

Homework no. 1

Submission by

- Alexander Shender 328626114
- Netanel Rotschild 204937841



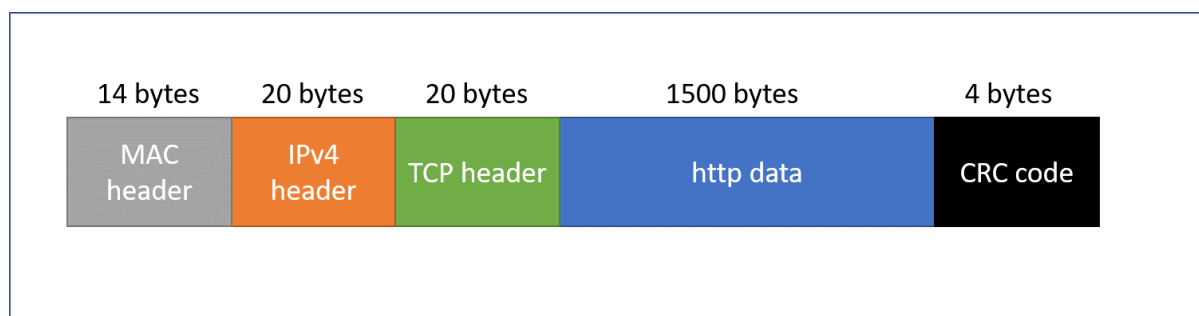
Question #1

(a)

The following chart shows the structure of the complete frame, where for each layer the according protocol is mentioned and the bytes number

Layer	Protocol	Header size
5	http	-
4	TCP	20
3	IPv4	20
2	MAC + CRC	14 + 4
1	PHY	-

The following diagram shows it explicitly:



Thus, total size of the frame that the PHY layer receives is 1558 bytes.

(b)

For each of the paths, the following factors define the total amount of time required for the complete transaction:

1. The transmission time
2. The propagation time
3. The parsing - reparsing time

We calculate each one separately.

1. The transmission time : T_1

As calculated, the frame has a total length of 1558 bytes = 12464 bits

Transmission time is calculated:

$$\text{time} = \text{data size} / \text{transmission speed}$$

- Cellphone <-> WiFi access point : $t = 12464 / (20 * 10^6) = 0.6232[ms]$
- WiFi access point <-> R1 : $t = 12464 / (50 * 10^6) = 0.24928[ms]$
- R1 <-> R2 : $t = 12464 / (10 * 10^6) = 1.2464[ms]$
- R2 <-> R4 : $t = 12464 / (9 * 10^6) = 1.3849[ms]$
- R1 <-> R3 : $t = 12464 / (2 * 10^6) = 6.232[ms]$
- R3 <-> R4 : $t = 12464 / (2 * 10^6) = 6.232[ms]$
- R4 <-> Youtube server : $t = 12464 / (100 * 10^6) = 0.12464[ms]$

So, we can calculate the total transmission time for each path.

$$T_1(\text{path1}) = 0.6232 + 0.24928 + 1.2464 + 1.3849 + 0.12464 = 3.62842[ms] = 3.62842 * 10^{-3}[s]$$

$$T_1(\text{path2}) = 0.6232 + 0.24928 + 6.232 + 6.232 + 0.12464 = 13.46112[ms] = 13.46112 * 10^{-3}[s]$$

2. The propagation time : T_2

Those times are negligible:

- Cellphone <-> WiFi access point
- WiFi access point <-> R1
- R4 <-> Youtube server

For others:

$$\text{Speed of transmission} = (2/3) * (3 * 10^8) = 2 * 10^8[m/s]$$

- R1 <-> R2 : $t = 3000 / (2 * 10^8) = 15[us] = 15 * 10^{-6}[s]$
- R2 <-> R4 : $t = 10000 / (2 * 10^8) = 50[us] = 50 * 10^{-6}[s]$

- $R1 \leftrightarrow R3 : t = 6000 / (2 * 10^8) = 30[us] = 30 * 10^{-6}[s]$
- $R3 \leftrightarrow R4 : t = 5000 / (2 * 10^8) = 25[us] = 25 * 10^{-6}[s]$

Thus,

$$T_2(path1) = (15 + 50) * 10^{-6} = 65 * 10^{-6}[s]$$

$$T_2(path2) = (30 + 25) * 10^{-6} = 55 * 10^{-6}[s]$$

3. The parsing - reparsing time : T_3

For each on the paths, this time is equal.

Assumptions:

- The Wi-Fi Access Point, R1, R2, R3, R3 only deal with the first 3 layers and do not parse the Layer 4 (Transport layer) and Layer 5 (application)
- The Youtube server does re-parsing of layer 4 & 5 (additionally to 1,2,3)
- The cellphone does parsing of layer 4 and 5 (additionally to 1,2,3)
- Each router does parsing and re-parsing of layer 2 and 3

So we get the total contribution of parsing - reparsing:

$$T_3 = T_{youtube} + T_R * 2 + T_{access\ point} + T_{cellphone}$$

$$T_3 = (2 * 3) + (2 * 1 + 2 * 2) * 2 + (2 * 1 + 2 * 2) + (1 * 3)[us] = 6 + 12 + 6 + 3 = 27[us] = 27 * 10^{-6}[s]$$

TOTAL

Thus, in total we obtain the following times:

$$Time(path_1) = T_1(path1) + T_2(path1) + T_3 = 3.62842 * 10^{-3} + 65 * 10^{-6} + 27 * 10^{-6}[s] = 3.72042 * 10^{-3}[s]$$

$$Time(path_2) = T_1(path2) + T_2(path2) + T_3 = 13.46112 * 10^{-3} + 55 * 10^{-6} + 27 * 10^{-6}[s] = 13.54312 * 10^{-3}[s]$$

So, path 1 is faster (through R_2). We can observe that the most decisive factor was the transmission speed. (its time is of an order higher than those of the propagation and parsing)

(c)




Now additional parsing and re-parsing of layer 4 header is added at the Wi-Fi access point. Thus, the total time for each path is increased by $(1 + 2)[us] = 3[us]$

$$Time(path\ 1\ new) = 3.72042 * 10^{-3} + 3 * 10^{-6}[s] = 3.72072 * 10^{-3}[s]$$

$$Time(path\ 2\ new) = 13.54312 * 10^{-3} + 3 * 10^{-6}[s] = 13.54342 * 10^{-3}[s]$$

Question #2

(a)

Message length is 1 byte = 4 bits 

To ensure we can fix 1 error, the Hamming distance has to be equal at least 3.

Using the equation from the lecture:

$$(m+r+1) 2^m \leq 2^{m+r}$$

where:

- $m = 4$

we obtain that equation hold if:

- $r = 3$

Thus, we have to add 3 Control bits to each frame, making the total message length equal 7.

The message will look in the following way, where C - control bits, D - data bits

1	2	3	4	5	6	7
C1	C2	D1	C3	D2	D3	D4

(b)

First, decoding HEX data to binary representation:

each HEX digit has 4 bits of data (range of 0x0 - 0xF, where 0xF = 1111)

0xA09 = 1010 0000 1001

digits at places 1, 2, 4, 8 are control digits. We have to check the parity of all the bits those bits are responsible for and verify.

Again, with the help of the lecture:

digit number	protects the follow				
1	1	3	5	7	9
2	2	3	6	7	10
4	4	5	6	7	12
8	8	9	10	11	12

Parity for each of those digits:

- 1 : even (3, 9) -> parity = 0 : INCORRECT
- 2 : uneven (3) -> parity = 1 : INCORRECT
- 4 : uneven (12) -> parity = 1 : INCORRECT
- 8 : even (9, 12) -> parity = 0 : CORRECT

As we can see, the parity is incorrect for Control bits 1, 2, 4. Thus, if we only have 1 error max. , the incorrect bit is 7.

And the correct message is:

1010 0010 1001 = 0xA29

The original message that will be passed further then consists without the control bits and is:

1001 1001 = 0x99

(c)

Now we require a full table of the control bits:

digit number	protects the following digits							
1	1	3	5	7	9	11	13	15
2	2	3	6	7	10	11	14	15
4	4	5	6	7	12	13	14	15
8	8	9	10	11	12	13	14	15

a. 1111 1110 0110 000

Parity for each of control digits:

- 1 : even (3, 5, 7, 11) -> parity = 0 : INCORRECT
- 2 : uneven (3, 6, 7, 10, 11) -> parity = 1 : CORRECT
- 4 : uneven (5, 6, 7) -> parity = 1 : CORRECT

- 8 : even (10,11) -> parity = 0 : CORRECT

The only incorrect control bit is '1', thus bit 1 is flipped.

Correct word:

0111 1110 0110 000

b. 1111 1111 1111 111

All the control bits are responsible on 7 Data bits. All those bits are 1, making an uneven number of bits. Thus, the control bits should be Parity = 1 to make for legit word. This is what we see. So the word has no errors!

c. 1001 1010 1001 111

Parity for each of control digits:

- 1 : uneven (5, 7, 9, 13, 15) -> parity = 1 : CORRECT
- 2 : uneven (7, 14, 15) -> parity = 1 : INCORRECT
- 4 : even (5, 7, 12, 13, 14, 15) -> parity = 0 : INCORRECT
- 8 : uneven (9, 12, 13, 14, 15) -> parity = 1 : INCORRECT

Bits 2, 4, 8 are incorrect. Thus, the incorrect bit in the message is $2 + 4 + 8 = 14$.

Correct word:

1001 1010 1001 101

שאלה 3) א. כפי שראינו בתרגול כדי גלות שגיאה אחת נדרש כי $G(x)$ יכיל יותר מרכיב אחד.

$$(1) 0x0 (g = 5) \rightarrow x^5$$

$$(2) 0x3B (g = 6) \xrightarrow{\text{binary}} 0011\ 1011 \rightarrow x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$$

$$(3) 0x13 (g = 5) \xrightarrow{\text{binary}} 0001\ 0011 \rightarrow x^5 + x^4 + x + 1$$

ניתן לראות כי (1) לא עונה לדרישה הזאת אז היא לא מתאימה. מכאן שניתן לבחור להשתמש ב (2) או (3) אבל כדי לחסוך בכמות המידע שנרצה לשלוח נעדיף להשתמש בפולינום היוצר בעל הדרגה הקטנה יותר המקרה שלנו (3) זו

ב. מהתרגול ראינו שכדי לגלות מספר אי זוגי של שגיאות נדרוש כי $G(x)$ יתחלק ב $x + 1$ ללא שארית.

$$\frac{x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x + 1}{x + 1} = x^5 + x^3 + 1 + \frac{0}{x + 1} = x^5 + x^3 + 1$$

עבור (2)

$$\frac{x^5 + x^4 + x + 1}{x + 1} = x^4 + 1 + \frac{0}{x + 1} = x^4 + 1$$

עבור (3)

מכאן שגם 2 וגם 3 מתאימים. 1 לא מתאים כי ראינו שלא ניתן למצוא איתו שגיאות. שוב מאותו שיקול של צמצום בגודל המילה שנשלח נבחר את הפולינום היוצר בעל הסדר הקטן יותר. פולינום מספר 3

ג. מתבקשים לשלוח $M = 'cs'$ בהקסה זה $M = '0x63, 0x73'$

$$T(x) = x^g M(x) - [(x^g M(x)) \% G(x)]$$

$$G(x) \xrightarrow{\text{binary}} 0111|1011 \xrightarrow{\text{decimal}} 123$$

$$M(x) \xrightarrow{\text{binary}} 0110|0011|0111|0011 \xrightarrow{\text{decimal}} 25459$$

$$x^6 M(x) = 01|1000|1101|1100|1100|0000 \xrightarrow{\text{hexa}} 0x18DCC0 \xrightarrow{\text{decimal}} 1629376$$

$$(x^6 M(x)) \% G(x) = 0111|0110$$



$$T(x) = 01|1000|1101|1101|0011|0110 \xrightarrow{\text{hex}} 0x18DD36$$

ד.

$$E(x) = x^{k+7} + x^7 = x^k(x^7 + 1)$$

$$G(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$$

בפולינום היוצר קיים x^0 ויותר מרכיב אחד, לכן אנחנו עומדים בדרישות הבסיסיות של מציאת שגיאה במקום ה x^k . מה שנשאר לנו זה לוודא שהפולינום היוצר שלנו לא מחלק את $x^7 + 1$.

$$\frac{x^7+1}{x^6+x^5+x^4+x^3+x+1}=x-1+\frac{x^3-x^2+2}{x^6+x^5+x^4+x^3+x+1}$$

רואים כי אינו מתחלק ולכן נוכל למצוא שגיאות מהצורה $E(x) = x^{k+7} + x^k$.
ה.

$$T'(x) = 0x1B0B \xrightarrow{binary} 0001|1011|0000|1011 \xrightarrow{decimal} 6923$$

$$T'(x)\%G(x) \overset{?}{\leftrightarrow} 0$$

$$T'(x)\%G(x) \xrightarrow{decimal} 4 \neq 0$$



אין לנו דרך לדעת בוודאות כמה שגיאות התרחשו בהודעה

שאלה 4) א. הסיכוי לשידור בהצלחה של כל הביטים מתפלגת בהתפלגות ברנולי כאשר הצלחה

$P(1) = 1 - \frac{5}{10^6}$ ושגיאה $P(0) = 5 * 10^{-6}$ עבור מסגרת באורך 12,500 בתים המכיל $100000 * 8 = 12500$ ביטים נדרש הצלחה של כל הביטים מכאן הסיכוי הוא

$$P(1) = (1 - 5 * 10^{-6})^{100000} = 0.999995^{100000} = 0.606$$

כ-60.6% סיכוי להצלחה.

עבור שגיאה בודדת $P(0) * P(1)^{99999}$ ניתן לבחור כל ביט מכאן המכפלה ב-100000 כאשר נדרש הצלחה עבור 99999 ושגיאה במקרה בודד

$$100000 * (1 - 5 * 10^{-6})^{99999} * (5 * 10^{-6}) = 0.303$$

כ-30.3% שזה המקרה שיתרחש

ב. נגדיר את הסיכוי לשגיאה בשידור כאחד פחות הסיכוי להצלחה. אורך הממוצע של מסגרת הוא סיכוי להצלחה של מסגרת כפול אורך המסגרת ועוד סיכוי לשגיאה במסגרת כפול אורך המסגרת ועוד אורך המסגרת שוב.

$$P(1) * Len + P(0) * (Len + Len) = (P(1) + 2P(0))Len$$

a. 10 ביטים לזיהוי שגיאות, 100 ביטים לתיקון שגיאות.

סיכוי להצלחה – 0.606, סיכוי לשגיאה – 0.394

למציאת הנצילות: עבור מקרה של זיהוי שגיאות יש לנו בכל מסגרת 99990 ביטים של מידע

$$\frac{99990}{(0.606 + 2 * 0.394) * 100000} = \frac{99990}{139400} = 0.717$$

עבור 100 ביטים לתיקון שגיאות יש לנו 99900 ביטים של מידע כאשר אורך הממוצע הוא 100000 אשר נשלח פעם אחת

$$\frac{99900}{100000} = 0.999$$

רואים כי הנצילות במקרה הזה גבוהה יותר בשימוש הקוד לתיקון שגיאות

b. עבור קוד לזיהוי שגיאות הדורש 500 ביט יש 99500 ביטים של מידע כאשר

$$\frac{99500}{(0.606 + 2 * 0.394) * 100000} = \frac{99500}{139400} = 0.713$$

עבור קוד לתיקון שגיאות הדורש 29000 ביטים יש לנו 71000 ביטים של מידע

$$\frac{71000}{100000} = 0.71$$

במקרה הזה נעדיף להשתמש בקוד לזיהוי שגיאות