v}\operatorname{sinc}(u-v)\right]$$

שאלה 2

$G \rightarrow \square \rightarrow F$

1. נעביר את התמונה במסנן חציון, נחסיר את החציון F מהתמונה המעוותת ונפעיל פעולת סף כך שמעל סף מסוים הפיקסל יוכרז כרועש.
האלגוריתם יעבוד טוב עבור תמונה עם קונטרסט נמוך, מכיוון שהפיקסלים הרגילים רחוקים אחד מהשני נקבל שהחציון יהיה קרוב יותר לערך המקורי (החציון לא רגיש לשינויים גדולים)

2. נצלם 2 תמונות - תמונה ראשונה כרגיל ותמונה שנייה מוסטת מעט. נחסר בין התמונות - הפיקסלים הרגילים יתאפסו בתוצאה והפיקסלים הרועשים יהיו שונים מ-0.
בשיטה זו נוכל למצוא את רוב הפיקסלים הרועשים אך לא את כולם כיוון שההזזה לא תאפשר גילוי הקצוות

3. מטריצת הפעולה A תהיה מטריצת היחידה שבשורות מסוימות נחליף את 1 ב $\frac{1}{2}$ כדי לתקן את התמונה המעוותת השורות בהן נשים $\frac{1}{2}$ יחושבו בעזרת הנוסחה -
$i+(j-1)\,\text{Num.Rows}$
כאשר (i,j) זה הפיקסל הרועש.

4. מטריצת הפעולה C תהיה מטריצה של 1 ו-0 כלומר בגודל התמונה אותה רוצים לסדר משורה לעמודה עבור מטריצה עם n שורות ו-m עמודות גודל C יהיה $nm \times nm$
דוגמא עבור תמונה 2X3 - $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} a \\ d \\ b \\ e \\ c \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

5. $f^{rs} \rightarrow \square \rightarrow k^{cs}$

$$f^{rs} \rightarrow \underset{\text{נכפיל}}{\boxed{C}} \rightarrow f^{cs} \rightarrow \underset{\text{נכפיל}}{\boxed{A}} \rightarrow g^{cs} \rightarrow \underset{\text{נכפיל}}{\boxed{D}} \rightarrow k^{cs}$$

<u>שאלה 3</u>

$X[m,n]$ לוג ספקטרום כך - $X_s(u,v)=\log(1+DTFT\{X[m,n]\})$

$W[m,n]$ – תמונה דגומה

$$h_I=[0.1 \quad 0.9]$$
$$h_K=[0.5 \quad 0.5]$$
$$h_J=\begin{bmatrix}0.1\\0.9\end{bmatrix}$$
$$h_L=\begin{bmatrix}0.5\\0.5\end{bmatrix}$$

נבחין בין התמונות I ו-K לתמונות J ו-L.

I ו-K עברו סינון במסננים אופקיים

ולכן נצפה שהניחות בתדרים יהיה בציר האופקי

לעומת J ו-L שעברו סינון במסננים אנכיים

ולכן נצפה לניחות בכיוון האנכי.

לכן $\{I,K\}$ יתאימו ל$\{B_s, A_s\}$ ו- $\{J, L\}$ יתאימו ל$\{D_s, C_s\}$

מכיוון ש $\alpha=\frac{1}{2}$ נקבל מיצוע חד יותר מכיוון שכל פיקסל תלוי בעצמו ובסביבה

שלו במידה שווה לכן $I\Leftrightarrow B_s$, $K\Leftrightarrow A_s$

$J\Leftrightarrow D_s$, $L\Leftrightarrow C_s$

שאלה 4

א) $T_{ד}=$

1	1
	1

$I_{ד}=$

	1	1					
	2	2	1		1		
	1	1			2	2	
					1	2	
1	1			1	1	1	
1	3	1		2	2	3	1
	1	1		2	2	2	1
				1	2	2	1

ב) ① נבחר פעולת סף $T=2.5$, הפיקסלים שיעברו את פעולת הסף הם (7,3) ו- (7,9)

② כן, הפיקסל (7,9) נותן אינדיקציה שגויה למיקום הסמל ד כיוון שצורתו מוטה באופן שמתאימה סביב פיקסל זה (□ מכיל את ד)

ג) $T_{\square}=$

1	1	1
1	0	1
1	1	1

$I_{\square}=$

	1	2	2	1					
	2	2	2	1		1	1	1	
	2	2	3	1		2	2	3	1
	1	1	1			2	2	2	1
						1	2	2	1
1	2	2	1		1	2	3	2	1
1	2	2	2		2	2	4	2	2
1	3	2	2		3	4	8	4	3
	1	1	1		2	2	4	2	2
					1	2	3	2	1

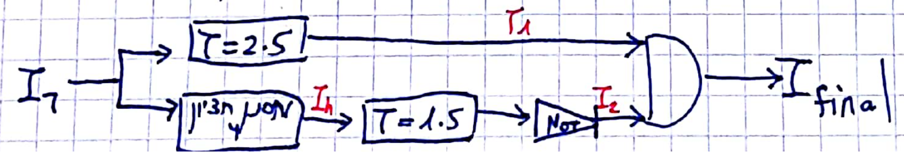
③ נבחר פעולת סף $T=7.5$ הפיקסל שיעבור את פעולת הסף הוא (7,8)
אין אינדיקציה באופן שגוי.

ה) אלגוריתם: ① נפעיל פעולת סף $T_{ד}=2.5$ על $I_{ד}$ ונסמן את התוצאה ב I_1

② נפעיל מסנן חציון על $I_{ד}$ (קישוריות 4 טומר - ⊞) ונסמן את התוצאה ב I_h

③ נפעיל פעולת סף על I_h כאשר $T=1.5$ ונעשה NOT על התוצאה, נסמן את התוצאה ב I_2

④ נפעיל AND בין I_1 ל-I_2, התוצאה הינה התמונה הסופית בה הפיקסלים היחידים שבהם יש ערך '1' זה הפיקסלים הנכונים



$I = I_0 * m$ (א

$m = \frac{1}{3}[1\ 1\ 1]$

$h_1 = \frac{1}{4}[1\ -2\ 1] \qquad h_2 = h_1^T$

$$I_r = aI_0*m + bI_0*m*h_1 + cI_0*m*h_2 = I_0*(am + bm*h_1 + cm*h_2)$$

$$f = (am + bm*h_1 + cm*h_2) \quad \Leftarrow$$

$$f = \frac{a}{3}\begin{bmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{bmatrix} + \frac{b}{12}\begin{bmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0\\1&-2&1\\0&0&0\end{bmatrix} + \frac{c}{12}\begin{bmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0\\0&-2&0\\0&1&0\end{bmatrix}$$

$$= \frac{a}{3}\begin{bmatrix}0&0&0\\1&1&1\\0&0&0\end{bmatrix} + \frac{b}{12}\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&-1&0&-1&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix} + \frac{c}{12}\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&1&1&1&0\\0&-2&-2&-2&0\\0&1&1&1&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{12}\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&c&c&c&0\\b&4a-b-2c&4a-2c&4a-b-2c&b\\0&c&c&c&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

ב) כדי לשמר את הבהירות הממוצעת בתמונה נדרש ש $\sum f_{ij}=1$ כלומר סכום איברי המסכה f יהיה 1.

$$\frac{1}{12}\left(6c + 2b + 2(4a-b-2c) + 4a - 2c\right) = 1 \quad \Leftarrow$$

$$\frac{1}{12}\left(\cancel{6c} + \cancel{2b} + 8a - \cancel{2b} - \cancel{4c} + 4a - \cancel{2c}\right) = 1$$

$$a = 1$$

(*) $|DTFT\{I_0\}|^2 = const.$

ג) $e = I_r - I_0$

$$e = I_r - I_0 = I_0 * f - I_0 = I_0 * \underbrace{(f - \delta(m,n))}_{f_{new}}$$

$$E = DTFT\{e\} = I_0 \cdot F_{new}$$

$$\underbrace{\|e\|^2}_{} = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}|e[m,n]|^2 \underset{\text{פרסבל}}{=} \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|E(\theta_1,\theta_2)|^2 d\theta_1 d\theta_2 = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|I_0 \cdot F_{new}|^2 d\theta_1 d\theta_2$$

$$\overset{(*)}{=} \frac{Const.}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|F_{new}(\theta_1\theta_2)|^2 d\theta_1 d\theta_2 \underset{\text{פרסבל}}{=} Const. \underbrace{\sum_{n=1}^{5}\sum_{m=1}^{5}|f_{new}(m,n)|^2}_{}$$

Scanned by CamScanner

③ עבור $a=1$ נקבל -

$$f = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & c & c & 0 \\ b & 4-b-2c & 4-2c & 4-b-2c & b \\ 0 & c & c & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

לפי התשובה בסעיף ג נקבל את הבעיה הבאה

$$\underset{\|e\|^2}{\operatorname{argmin}} \left\{ 6c^2 + 2b^2 + 2(4-b-2c)^2 + (4-2c)^2 \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial b}: \quad 4b + 4(4-b-2c)(-1) = 0$$

$$-4b + 16 - 4b - 8c = 0$$

$$8b + 8c - 16 = 0$$

$$b + c - 2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial c}: \quad 12c + 4(4-b-2c)(-2) + 2(4-2c)(-2) = 0$$

$$12c - 32 + 8b + 16c - 16 + 8c = 0$$

$$8b + 36c - 48 = 0$$

$$4b + 18c - 24 = 0$$

$$2b + 9c - 12 = 0 \quad \Longrightarrow \quad b = \frac{6}{7}, \quad c = \frac{8}{7}$$