שאלה 3) א. כפי שראינו בתרגול כדי גלות שגיאה אחת נדרש כי G(x) יכיל יותר מרכיב אחד.

$$(1)\ \ 0x0\ (g=5) \rightarrow x^5$$

$$(2)\ \ 0x3B\ (g=6) \xrightarrow{binary} 0011\ 1011 \rightarrow x^6+x^5+x^4+x^3+x+1$$

$$(3)\ \ 0x13\ (g=5) \xrightarrow{binary} 0001\ 0011 \rightarrow x^5+x^4+x+1$$

ניתן לראות כי (1) לא עונה לדרישה הזאת אז היא לא מתאימה. מכאן שניתן לבחור להשתמש ב (2) או (3) אבל כדי לחסוך בכמות המידע שנרצה לשלוח נעדיף להשתמש בפולינום היוצר בעל הדרגה הקטנה יותר המקרה שלנו זו (3)

ב. מהתרגול ראינו שכדי לגלות מספר אי זוגי של שגיאות נדרוש כי G(x) יתחלק ב$X+1$ ללא שארית.

עבור (2)
$$\frac{x^6+x^5+x^4+x^3+x+1}{x+1}=x^5+x^3+1+\frac{0}{x+1}=x^5+x^3+1$$

עבור (3)
$$\frac{x^5+x^4+x+1}{x+1}=x^4+1+\frac{0}{x+1}=x^4+1$$

מכאן שגם 2 וגם 3 מתאימים. 1 לא מתאים כי ראינו שלא ניתן למצוא איתו שגיאות. שוב מאותו שיקול של צמצום בגודל המילה שנשלח נבחר את הפולינום היוצר בעל הסדר הקטן יותר. פולינום מספר 3

ג. מתבקשים לשלוח M='cs' בהקסה זה M='0x63,0x73'

$$T(x)=x^gM(x)-\left[\left(x^gM(x)\right)\%G(x)\right]$$

$$G(x)\xrightarrow{binary}0111|1011\xrightarrow{decimal}123$$

$$M(x)\xrightarrow{binary}0110|0011|0111|0011\xrightarrow{decimal}25459$$

$$x^6M(x)=01|1000|1101|1100|1100|0000\xrightarrow{hexa}0x18DCC0\xrightarrow{deciaml}1629376$$

$$\left(x^6M(x)\right)\%G(x)=0111|0110$$

$$T(x)=\ 01|1000|1101|1101|0011|0110\xrightarrow{hex}0x18DD36$$

ד.

$$E(x)=x^{k+7}+x^7=x^k(x^7+1)$$

$$G(x)=x^6+x^5+x^4+x^3+x+1$$

בפולינום היוצר קיים x^0 ויותר מרכיב אחד, לכן אנחנו עומדים בדרישות הבסיסיות של מציאת שגיאה במקום הx^k.
מה שנשאר לנו זה לוודא שהפולינום היוצר שלנו לא מחלק את x^7+1.

$$\frac{x^7+1}{x^6+x^5+x^4+x^3+x+1} = x-1+\frac{x^3-x^2+2}{x^6+x^5+x^4+x^3+x+1}$$

רואים כי אינו מתחלק ולכן נוכל למצוא שגיאות מהצורה $E(x) = x^{k+7} + x^k$

ה.

$$T'(x) = 0x1B0B \xrightarrow{binary} 0001|1011|0000|1011 \xrightarrow{decimal} 6923$$

$$T'(x)\%G(x) \overset{?}{\leftrightarrow} 0$$

$$T'(x)\%G(x) \xrightarrow{decimal} 4 \neq 0$$

אין לנו דרך לדעת בוודאות כמה שגיאות התרחשו בהודעה

שאלה 4) א. הסיכוי לשידור בהצלחה של כל הביטים מתפלגת בהתפלגות ברנולי כאשר הצלחה $P(1) = 1 - \frac{5}{10^6}$ ושגיאה $P(0) = 5 * 10^{-6}$ עבוד מסגרת באורך 12,500 בתים המכיל $12500 * 8 = 100000$ ביטים נדרש הצלחה של כל הביטים מכאן הסיכוי הוא

$$P(1) = (1 - 5 * 10^{-6})^{100000} = 0.999995^{100000} = 0.606$$

כ60.6% סיכוי להצלחה.

עבור שגיאה בודדת $100000 * P(1)^{99999} P(0)$ ניתן לבחור כל ביט מכאן המכפלה ב100000 כאשר נדרש הצלחה עבור 99999 ושגיאה במקרה בודד

$$100000 * (1 - 5 * 10^{-6})^{99999} * (5 * 10^{-6}) = 0.303$$

כ30.3% שזה המקרה שיתרחש

ב. נגדיר את הסיכוי לשגיאה בשידור כאחד פחות הסיכוי להצלחה. אורך הממצוע של מסגרת הוא סיכוי להצלחה של מסגרת כפול אורך המסגרת ועוד סיכוי לשגיאה במסגרת כפול אורך המסגרת ועוד אורך המסגרת שוב.

$$P(1) * Len + P(0) * (Len + Len) = \big(P(1) + 2P(0)\big) Len$$

a. 10 ביטים לזיהוי שגיאות, 100 ביטים לתיקון שגיאות.

סיכוי להצלחה – 0.606, סיכוי לשגיאה – 0.394

למציאת הנצילות: עבור מקרה של זיהוי שגיאות יש לנו בכל מסגרת 99990 ביטים של מידע

$$\frac{99990}{(0.606 + 2 * 0.394) * 100000} = \frac{99990}{139400} = 0.717$$

עבור 100 ביטים לתיקון שגיאות יש לנו 99900 ביטים של מידע כאשר אורך הממוצע הוא 100000 אשר נשלח פעם אחת

$$\frac{99900}{100000} = 0.9999$$

רואים כי הנצילות במקרה הזה גבוהה יותר בשימוש הקוד לתיקון שגיאות

b. עובר קוד לזיהוי שגיאות הדורש 500 ביט יש 99500 ביטים של מידע כאשר

$$\frac{99500}{(0.606 + 2 * 0.394) * 100000} = \frac{99500}{139400} = 0.713$$

עבור קוד לתיקון שגיאות הדורש 29000 ביטים יש לנו 71000 ביטים של מידע

$$\frac{71000}{100000} = 0.71$$

במקרה הזה נעדיף להשתמש בקוד לזיהוי שגיאות