UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Meccanica
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Sicurezza Strutturale

Analisi delle sollecitazioni in un edificio

Studente
Matteo Franzoi
matr. 166788 (triennale)

Docenti
Prof. Daniele Zonta
Ing. Stefano Gasparetti
Ing. Emiliano Debiasi

Anno Accademico 2019 - 2020

Indice

1 Introduzione **1**
1.1 Descrizione dell'edificio . . . 1
1.2 Caratteristiche geometriche . . . 2

2 Trave **9**
2.1 Analisi dei Carichi . . . 9
2.1.1 Carichi permanenti strutturali . . . 9
2.1.2 Carichi permanenti non strutturali . . . 10
2.1.3 Carichi variabili . . . 11
2.2 Soluzione statica della trave . . . 18
2.2.1 Lunghezze di influenza . . . 25
2.2.2 Carichi agenti sulla trave . . . 26
2.2.3 Coefficienti . . . 26
2.3 Combinazione agli SLU . . . 28
2.3.1 Calcolo delle azioni massime e minime . . . 28
2.3.2 Combinazioni di carico . . . 30
2.4 Combinazione agli SLE rara . . . 36
2.4.1 Calcolo delle azioni massime e minime . . . 37
2.5 Combinazione agli SLE frequente . . . 40
2.5.1 Calcolo delle azioni massime e minime . . . 40
2.6 Combinazione agli SLE quasi permanente . . . 43
2.6.1 Calcolo dell'azione . . . 43

3 Pilastri **46**
3.1 Pilastro $P27$ . . . 46
3.1.1 Copertura . . . 46
3.1.2 Piano Secondo . . . 48
3.1.3 Piano Primo . . . 48
3.1.4 Piano Terra . . . 49
3.1.5 Combinazione agli SLU . . . 50
3.1.6 Combinazione agli SLE rara . . . 52
3.1.7 Combinazione agli SLE frequente . . . 52
3.1.8 Combinazione agli SLE quasi permanente . . . 52
3.2 Pilastro $P36$ . . . 56
3.2.1 Copertura . . . 56
3.2.2 Piano Secondo . . . 57
3.2.3 Piano Primo . . . 57
3.2.4 Piano Terra . . . 59
3.2.5 Combinazione agli SLU . . . 60
3.2.6 Combinazione agli SLE rara . . . 60
3.2.7 Combinazione agli SLE frequente . . . 63
3.2.8 Combinazione agli SLE quasi permanente . . . 64

4 Conclusioni **65**

Elenco delle figure

1.1 Elementi strutturali in esame per il *gruppo 2* 8

2.1 Sezione della trave in cemento armato 10
2.2 Stratigrafia tamponamento perimetrale 12
2.3 Coefficienti di forma per il carico neve per coperture adiacenti a costruzioni più alte (*circolare n. 7 - 2019*) 13
2.4 Descrizione grafica dell'andamento lineare dei coefficienti di forma 15
2.5 Schema di riferimento per il calcolo del coefficiente di pressione su coperture piane (*Fig. C3.3.5*) 17
2.6 Rappresentazione statica della trave continua 18
2.7 Nomenclatura degli elementi strutturali 18
2.8 Rappresentazione della trave equivalente 19
2.9 Combinazione 1: carico unitario sulla prima campata 21
2.10 Andamento del momento flettente nella combinazione di carico distribuito unitario sulla campata 1 24
2.11 Lunghezza di influenza tratto $P13 \div P16$ 25
2.12 Lunghezza di influenza tratto $P16 \div P17$ 26
2.13 Lunghezza di influenza tratto $P17$ - vano scala 26
2.14 Combinazioni di carico (continua nella pagina successiva) 31
2.14 Combinazioni di carico (continua dalla pagina precedente) 32
2.15 Combinazione 1 che massimizza il momento flettente in campata $C1$ 33
2.16 Confronto delle combinazioni 34
2.17 Diagramma dell'inviluppo dei momenti flettenti – Combinazione SLU 35
2.18 Diagramma dell'inviluppo dei tagli – Combinazione SLU 36
2.19 Diagramma dell'inviluppo dei momenti flettenti per la combinazione SLE rara . . 38
2.20 Diagramma dell'inviluppo dei tagli - Combinazone SLE rara 39
2.21 Inviluppo delle sollecitazioni per la combinazione SLE frequente 41
2.22 Diagrammi degli inviluppi per la combinazione SLE quasi permanente 44

3.1 Area di influenza del pilastro $P27$ in copertura e secondo piano 47
3.2 Area di influenza del pilastro $P27$ al piano primo 49
3.3 Area di influenza del pilastro $P27$ al piano terra 50
3.4 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLU 51
3.5 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLE rara 53
3.6 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLE frequente 54

3.7 Andamento dell'azione interna di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLE quasi permanente 55
3.8 Area di influenza del pilastro $P36$ in copertura e al piano secondo 56
3.9 Area di influenza del pilastro $P36$ al piano primo 58
3.10 Area di influenza del pilastro $P36$ al piano terra 59
3.11 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLU 61
3.12 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLE rara 62
3.13 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLE frequente 63
3.14 Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLE quasi permanente 64

Elenco delle tabelle

2.1 Riepilogo dei carichi agenti 18
2.2 Combinazioni di carico 24
2.3 Riepilogo dei carichi agenti sulla trave 27
2.4 Coefficienti dei carichi che agiscono sulla trave 27
2.5 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti 35
2.6 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli 36
2.7 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti 39
2.8 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli 39
2.9 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti 42
2.10 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli 42
2.11 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti 43
2.12 Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli 44

3.1 Coefficienti dei carichi che agiscono sui pilastri 51

Capitolo 1

Introduzione

Il seguente testo si propone come relazione relativa all'esercitazione di *Sicurezza Strutturale* del Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile. Nelle seguenti righe si riportano stralci del testo della suddetta esercitazione, con lo scopo di descrivere l'edificio oggetto d'esame.

1.1 Descrizione dell'edificio

L'edificio in esame ha una struttura multipiano, portante, in cemento armato. Il fabbricato è composto da un interrato (garage), un piano terra adibito a negozi, un *piano primo* in cui sono presenti *uffici aperti al pubblico*, mentre il piano superiore è destinato ad uso civile residenziale. Il solaio di copertura è piano, non praticabile, accessibile perciò solo dal personale addetto alla manutenzione.

Il complesso si trova in provincia di Trento ad altitudine pari alle ultime tre cifre del numero di matricola dello studente; considerando che al momento della redazione del seguente testo lo studente non è provvisto di un numero di matricola relativo al corso di laurea magistrale, i calcoli verranno eseguiti secondo la matricola del corso di laurea triennale. Ne consegue che, l'altitudine di riferimento relativa al livello medio dei mari è di

$$788\,m$$

Per l'analisi dei carichi gravanti, vengono riportate le stratigrafie dei principali solai e i pesi specifici dei vari materiali impiegati:

- il solaio tra piano interrato e piano terra e il solaio di copertura sono realizzati con laste tralicciate di tipo Predalle di spessore $(4 + 16 + 5)$ cm. Il peso strutturale del solaio è di $3.60\,\mathrm{kN/_{m^2}}$;
- i *solai tra piani intermedi* sono realizzati con travetti tralicciati in *laterocemento* con spessore $(20 + 5)$ cm. Il peso del solaio ultimato è di

$$g_{1k_{solaio}} = 3.20\,\frac{kN}{m^2}$$

- i *solai interni* sono finiti all'*estradosso* con un sottofondo di *cls alleggerito* di spessore pari a 8 cm e peso specifico $16\,kN/_{m^3}$, un *massetto di allettamento* di 6 cm e peso specifico $24\,kN/_{m^3}$ e infine un *pavimento in ceramica* del peso di $0.50\,kN/_{m^2}$. All'*intradosso* è presente 1 cm di intonaco di peso specifico $20\,kN/_{m^3}$;

- il solaio di copertura è finito all'estradosso con uno strato isolante di spessore $20\,cm$ (peso specifico $0.30\,kN/_{m^3}$), un massetto in calcestruzzo alleggerito di spessore medio pari a $6\,cm$ (peso specifico $18\,kN/_{m^3}$), uno strato di impermeabilizzante di peso trascurabile e uno strato di ghiaino di $10\,cm$ (peso specifico $15\,kN/_{m^3}$). All'intradosso è finito con un centimetro di intonaco;

- i *solai delle terrazze* presenti al piano primo sono finiti all'*estradosso* con uno strato *isolante* di 15 cm e peso specifico $0.50\,kN/_{m^3}$, uno strato di impermeabilizzante di peso trascurabile, un *massetto* in calcestruzzo di spessore medio pari a 6 cm e peso specifico $24\,kN/_{m^3}$ e un *pavimento* di peso $0.50\,kN/_{m^2}$. Il solaio è finito all'*intradosso* con intonaco di spessore 1 cm;

- i *tamponamenti perimetrali* sono realizzati in muratura di laterizio di spessore 30 cm e peso specifico apparente pari a $10\,kN/_{m^3}$, *cappotto esterno* di spessore 12 cm (peso specifico $0.20\,kN/_{m^3}$) e all'interno 1 cm di *intonaco* (vedi caratteristiche sopra).

1.2 Caratteristiche geometriche

Di seguito sono descritte le caratteristiche geometriche relative agli elementi strutturali in studio. In particolare, sono presenti:

- pilastri a sezione quadrata di dimensioni 30×30 cm;

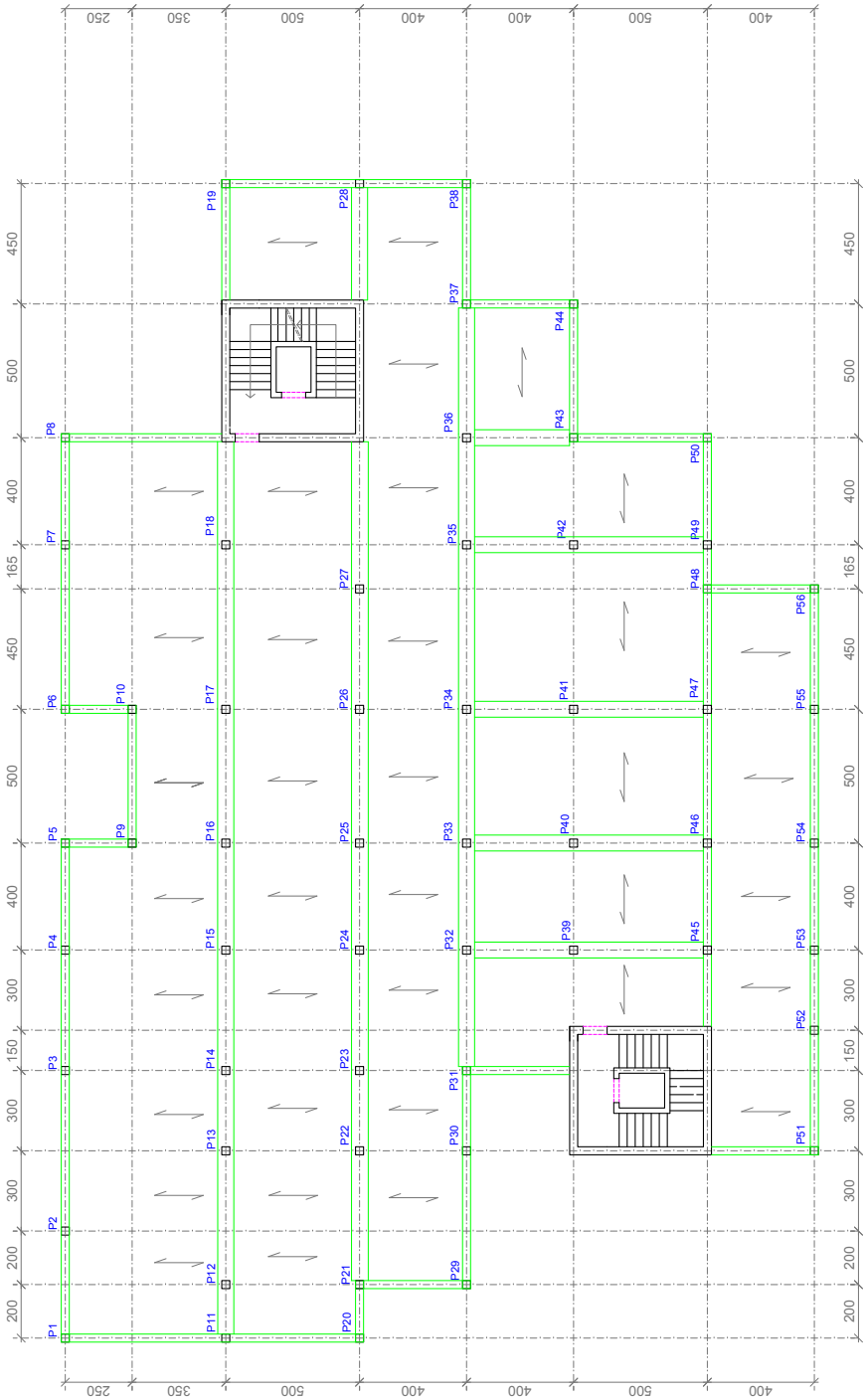
- travi in spessore di solaio con larghezza pari a 60 cm;

- travi perimetrali di larghezza 30 cm e altezza 50 cm;

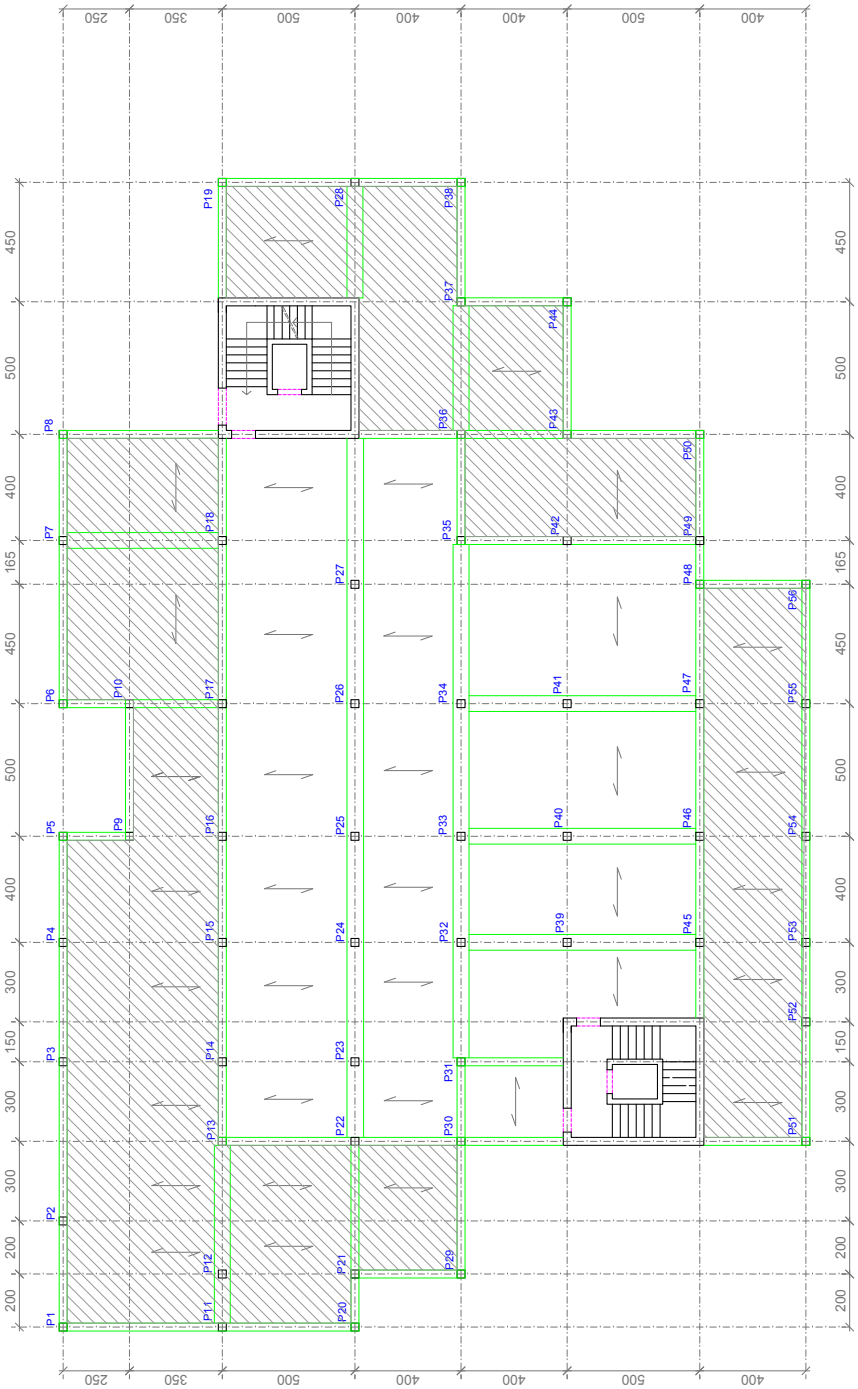
- setti di spessore 30 cm.

Con riferimento a quanto descritto sopra, si allegano gli elaborati grafici forniti nel testo dell'esercitazione, in modo tale da avere un quadro generale del problema.

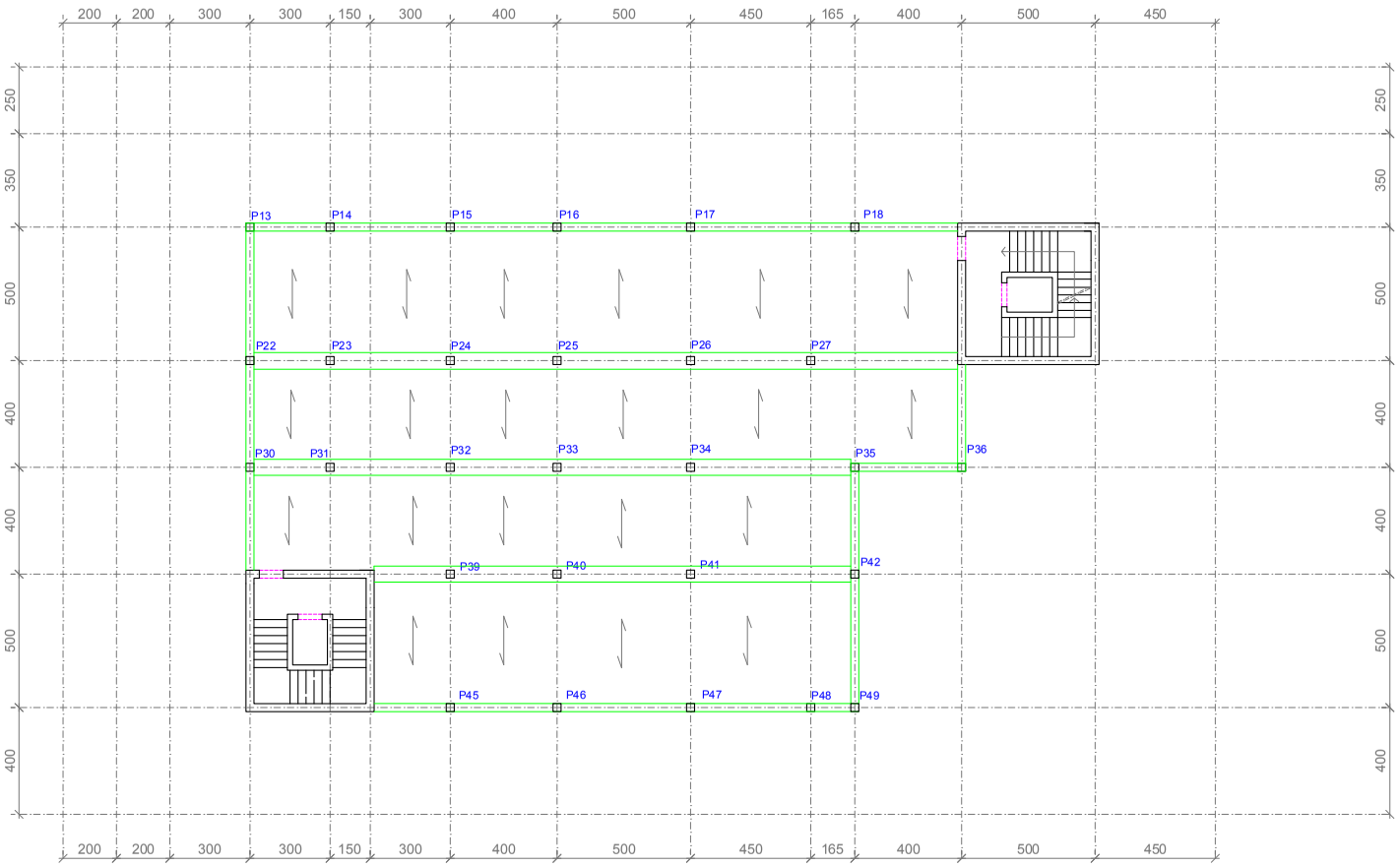
Piano Terra


P1
P2
P3
P4
P5
P6
P7
P8
P9
P10
P11
P12
P13
P14
P15
P16
P17
P18
P19
P20
P21
P22
P23
P24
P25
P26
P27
P28
P29
P30
P31
P32
P33
P34
P35
P36
P37
P38
P39
P40
P41
P42
P43
P44
P45
P46
P47
P48
P49
P50
P51
P52
P53
P54
P55
P56
250
350
500
400
400
500
400
450
500
400
165
450
500
400
300
150
300
300
200
200
450
500
400
165
450
500
400
300
150
300
300
200
200

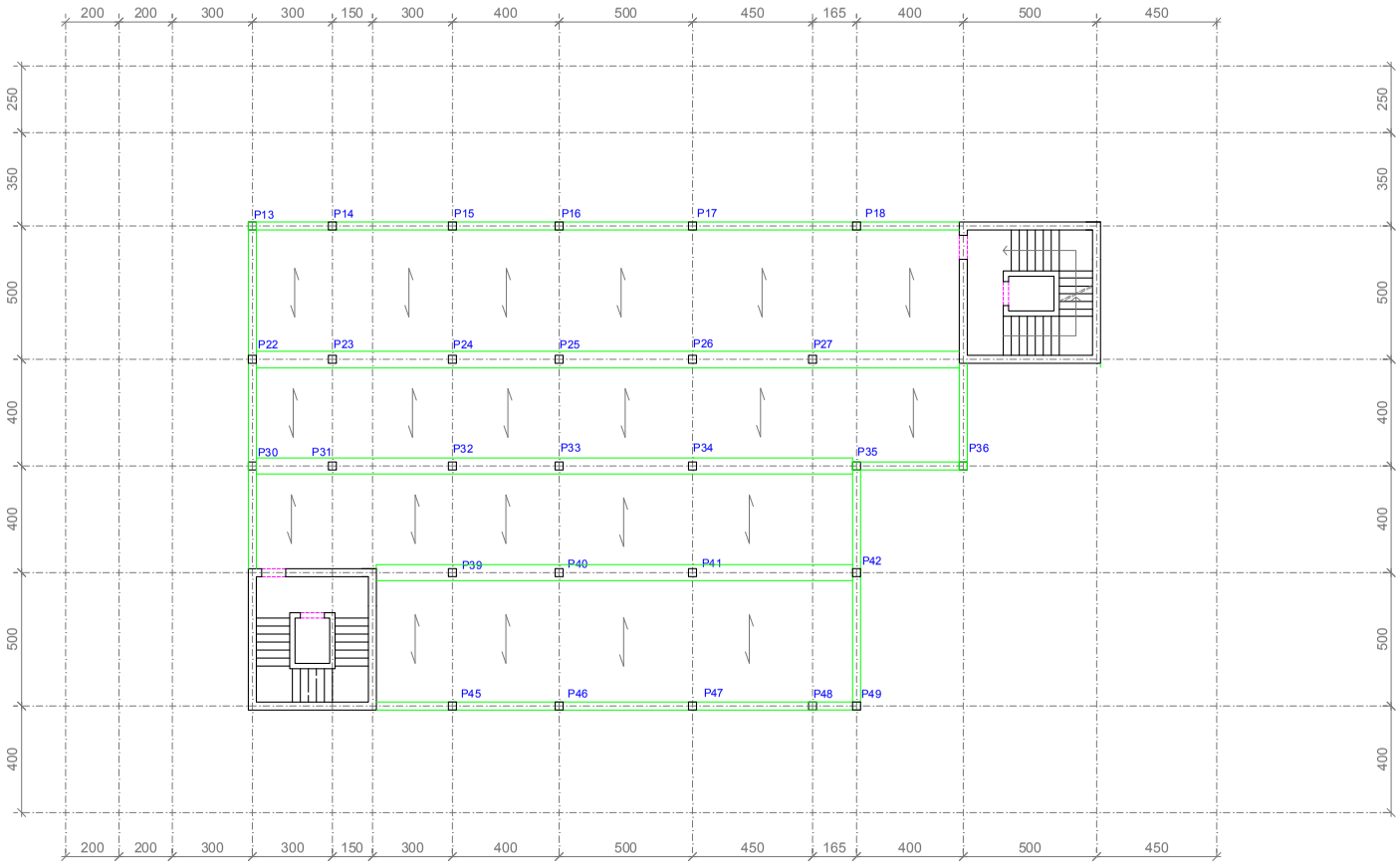
Piano Primo


P1
P2
P3
P4
P5
P6
P7
P8
P9
P10
P11
P12
P13
P14
P15
P16
P17
P18
P19
P20
P21
P22
P23
P24
P25
P26
P27
P28
P29
P30
P31
P32
P33
P34
P35
P36
P37
P38
P39
P40
P41
P42
P43
P44
P45
P46
P47
P48
P49
P50
P51
P52
P53
P54
P55
P56
250
350
500
400
400
500
400
450
500
400
165
450
500
400
300
150
300
300
200
200

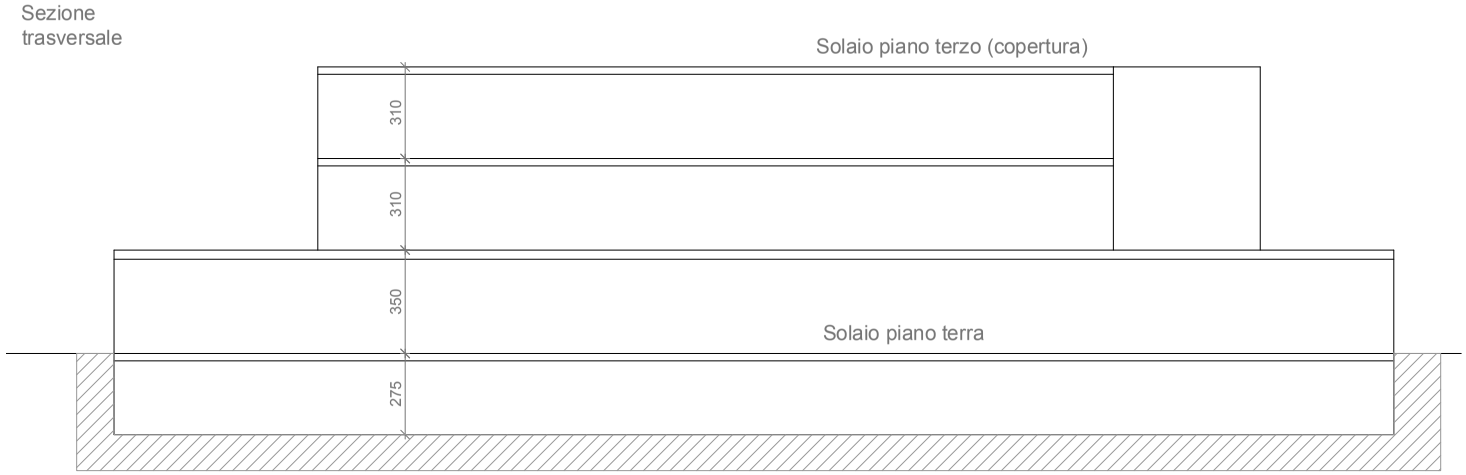
Piano Secondo



Copertura


200 200 300 300 150 300 400 500 450 165 400 500 450
250 350 500 400 400 500 400
P13 P14 P15 P16 P17 P18
P22 P23 P24 P25 P26 P27
P30 P31 P32 P33 P34 P35 P36
P39 P40 P41 P42
P45 P46 P47 P48 P49

Sezione


Sezione
trasversale
Solaio piano terzo (copertura)
310
310
350
Solaio piano terra
275

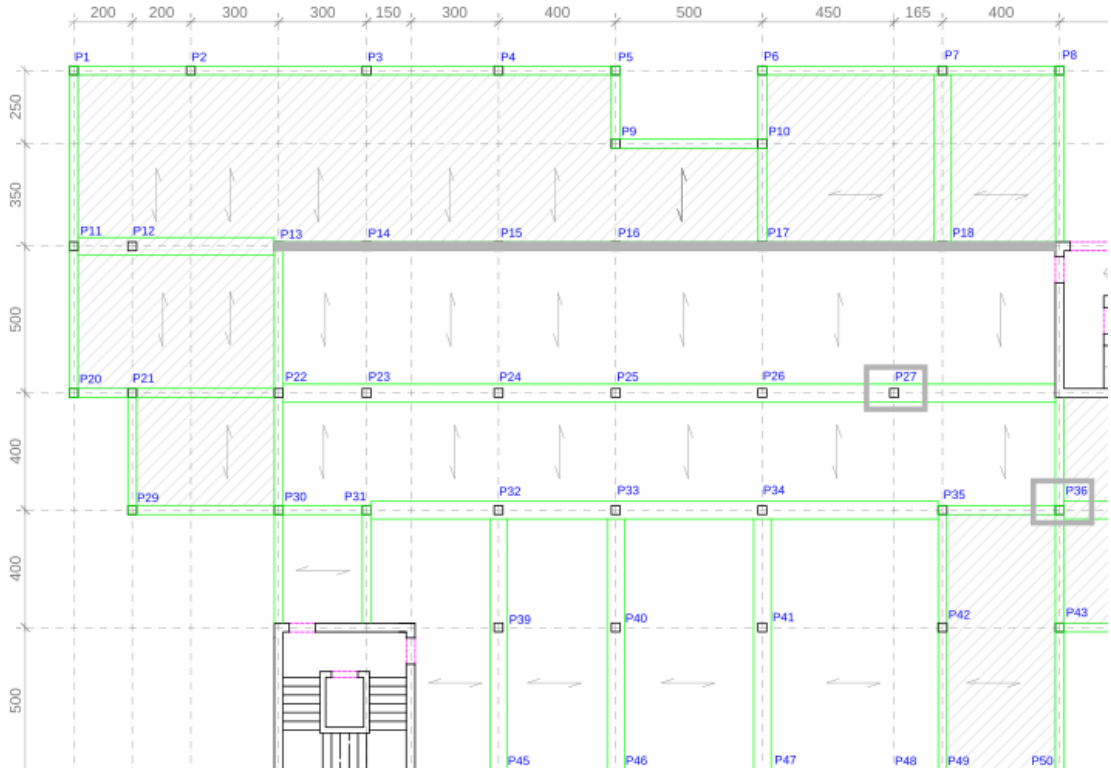


Figura 1.1: Elementi strutturali in esame per il *gruppo 2*

Secondo le indicazioni riportate nel testo, con riferimento all'iniziale del cognome dello studente, in questo documento si tratterà la trave al *piano primo* da $P13 \div P18$ al *vano scala*, e i pilastri $P27$ e $P36$ come segnati in figura 1.1.

Si richiede di determinare le sollecitazioni di progetto agli *Stati Liminte Ultimi* e agli *Stati Limite di Esercizio* di momento flettente e taglio sulla trave e di azione assiale sui pilastri indicati sopra.

Capitolo 2

Trave

In questo capitolo si analizzerà la trave che va dai pilastri $P13 \div P18$ fino al vano scala; in particolare verrà diviso come segue:

1. analisi dei carichi;
2. soluzione statica della trave;
3. combinazione di carico agli SLU;
4. combinazione di carico agli *SLE rara*;
5. combinazione di carico agli *SLE frequente*;
6. combinazione di carico agli *SLE quasi permanente*;

Nel testo verranno, inoltre, riportate le ipotesi progettuali impiegate durante la risoluzione del problema.

2.1 Analisi dei Carichi

La trave in esame, che si trova al secondo impalcato (piano primo), è una trave perimetrale; le dimensioni della sezione, perciò, sono $30 \times 50\,\text{cm}$ rispettivamente per la base e per l'altezza della trave.

Come si può notare dalla figura 1.1, essendo la trave perimetrale, divide due ambienti: l'ambiente interno adibito ad uffici aperti al pubblico e il terrazzo esterno. Sarà, quindi, necessario calcolare i carichi separatamente per la zona interna e per la zona esterna.

Nei seguenti paragrafi verranno elencati i carichi agenti sulla trave.

2.1.1 Carichi permanenti strutturali

Per quanto riguarda i carichi permanenti strutturali, questi si identificano nel *peso proprio della trave* e nel *peso proprio del solaio strutturale*; entrambi sono stati definiti nel capitolo 1, rispettivamente pari a

$$G_{1k,t} = \gamma_{cls} \cdot B \cdot H = 25\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.30\,\text{m} \cdot 0.50\,\text{m} = 3.75\,\frac{kN}{m}$$

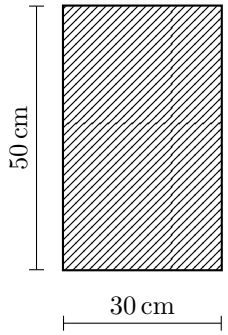


Figura 2.1: Sezione della trave in cemento armato

per la trave, dove B è la base e H è l'altezza della sezione. Mentre il peso del solaio strutturale è

$$g_{1k,solaio} = 3.20\,\frac{kN}{m^2}$$

2.1.2 Carichi permanenti non strutturali

Al contrario dei carichi strutturali, che in questo caso sono i medesimi e per il solaio interno e per il terrazzo, i carichi non strutturali si distinguono in funzione dell'ambiente.

Solaio interno

$$\begin{aligned}
g_{2k,sottofondo} &= \gamma_{cls,all} \cdot s_{sottofondo} = 16\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.08\,\mathrm{m} = 1.28\,\frac{kN}{m^2} \\
g_{2k,massetto} &= \gamma_{massetto} \cdot s_{massetto} = 24\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.06\,\mathrm{m} = 1.44\,\frac{kN}{m^2} \\
g_{2k,pavimento} &= 0.50\,\frac{kN}{m^2} \\
g_{2k,intonaco} &= \gamma_{intonaco} \cdot s_{intonaco} = 20\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.01\,\mathrm{m} = 0.20\,\frac{kN}{m^2}
\end{aligned}$$

Discorso diverso per quanto riguarda le divisorie interne. Il peso per unità di lunghezza della tramezza in laterizio è di

$$\begin{aligned}
G_{2,div} &= \gamma_{div} \cdot s_{div} \cdot h_{div} + 2 \cdot \gamma_{intonaco} \cdot s_{intonaco} \cdot h_{div} = \\
&= 8.00\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.08\,\mathrm{m} \cdot (3.10 - 0.25)\,\mathrm{m} + 20\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.01\,\mathrm{m} \cdot (3.10 - 0.25 - 0.01)\,\mathrm{m} = \\
&= 2.96\,\frac{kN}{m}
\end{aligned}$$

La normativa consente di convertire il carico per unità di lunghezza delle divisorie in un carico uniformemente distribuito su un'area. Per elementi divisori con $2 < G_2 \geq 3\,kN/_m$ si ha

$$g_{2k,div} = 1.20\,\frac{kN}{m^2}$$

In definitiva, per il solaio interno, i carichi permanenti non strutturali valgono

$$\begin{aligned} g_{2k,interno} &= g_{2k,sottofondo} + g_{2k,massetto} + g_{2k,pavimento} + g_{2k,intonaco} + g_{2k,div} = \\ &= (1.28 + 1.44 + 0.50 + 0.20 + 1.20)\,\frac{kN}{m^2} = \\ &= 4.62\,\frac{kN}{m^2} \end{aligned}$$

Solaio terrazza

Il solaio della terrazza si distingue da quello interno principalmente per la pavimentazione e per la presenza dell'solante termico.

$$\begin{aligned} g_{2k,isolante} &= \gamma_{isolante} \cdot s_{isolante} = 0.50\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.15\,\mathrm{m} = 0.075\,\frac{kN}{m^2} \\ g_{2k,massetto} &= \gamma_{massetto} \cdot s_{massetto} = 24\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.06\,\mathrm{m} = 1.44\,\frac{kN}{m^2} \\ g_{2k,pavimento} &= 0.50\,\frac{kN}{m^2} \\ g_{2k,intonaco} &= \gamma_{intonaco} \cdot s_{intonaco} = 20\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.01\,\mathrm{m} = 0.20\,\frac{kN}{m^2} \end{aligned}$$

Sommando i contributi dei singoli carichi distribuiti si ottiene il valore finale per la terrazza

$$\begin{aligned} g_{2k,terrazza} &= g_{2k,isolante} + g_{2k,massetto} + g_{2k,pavimento} + g_{2k,intonaco} = \\ &= (0.075 + 1.44 + 0.50 + 0.20)\,\frac{kN}{m^2} = \\ &= 2.215\,\frac{kN}{m^2} \end{aligned}$$

Tamponamenti perimetrali

Il peso della muratura perimetrale ricade nei carichi permanenti non strutturali. Secondo quanto descritto nel capitolo 1, la stratigrafia della parete è quella rappresentata in figura 2.2

Il carico, che risulterà essere distribuito lungo una linea e gravante direttamente sulla trave, ha valore

$$\begin{aligned} G_{2k,tamp} &= \gamma_{tamp} \cdot s_{tamp} \cdot h_{piano} + \gamma_{cappotto} \cdot s_{cappotto} \cdot h_{piano} + \gamma_{intonaco} \cdot s_{intonaco} \cdot h_{piano} = \\ &= \left(10\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.30\,\mathrm{m} + 0.20\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.12\,\mathrm{m} + 20\,\frac{kN}{m^3} \cdot 0.01\,\mathrm{m}\right) \cdot 2.85\,\mathrm{m} = 9.20\,\frac{kN}{m} \end{aligned}$$

2.1.3 Carichi variabili

Come già detto in precedenza, la trave è una trave perimetrale che divide due ambienti: un ambiente interno adibito a uffici aperti al pubblico e una terrazza esterna soggetta alle azioni meteorologiche. Si ha la necessità, anche in questo caso, di suddividere i carichi variabili dei due differenti ambienti.

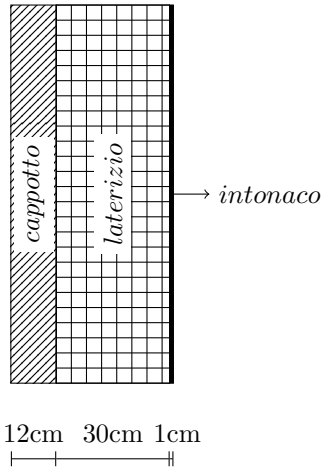


Figura 2.2: Stratigrafia tamponamento perimetrale

Solaio interno

Il solaio interno deve essere progettato per sostenere degli uffici aperti al pubblico. Seguendo quanto descritto nelle *NTC 2018*, in particolare nella **Tab. 3.1.II**, la categoria in cui si ricade è la *B2*.

Si deduce che il valore del sovraccarico è di

$$q_{k,CAT.\,B2} = 3\,\frac{kN}{m^2}$$

Terrazza

Sul solaio della terrazza si deve tener conto e del carico variabile della categoria definita sopra (con riferimento al valore per *balconi* e *ballatoi*) e delle azioni dei fenomeni meteorologici quali neve e vento. In ordine si trova

$$q_{k,CAT.B}^{balconi} = 4\,\frac{kN}{m^2}$$

Carico neve Il carico dovuto alla neve è calcolato seguendo quanto scritto nel **capitolo 3.4** delle *NTC 2018*. In particolare, la *[3.4.1]* definisce il carico provocato dalla neve sulla copertura

$$q_s = q_{sk} \cdot \mu_i \cdot C_E \cdot C_t$$

L'edificio si trova in *Provincia di Trento*, il che ricade nella zona di carico neve **'I - Alpina'** che gli conferisce un carico di neve al suolo pari a

$$q_{sk} = \begin{cases} 1.50\,\dfrac{kN}{m^2} & \text{se } a_s < 200\,\text{m} \\[2ex] 1.39\left[1+\left(\dfrac{a_s}{728}\right)^2\right]\left[\dfrac{kN}{m^2}\right] & \text{se } a_s > 200\,\text{m} \end{cases}$$

L'altitutide è $788\,\text{m} > 200\,\text{m}$ per cui

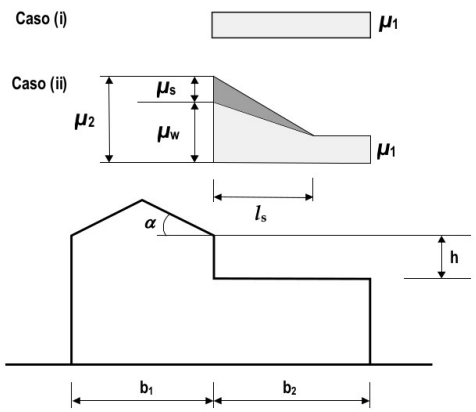


Figura 2.3: Coefficienti di forma per il carico neve per coperture adiacenti a costruzioni più alte (*circolare n. 7 - 2019*)

$$q_{sk} = 1.39 \left[1 + \left(\frac{788}{728} \right)^2 \right] = 3.02 \, \frac{kN}{m^2}$$

Poiché non sono presenti informazioni riguardo la localizzazione e quindi l'esposizione dell'edificio al vento che produrrebbe una rimozione della neve sulla copertura, si considera la topografia dell'area *normale*, cioè si assume

$$C_E = 1$$

Inoltre, non avendo documenti che descrivono il fenomeno di scioglimento della neve causato dal riscaldamento prodotto all'interno dell'edifico, si assume cautelativamente il coefficiente termico unitario

$$C_t = 1$$

Come riportato nella *circolare n. 7 del 2019* al **capitolo C3.4.3**, nel caso in esame si devono considerare due diversi coefficienti di forma per la copertura:

- coefficiente di forma per copertura piana

$$\mu_1 = 0.8$$

- coefficiente di forma per copertura adiacente o vicina a costruzioni più alte (**capitolo C3.4.3.3.2**).

Nel secondo caso, la circolare considera un effetto dovuto allo scivolamento della neve dalla copertura (inclinata) posta a quota superiore (μ_s) e un effetto di deposito, dovuto al vento, in corrispondenza della parete verticale che delimita le due coperture (μ_w) come si può vedere in figura 2.3.

Poiché la copertura superiore è piana, la quota parte dello scivolamento risulta non esserci; di conseguenza si assume

$$\mu_s = 0$$

Al contrario è presente il contributo dovuto all'accumulo che è calcolato come segue

$$\mu_2 = \mu_s + \mu_w = \mu_w$$
$$\mu_w = \frac{b_1 + b_2}{2h} \leq \gamma_{snow} \frac{h}{q_{sk}}$$

dove $\gamma_{snow} = 2\, kN/_{m^3}$ è il peso per unità di volume della neve. Inoltre la normativa impone che

$$0.8 \leq \mu_w \leq 4.0$$

Nel caso in esame il coefficiente vale

$$\mu_w = \frac{b_1 + b_2}{2h} = \frac{18 + 6}{2 \cdot 2} = 1.94 < \frac{2 \cdot 6.2}{3.02} = 4.11$$

e inoltre $\mu_w \in [0.8, 4.0]$.

Come rappresentato in figura 2.3, la lunghezza in cui si forma l'accumulo è

$$l_s = 2h, \quad 5\, m \leq l_s \leq 15\, m$$

Cioè

$$l_s = 2h = 2 \cdot 6.2\, m = 12.4\, m > b_2 = 6\, m$$
$$l_s \in [5, 15]\, m$$

Il coefficiente di accumulo sul bordo del terrazzo va calcolato interpolando linearmente; la generica interpolazione è

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$$

Sostituendo $(x_0, y_0) = (0, 1.94)$ e $(x_1, y_1) = (12.4, 0.8)$, nonché $x = 6$, si ottiene che

$$y = \frac{6}{12.4}(0.8 - 1.94) + 1.94 = 1.38$$

nella zona dove la terrazza ha larghezza $6\, m$, come rappresentato in figura; mentre

$$y = \frac{3.5}{12.4}(0.8 - 1.94) + 1.94 = 1.62$$

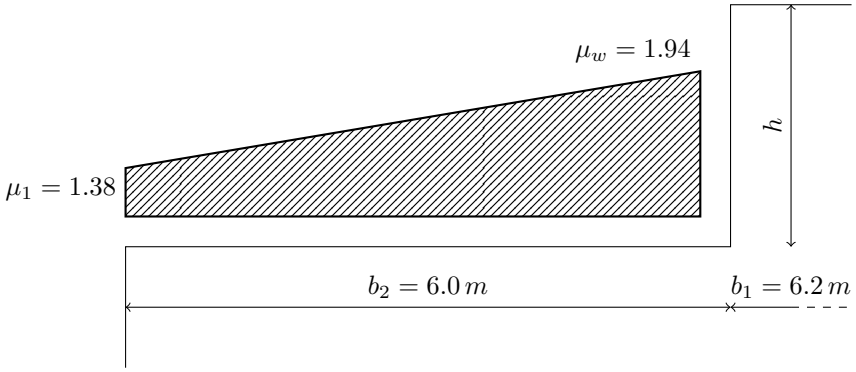
dove la terrazza ha larghezza pari a $3.50\, m$.

Il coefficiente μ_2 è calcolato come la media tra i due coefficienti μ_1 e μ_w

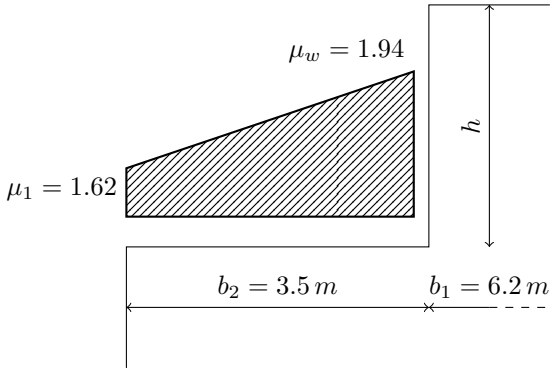
$$\begin{cases} \mu_{2,1} = \dfrac{1.94 + 1.38}{2} = 1.66 \\ \\ \mu_{2,2} = \dfrac{1.94 + 1.62}{2} = 1.78 \end{cases}$$

Il carico da neve sul tratto di larghezza $6\, m$ è

$$\begin{cases} q_{s,1}^{(1)} = q_{sk} \cdot \mu_1 \cdot C_E \cdot C_t = 3.02\, \dfrac{kN}{m^2} \cdot 0.8 \cdot 1 \cdot 1 = 2.41\, \dfrac{kN}{m^2} \\ \\ q_{s,1}^{(2)} = q_{sk} \cdot \mu_{2,1} \cdot C_E \cdot C_t = 3.02\, \dfrac{kN}{m^2} \cdot 1.38 \cdot 1 \cdot 1 = 4.17\, \dfrac{kN}{m^2} \end{cases} \tag{2.1}$$



(a) *Coefficienti di forma per il tratto di terrazza di larghezza* $6\,m$



(b) Coefficienti di forma per il tratto di terrazza di larghezza $3.5\,m$

Figura 2.4: Descrizione grafica dell'andamento lineare dei coefficienti di forma

mentre per il tratto di $3.5\,m$

$$\begin{cases} q_{s,2}^{(1)} = q_{sk} \cdot \mu_1 \cdot C_E \cdot C_t = 3.02\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 0.8 \cdot 1 \cdot 1 = 2.41\,\dfrac{kN}{m^2} \\ \\ q_{s,2}^{(2)} = q_{sk} \cdot \mu_{2,2} \cdot C_E \cdot C_t = 3.02\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 1.62 \cdot 1 \cdot 1 = 4.90\,\dfrac{kN}{m^2} \end{cases} \tag{2.2}$$

Carico vento Il carico derivante dal vento è normato nel **capitolo 3.3** delle *NTC 2018* dove si ha una suddivisione del territorio nazionale in zone. La Provincia di Trento ricade in **zona 1** in cui i valori dei parametri da utilizzare nel calcolo derivano dall **Tab. 3.3.I** e sono

$$\begin{cases} v_{b,0} = 25\,\dfrac{m}{s} \\ a_0 = 1000\,m \\ k_s = 0.40 \end{cases}$$

dove $v_{b,0}$ è la velocità base di riferimento al livello del mare. Si ricava la velocità di riferimento (valore medio su 10 minuti ad un'altezza di $10\,m$ dal suolo) come

$$v_b = v_{b,0} \cdot c_a$$

dove c_a è il coefficiente di altitutide che, nell'oggetto in studio vale

$$c_a = 1, \quad \text{per } a_s = 788\,m < a_0 = 1000\,m$$

Allora

$$v_b = v_{b,0} = 25\,\frac{m}{s}$$

Con riferimento ad un tempo di ritorno pari a $50\,anni$ ($c_r(T_r = 50\,anni) = 1$), la velocità di riferimento è

$$v_r = v_b \cdot c_r = 25\,\frac{m}{s}$$

Con i dati finora calcolati è possibile valutare la pressione del vento, assumendo la densità dell'aria di $1.25\,kg/_{m^3}$

$$q_{cin} = \frac{1}{2} \cdot \rho\, v_r^2 = \frac{1}{2}\,1.25\,\frac{kg}{m^3} \cdot \left(25\,\frac{m}{s}\right)^2 = 390.625\,Pa$$

La pressione del vento è quindi data dalla seguente formula (*[3.3.4]*)

$$p = q_{cin} \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d$$

Il coefficiente di esposizione c_e dipende da vari parametri come l'altezza dal suolo, la topografia dell'area e dalla categoria di esposizione. Quest'ultima in particolare è assegnata dalla **Tab. 3.3.III**. Ipotizzando che l'edificio si trovi in area industriale suburbana, la classe di rugosità del terreno risulta essere la **B**; inoltre, ci si trova ad una distanza dal mare superiore a $30\,km$ e ad un'altitudine di $788\,m > 750\,m$, perciò, dalla **Fig. 3.3.2** si deduce che la categoria di esposizione è la **IV** che fornisce i seguenti parametri per il calcolo del coefficiente di esposizione

$$\begin{cases} k_r = 0.22 \\ z_0 = 0.30\,m \\ z_{min} = 8\,m \end{cases}$$

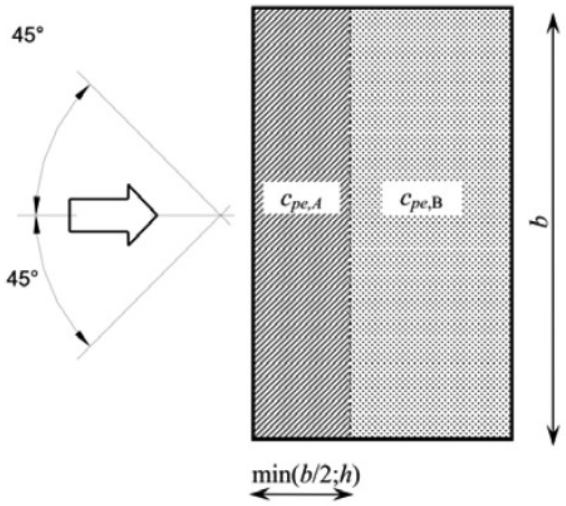


Figura 2.5: Schema di riferimento per il calcolo del coefficiente di pressione su coperture piane (*Fig. C3.3.5*)

L'altezza totale dell'edificio è di $9.7\,m$ che risulta essere superiore alla $z_{min} = 8\,m$. Come specificato nella *[3.3.7]* il coefficiente di esposizione va calcolato come

$$c_e(z) = k_r^2\, c_t\, \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\left[7 + c_t\, \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\right] =$$
$$= 0.22^2 \cdot 1 \cdot \ln\left(\frac{9.70}{0.30}\right)\left[7 + 1 \cdot \ln\left(\frac{9.70}{0.30}\right)\right] = 1.76$$

in cui si è assunto il coefficiente di topografia $c_t = 1$, come consigliato nella normativa.

Cautelativamente si assume anche il coefficiente dinamico unitario $c_d = 1$.

Per quanto riguarda il calcolo del coefficiente di pressione c_p si fa riferimento alla *circolare n.7 2019*, in particolare al **capitolo C3.3.8.1.2** in cui vengono trattate le coperture piane.

Come si può notare in figura 2.5, l'effetto generato dal vento cambia in funzione che questo arrivi da destra o da sinistra. In particolare, se il vento spira da sinistra verso destra si ha un effetto di depressione, favorevole alla sicurezza, 'alleggerendo' la struttura; se invece spira in direzione opposta può avere sia un effetto di pressione che di depressione (zona B della figura). Il coefficiente di pressione in quest'ultimo caso è

$$c_{pe,B} = \pm 0.20$$

essendo la terrazza in esame in zona B, poiché

$$min\left\{\frac{b}{2}; h\right\} = min\left\{\frac{28}{2}; 9.7\right\} = 9.7\,m$$

L'effetto ricercato per le massime sollecitazioni agenti è quello di pressione (segno positivo), mentre per valutare il minimo verrà utilizzato quello con segno negativo. La pressione, perciò, vale

$$p = q_{cin} \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d = 390.625\,Pa \cdot 1.76 \cdot (\pm 0.20) \cdot 1 = \pm 0.138\,\frac{kN}{m^2} \tag{2.3}$$

Tabella 2.1: Riepilogo dei carichi agenti

	$g_{1k}\,[kN/_{m^2}]$	$g_{2k}\,[kN/_{m^2}]$	$q_{CAT.B2}\,[kN/_{m^2}]$	$q_s\,[kN/_{m^2}]$	$q_w\,[kN/_{m^2}]$
Interno	3.2	4.62	3.00		
				2.41	
Terrazza	3.2	2.215	4.00	4.17	± 0.138
				4.90	
	$G_{1k}\,[kN/_m]$	$G_{2k}\,[kN/_m]$			
Trave	3.75	9.20			

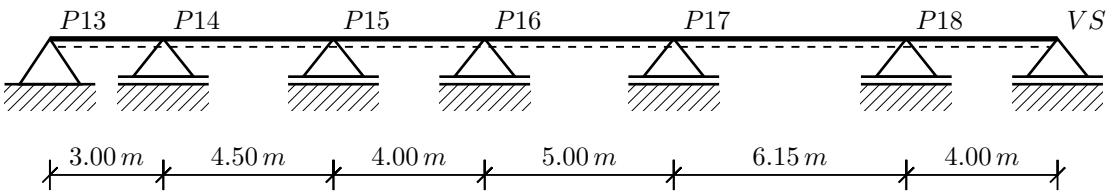


Figura 2.6: Rappresentazione statica della trave continua

2.2 Soluzione statica della trave

Come già scritto in precedenza, la trave in esame va dal pilastro $P13$ passando per il $P18$ arrivando al vano scala. Può essere schematizzata come una trave continua a 6 campate, appoggiata (figura 2.6). Si assume il vincolo sul vano scala schematizzato come un appoggio; questo fa si che il momento si annulli in corrispondenza del vano scala, aumentando di conseguenza il momento massimo (positivo) in campata ed essendo perciò a favore di sicurezza.

La trave, che è rappresentata come in figura 2.7, risulta avere un grado di iperstaticità $n = 5$; è cioè staticamente non determinata ed ammette, quindi, ∞^5 soluzioni. La trave verrà risolta utilizzando il *metodo delle forze*, andando a creare una trave staticamente equivalente e svincolata con delle cerniere interne in corrispondenza dei vincoli. La struttura equivalente è quella disegnata in figura 2.8a.

Svincolando, per mantenere la struttura equivalente, si devono inserire dei momenti applicati ai nodi. Per il principio di azione e reazione i momenti produrranno un effetto opposto sulla campata che collega i nodi.

Il metodo delle forze consinste nel valutare le rotazioni che i carichi esterni (unitari) generano ai nodi e imponendo la congruenza di rotazione tra i lembi destro e sinistro dei nodi, nonché applicando le condizioni al contorno cinematiche e/o statiche, isolare i momenti incogniti. La

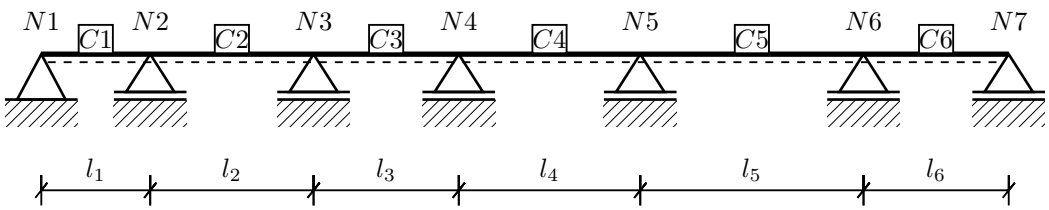
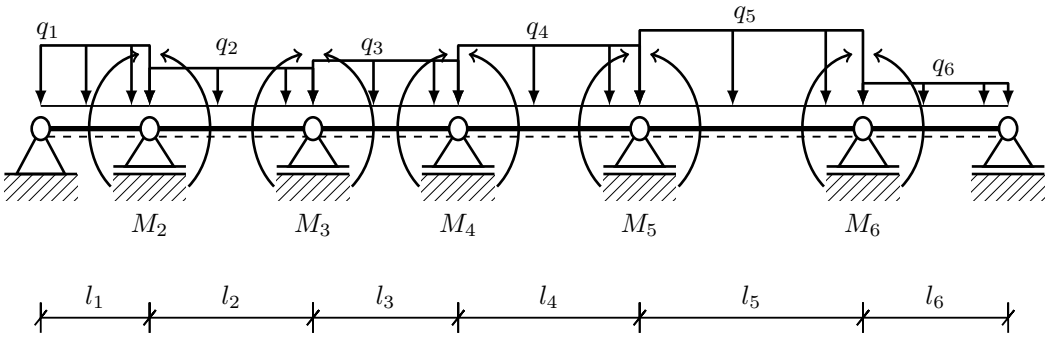
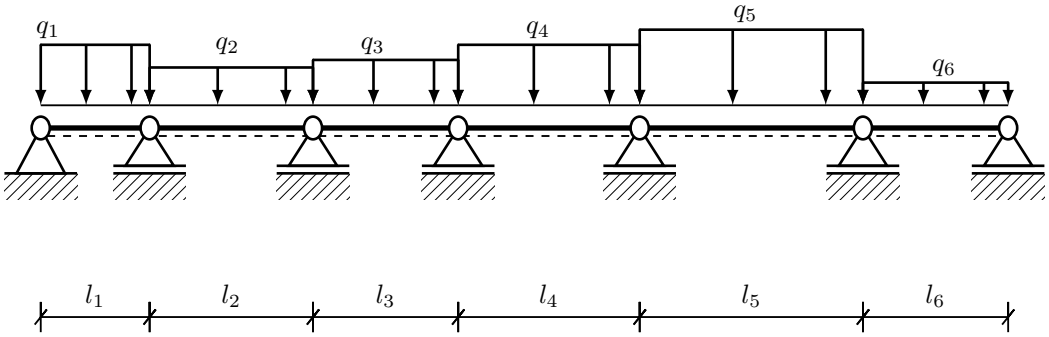


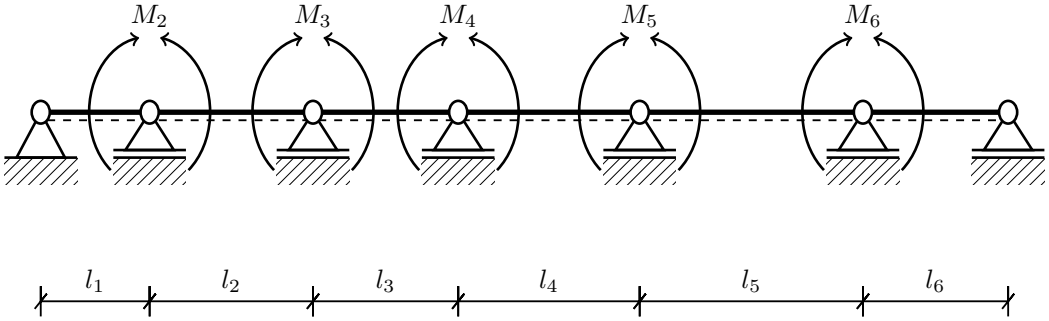
Figura 2.7: Nomenclatura degli elementi strutturali



(a) *Trave staticamente equivalente (i carichi sono generici)*



(b) *Contributo dei carichi distribuiti*



(c) *Contributo dei momenti*

Figura 2.8: Rappresentazione della trave equivalente

struttura è a nodi fissi, perciò non è necessario valutare, con il principio dei lavori virtuali, il lavoro dei carichi esterni del sistema statico per gli spostamenti del sistema cinematico.

Essendo l'analisi ricadente nel campo elastico, è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti per semplificare, parzialmente, il problema. La figura 2.8a può essere scomposta nelle due travi presenti nella figura 2.8b e nella figura 2.8c.

Applicando il procedimento descritto poco sopra, si ricava un sistema di equazioni lineari di dimensione 5×5 che può essere rappresentato nella seguente forma matriciale.

$$\underline{\underline{F}}\,\underline{X} = \underline{P}$$

dove $\underline{\underline{F}}$ è la matrice di flessibilità che contiene tutti i coefficienti di rotazione unitari dei nodi, $\underline{X}$ è il vettore dei momenti incogniti e $\underline{P}$ è il vettore dei carichi esterni. In forma espansa il sistema è

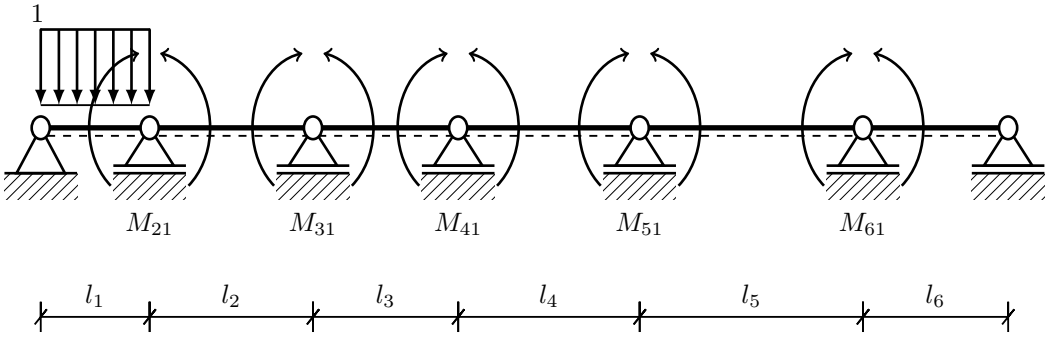
$$\frac{1}{6EJ}\begin{bmatrix} 2(l1+l2) & l2 & 0 & 0 & 0 \\ l2 & 2(l2+l3) & l3 & 0 & 0 \\ 0 & l3 & 2(l3+l4) & l4 & 0 \\ 0 & 0 & l4 & 2(l4+l5) & l5 \\ 0 & 0 & 0 & l5 & 2(l5+l6) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M2 \\ M3 \\ M4 \\ M5 \\ M6 \end{Bmatrix} = -\frac{1}{24EJ}\begin{Bmatrix} q_1\,l_1^3 + q_2\,l_2^3 \\ q_2\,l_2^3 + q_3\,l_3^3 \\ q_3\,l_3^3 + q_4\,l_4^3 \\ q_4\,l_4^3 + q_5\,l_5^3 \\ q_5\,l_5^3 + q_6\,l_6^3 \end{Bmatrix}$$

dove EJ è la rigidità flessionale della trave.

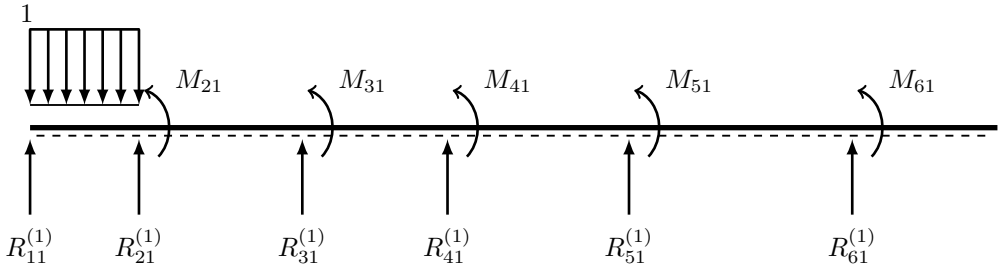
L'analisi è stata eseguita inizialmente in forma simbolica e solo in seguito sono stati sostituiti i valori delle variabili.

A questo punto non è sufficiente invertire il sistema, isolando il vettore $\underline{X}$, per calcolare i momenti incogniti. Questo perché, essendo la trave continua, non si conosce a priori quale carico massimizza il momento flettente su una generica campata. Per ovviare a questo problema, si applica - per ogni campata - un carico distribuito unitario, oltre ai momenti incogniti già presenti ai nodi, e si risolve la struttura per quella configurazione utilizzando ancora una volta la sovrapposizione degli effetti.

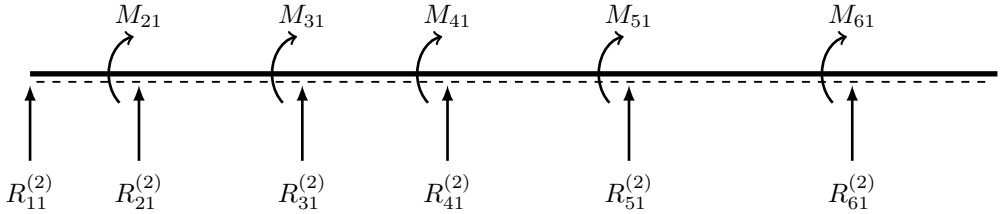
Ad esempio, per la prima campata - risolvendo le strutture di figura 2.9b e di figura 2.9c si ottengono le reazioni vincolari $R_{ij}^{(1)}$ e $R_{ij}^{(2)}$ rispettivamente per la trave con il carico unitario e per la trave con i momenti. Per il principio di sovrapposizione degli effetti, le reazioni vincolari (sul lato sinistro della campata) totali sono la somma di quelle appena trovate. Si può, allora, costruire un vettore di reazioni vincolari specifico per la combinazione con il carico unitario sulla prima campata.



(a) *Trave con il carico unitario sulla prima campata*



(b) *Contributo del carico unitario distribuito*



(c) *Contributo dei momenti*

Figura 2.9: Combinazione 1: carico unitario sulla prima campata

$$\underline{R}_1 = \begin{Bmatrix} \dfrac{M_{21}-M_{11}}{l_1} + 1 \cdot \dfrac{l_1}{2} \\ \\ \dfrac{M_{31}-M_{21}}{l_2} + 0 \cdot \dfrac{l_2}{2} \\ \\ \dfrac{M_{41}-M_{31}}{l_3} + 0 \cdot \dfrac{l_3}{2} \\ \\ \dfrac{M_{51}-M_{41}}{l_4} + 0 \cdot \dfrac{l_4}{2} \\ \\ \dfrac{M_{61}-M_{51}}{l_5} + 0 \cdot \dfrac{l_5}{2} \\ \\ \dfrac{M_{71}-M_{61}}{l_6} + 0 \cdot \dfrac{l_6}{2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{M_{21}}{l_1} + 1 \cdot \dfrac{l_1}{2} \\ \\ \dfrac{M_{31}-M_{21}}{l_2} + 0 \cdot \dfrac{l_2}{2} \\ \\ \dfrac{M_{41}-M_{31}}{l_3} + 0 \cdot \dfrac{l_3}{2} \\ \\ \dfrac{M_{51}-M_{41}}{l_4} + 0 \cdot \dfrac{l_4}{2} \\ \\ \dfrac{M_{61}-M_{51}}{l_5} + 0 \cdot \dfrac{l_5}{2} \\ \\ \dfrac{-M_{61}}{l_6} + 0 \cdot \dfrac{l_6}{2} \end{Bmatrix}$$

Si ricorda che si sono assunti i momenti agli estremi nulli.

Questo procedimento va applicato per ogni campata in modo da ottenere 6 vettori $\underline{R}_i$, $\forall i = 1, 2, \ldots, 6$.

Per ogni combinazione di carico esiste un vettore $\underline{R}$ con cui è possibile ricostruire l'andamento del momento flettente lungo la trave. Si allega di seguito uno stralcio di codice utilizzato per il calcolo del momento flettente per carico unitario distribuito su campata 1.

```
s = np.linspace(0,26.65, num=1000)
M1 = (X1[0] + R1[0] * s - s**2 /2) * (Hv(s) - Hv(s-3)) +
+ (X1[1] + R1[1]*(s-3)) *(Hv(s-3) - Hv(s-(3+4.5))) +
+ (X1[2] + R1[2]*(s-(3+4.5)))*(Hv(s-(3+4.5)) - Hv(s-(3+4.5+4))) +
+ (X1[3] + R1[3]*(s-(3+4.5+4)))* (Hv(s-(3+4.5+4)) - Hv(s-(3+4.5+4+5))) +
+ (X1[4] + R1[4]*(s-(3+4.5+4+5))) * (Hv(s-(3+4.5+4+5)) - Hv(s-(3+4.5+4+5+6.15))) +
+ (X1[5] + R1[5]*(s-(3+4.5+4+5+6.15))) * (Hv(s-(3+4.5+4+5+6.15)) - Hv(s
    -(3+4.5+4+5+6.15+4)))
```

dove Hv è la funzione Heaviside, definita come segue:

```
def H(s):
    if s <= 0:
        return 0
    else:
        return 1
Hv = np.vectorize(H)
```

Fino a questo punto sono state maneggiate matrici e vettori puramente simbolici. È ora il momento di assegnare un valore ai simboli e valutare numericamente le reazioni vincolari per il calcolo dei momenti: le lunghezze l_i delle travi sono note

$$\begin{cases} l_1 = 3.00\,m & l_2 = 4.50\,m \\ l_3 = 4.00\,m & l_4 = 5.00\,m \\ l_5 = 6.15\,m & l_6 = 4.00\,m \end{cases}$$

mentre è necessario calcolare la rigidità EJ della sezione in cemento armato. Per semplicità, si considera la sola sezione in calcestruzzo, tralasciando le barre d'armatura.

Si assume l'impiego di un calcestruzzo di classe *C25/30*, dove

$$\begin{cases} f_{ck} = 25\,MPa \\ R_{ck} = 30\,MPa \end{cases}$$

sono rispettivamente la resistenza caratteristica di snervamento a compressione di un provino cilindrico e di un provino cubico. La resistenza media a 28 giorni si ricava dall'*EuroCodice 2* **Table 3.1**:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8\,MPa = 25\,MPa + 8\,MPa = 33\,MPa$$

Il modulo elastico medio del calcestruzzo si calcola come

$$E_{cm} = 22\left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} = 22\left(\frac{33\,MPa}{10}\right)^{0.3} \simeq 31.476\,GPa = 31476\,MPa$$

L'altro contributo è dato dal momento di inerzia della sezione rettangolare, di base $30\,cm$ e altezza $50\,cm$

$$J = \frac{B\,H^3}{12} = \frac{300\,mm \cdot (500\,mm)^3}{12} = 3.125 \cdot 10^9\,mm^4$$

La rigidità della sezione risulta

$$EJ = 31476\,\frac{N}{mm^2} \cdot 3.125 \cdot 10^9\,mm^4 = 98.3625 \cdot 10^{12} N\,mm^2 = 98362.50\,kN\,m^2$$

Ad esempio, sostituendo i valori nel vettore nelle prime due combinazioni si otterrebbe

$$\underline{R}_1 = \begin{Bmatrix} 1.33622101914923 \\ 0.139805944679992 \\ -0.0426606085734771 \\ 0.00817804636211693 \\ -0.00170286899230119 \\ 0.000608759569577614 \end{Bmatrix} kN, \qquad \underline{R}_2 = \begin{Bmatrix} -0.397740525800214 \\ 2.27402818564506 \\ 0.335952292516132 \\ -0.0644021151016708 \\ 0.0134100933143719 \\ -0.0047939816104237 \end{Bmatrix} kN$$

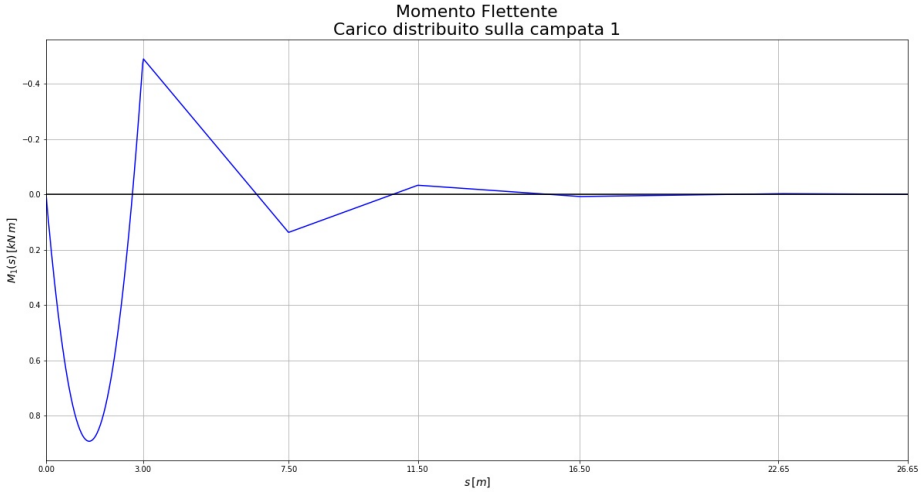
È ora possibile plottare l'andamento del momento flettente lungo la campata che sarà quadratico sulla campata caricata con il carico distribuito unitario e lineare altrove.

Altri 5 diagrammi simili si ottengono per le altre combinazioni. I diagrammi vanno poi confrontati con il generico diagramma del momento flettente di una trave continua.

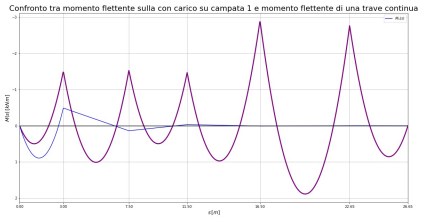
Con i diagrammi di figura 2.10 si va a valutare se il carico produce un effetto favorevole o sfavorevole in ogni campata e in ogni appoggio; più precisamente, se i diagrammi in campata hanno lo stesso segno allora il carico applicato sulla campata 1 ha un effetto sfavorevole e va massimizzato. Al contrario, se i segni in campata sono opposti, il carico distribuito ha un effetto favorevole, cioè non massimizza il momento in campata. Il medesimo procedimento va fatto per gli appoggi, ottenendo infine la tabella 2.2 che contiene le combinazioni di carico che massimizzano il momento flettente nelle sezioni principali.

Come si può notare, tra le 11 combinazioni, solo 8 sono linearmente indipendenti. Infatti la combinazione per $C5$ coincide con la $C1$ e le $C4$ e $C6$ sono uguali alla $C2$.

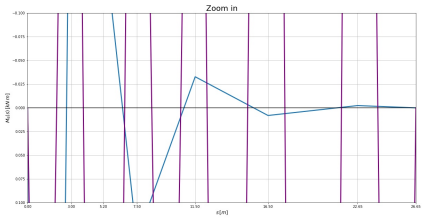
A questo punto è sufficiente sostituire al posto di SF e F il carico massimo $Q_{i,max}$ e $Q_{j,min}$ rispettivamente, dove $i, j = 1, 2, 3$. Studiando meglio la figura 1.1 di pagina 8 si può notare che la trave, lato terrazza, ha tre diverse lunghezze di influenza.



(a) Andamento del momento flettente nella combinazione di carico distribuito unitario sulla campata 1



(b) *Confronto tra il momento flettente di prima combinazione e quello generale*



(c) *Zoom in*

Figura 2.10: Andamento del momento flettente nella combinazione di carico distribuito unitario sulla campata 1

Tabella 2.2: Combinazioni di carico

	C1	N2	C2	N3	C3	N4	C4	N5	C5	N6	C6
Q1	SF	SF	F	F	SF	SF	F	F	SF	SF	F
Q2	F	SF	SF	SF	F	F	SF	SF	F	F	SF
Q3	SF	F	F	SF	SF	SF	F	F	SF	SF	F
Q4	F	SF	SF	F	SF	SF	SF	SF	F	F	SF
Q5	SF	F	F	SF	SF	F	F	SF	SF	SF	F
Q6	F	SF	SF	F	F	SF	SF	F	F	SF	SF

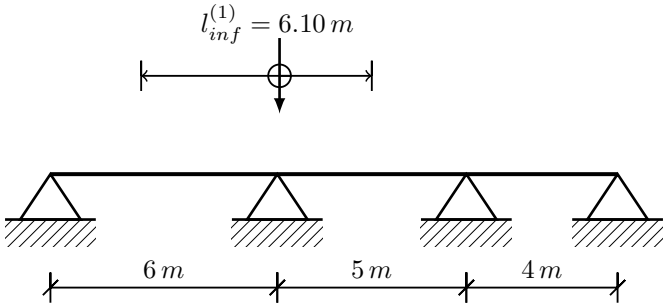


Figura 2.11: Lunghezza di influenza tratto $P13 \div P16$

2.2.1 Lunghezze di influenza

Come accenato sopra, bisogna suddividere la trave in tre tratti:

- da $P13$ a $P16$;
- da $P16$ a $P17$;
- da $P17$ al vano scala.

Tratto $P13 \div P16$

Il tratto $P13 \div P16$ può essere rappresentato come in figura 2.11. Quello rappresentato è il solaio che appoggia su quattro travi con campate di luce differente. La trave in esame è la seconda da sinistra. Da prontuario, in questa configurazione, le lunghezze di influenza sono:

$$\begin{cases} l_{inf}^{sx} = 0.6 \cdot 6.00\,m = 3.60\,m \\ l_{inf}^{dx} = 0.5 \cdot 5.00\,m = 2.50\,m \end{cases}$$

La lunghezza di influenza è

$$l_{inf}^{(1)} = 3.60\,m + 2.50\,m = 6.10\,m$$

Tratto $P16 \div P17$

In questo tratto la terrazza ha larghezza $3.50\,m$. L'area di influenza sarà quindi minore.

$$\begin{cases} l_{inf}^{sx} = 0.6 \cdot 3.50\,m = 2.10\,m \\ l_{inf}^{dx} = 0.5 \cdot 5.00\,m = 2.50\,m \end{cases}$$

La lunghezza di influenza è

$$l_{inf}^{(2)} = 2.10\,m + 2.50\,m = 4.60\,m$$

Tratto $P17$ **- vano scala**

Nell'ultimo tratto, lato terrazza si ripristina la larghezza di $6\,m$ iniziale, ma il solaio è ordino ortogonalmente agli altri due. Questo fa si che non scarichi azioni sulla trave. Cautelativamente,

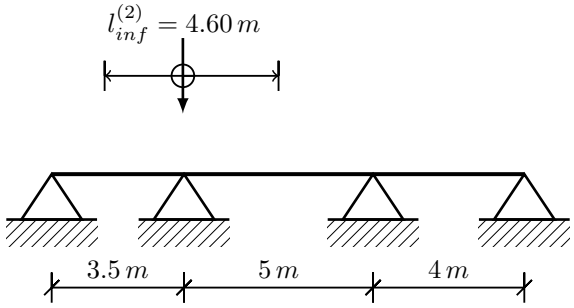


Figura 2.12: Lunghezza di influenza tratto $P16 \div P17$

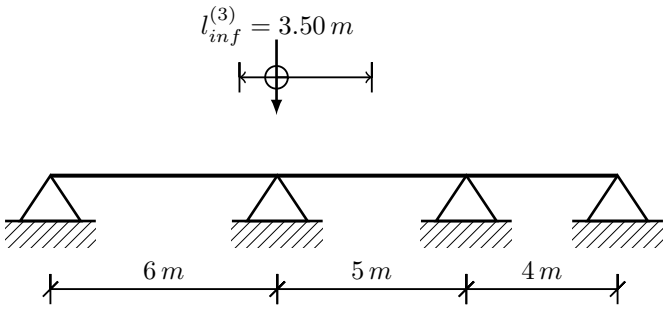


Figura 2.13: Lunghezza di influenza tratto $P17$ - vano scala

comunque, si considera una larghezza di influenza costante pari a $1\,m$.

$$\begin{cases} l_{inf}^{sx} = 1.00\,m \\ l_{inf}^{dx} = 0.5 \cdot 5.00\,m = 2.50\,m \end{cases}$$

La lunghezza di influenza è

$$l_{inf}^{(3)} = 1.00\,m + 2.50\,m = 3.50\,m$$

2.2.2 Carichi agenti sulla trave

È ora possibile valutare i carichi distribuiti (in $kN/_m$) agenti sulla trave. I seguenti carichi saranno quelli utilizzati nell'analisi successiva. La tabella 2.3 riassume i carichi distribuiti per unità di linea agenti sulla trave.

2.2.3 Coefficienti

È comodo, inoltre, riassumere i coefficienti di sicurezza e di combinazione che verranno impiegati nei capitoli successivi. La tabella 2.4 li riassume.

Tabella 2.3: Riepilogo dei carichi agenti sulla trave

	Zona [m]	G_{1k} $[kN/_m]$	G_{2k} $[kN/_m]$	$Q_{CAT.B2}$ $[kN/_m]$	Q_s $[kN/_m]$	Q_w $[kN/_m]$
$P13 \div P16$	Interno ($\times$2.50)	8.00	11.55	7.50	8.68 (min) 15.01 (max)	$\pm$0.50
	Esterno ($\times$3.60)	11.52	7.98	14.40		
$P16 \div P17$	Interno ($\times$2.50)	8.00	11.55	7.50	5.06 (min) 10.30 (max)	$\pm$0.30
	Esterno ($\times$2.10)	6.72	4.65	8.40		
$P17 - VS$	Interno ($\times$2.50)	8.00	11.55	7.50	2.41 (min) 4.17 (max)	$\pm$0.138
	Esterno ($\times$1.00)	3.20	2.215	4.00		
Trave		3.75	9.20			

Tabella 2.4: Coefficienti dei carichi che agiscono sulla trave

	γ_{SF}	γ_F	ψ_{0i}	ψ_{1i}	ψ_{2i}
G_1	1.3	1.0			
G_2	1.5	0.8			
CAT. B	1.5	0	0.7	0.5	0.3
NEVE	1.5	0	0.5	0.2	0
VENTO	1.5	0	0.6	0.2	0

2.3 Combinazione agli SLU

Il **capitolo 2.5.3** delle *NTC 2018* descrive, ai fini delle verifiche agli stati limite, le varie combinazioni delle azioni.

La combinazione fondamentale, impiegata per il calcolo agli *stati limite ultimi* è descritta dalla *[2.5.1]* ed è così formulata

$$\gamma_{G1} \cdot G_{1k} + \gamma_{G2} \cdot G_{2k} + \gamma_{Q1} \cdot Q_{1k} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{2k} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{3k} + \dots$$

Si riportano di seguito il calcolo dei carichi distribuiti secondo la formulazione agli SLU, in funzione dei tratti di trave in esame.

Ricordando che si sta trattando una trave di bordo, saranno necessarie diverse combinazioni di carico per valutare la massima azione sulla trave. È comunque evidente che sovraccarichi di minor rilevanza, in termini di azione, daranno un contributo molto minore rispetto a sovraccarichi più elevati. Verranno tralasciati, pertanto, le combinazioni ove questi sovraccarichi risultano essere principali.

2.3.1 Calcolo delle azioni massime e minime

Tratto $P13 \div P16$

Dalla tabella 2.3 si può vedere che i carichi che generano un'azione di maggior rilievo sono quelli di categoria (B) della terrazza e il carico da neve. Verranno, perciò, calcolate due sole combinazioni.

Combinazione 1: neve principale Nella combinazione per cui l'azione della neve è principale, le altre azioni saranno ridotte di un fattore che dipende dalla categoria di cui fanno parte.

$$\begin{aligned}
Q_{11}^{max} &= \gamma_{G1_{SF}} \cdot (G_{1k,interno} + G_{1k,terrazza} + G_{1k,trave}) + \\
&+ \gamma_{G2_{SF}} \cdot (G_{2k,interno} + G_{2k,terrazza} + G_{2k,tamponamento}) + \\
&+ \gamma_{Q_{SF}} \cdot (Q_{neve} + \psi_{0,CAT.B2,int} \cdot Q_{CAT.B2,int} + \psi_{0,CAT.B2,terr} \cdot Q_{CAT.B2,terr} + \\
&+ \psi_{0,vento} \cdot Q_{vento}) = \\
&= 1.3 \cdot (8 + 11.52 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 7.98 + 9.20) + 1.5 \cdot (15.01) + \\
&+ 1.5 \cdot (0.7 \cdot 7.5 + 0.7 \cdot 14.40 + 0.6 \cdot 0.5) = \\
&= 119.306 \, \frac{kN}{m}
\end{aligned}$$

Combinazione 2: categoria B2 (terrazza) principale

$$\begin{aligned}
Q_{12}^{max} &= 1.3 \cdot (8 + 11.52 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 7.98 + 9.20) + \\
&+ 1.5 \cdot (0.5 \cdot 15.01 + 0.7 \cdot 7.5 + 14.40 + 0.6 \cdot 0.5) = \\
&= 114.345 \, \frac{kN}{m}
\end{aligned}$$

Combinazione 3: vento principale Per valutare il minimo, viene considerata l'azione del vento che 'alleggerisce' la trave, quella cioè con valore negativo.

$$
\begin{aligned}
Q_{13}^{min} &= \gamma_{G1_F} \cdot (G_{1k,interno} + G_{1k,terrazza} + G_{1k,trave}) + \\
&+ \gamma_{G2_F} \cdot (G_{2k,interno} + G_{2k,terrazza} + G_{2k,tamponamento}) + \\
&+ \gamma_{Q_F} \cdot (\psi_{0,neve} \cdot Q_{neve} + \psi_{0,CAT.B2,int} \cdot Q_{CAT.B2,int} + \psi_{0,CAT.B2,terr} \cdot Q_{CAT.B2,terr}) + \\
&+ \gamma_{vento_{SF}} \cdot Q_{vento} = \\
&= 1 \cdot (8 + 11.52 + 3.75) + 0.8 \cdot (11.55 + 7.98 + 9.20) + \\
&+ 0 \cdot (0.5 \cdot 15.01 + 0.7 \cdot 7.5 + 0.7 \cdot 10.80) - 1.5 \cdot 0.5 = \\
&= 45.50 \, \frac{kN}{m}
\end{aligned}
$$

I valori massimo e minimo sul primo tratto di trave per la combinazione agli SLU sono rispettivamente la combinazione con il carico da neve principale e la combinazione con l'azione del vento principale.

$$
\begin{cases}
Q_{1,max} = 119.306 \, \dfrac{kN}{m} \\[2ex]
Q_{1,min} = 45.50 \, \dfrac{kN}{m}
\end{cases}
\tag{2.4}
$$

Tratto $P16 \div P17$

Combinazione 1: neve principale

$$
\begin{aligned}
Q_{21}^{max} &= 1.3 \cdot (8.00 + 6.72 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 4.65 + 9.20) + 1.5 \cdot (10.30) + \\
&+ 1.5 \cdot 0.7 \cdot (7.50 + 8.40) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0.3 = \\
&= 94.526 \, \frac{kN}{m}
\end{aligned}
$$

Combinazione 2: categoria B2 (terrazza) principale

$$
\begin{aligned}
Q_{22}^{max} &= 1.3 \cdot (8.00 + 6.72 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 4.65 + 9.20) + 1.5 \cdot 8.40 + \\
&+ 1.5 \cdot (0.7 \cdot 7.50 + 0.5 \cdot 10.30 + 0.6 \cdot 0.3) = \\
&= 90.581 \, \frac{kN}{m}
\end{aligned}
$$

Combinazione 3: vento principale

$$
\begin{aligned}
Q_{23}^{min} &= 1 \cdot (8.00 + 6.72 + 3.75) + 0.8 \cdot (11.55 + 4.65 + 9.20) + \\
&+ 0 \cdot (0.7 \cdot 8.40 + 0.7 \cdot 7.50 + 0.5 \cdot 10.30) - 1.5 \cdot 0.3 = \\
&= 38.34 \, \frac{kN}{m}
\end{aligned}
$$

Come nel tratto precedente, il massimo e il minimo coincidono con la combinazione con neve principale e la combinazione con vento principale.

$$
\begin{cases}
Q_{2,max} = 94.526 \, \dfrac{kN}{m} \\[2ex]
Q_{2,min} = 38.34 \, \dfrac{kN}{m}
\end{cases}
\tag{2.5}
$$

Tratto $P17$ - vano scala

Combinazione 1: neve principale

$$\begin{aligned} Q_{31}^{max} &= 1.3 \cdot (8.00 + 3.20 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 2.215 + 9.20) + 1.5 \cdot (4.17) + \\ &+ 1.5 \cdot 0.7 \cdot (7.50 + 4.00) + 1.5 \cdot 0.6 \cdot 0.138 = \\ &= 72.337 \, \frac{kN}{m} \end{aligned}$$

Combinazione 2: categoria B2 (terrazza) principale

$$\begin{aligned} Q_{32}^{max} &= 1.3 \cdot (8.00 + 3.20 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 2.215 + 9.20) + 1.5 \cdot (4.00) + \\ &+ 1.5 \cdot (0.7 \cdot 7.50 + 0.5 \cdot 4.17 + 0.6 \cdot 0.138) = \\ &= 69.69 \, \frac{kN}{m} \end{aligned}$$

Combinazione 3: categoria B2 (interno) principale

$$\begin{aligned} Q_{33}^{max} &= 1.3 \cdot (8.00 + 3.20 + 3.75) + 1.5 \cdot (11.55 + 2.215 + 9.20) + 1.5 \cdot (7.50) + \\ &+ 1.5 \cdot (0.7 \cdot 4.00 + 0.5 \cdot 4.17 + 0.6 \cdot 0.138) = \\ &= 71.26 \, \frac{kN}{m} \end{aligned}$$

Combinazione 4: vento principale

$$\begin{aligned} Q_{34}^{min} &= 1 \cdot (8.00 + 3.20 + 3.75) + 0.8 \cdot (11.55 + 2.215 + 9.20) + \\ &+ 0 \cdot (0.7 \cdot 7.50 + 0.7 \cdot 4.00 + 0.5 \cdot 4.17) - 1.5 \cdot 0.138 = \\ &= 33.115 \, \frac{kN}{m} \end{aligned}$$

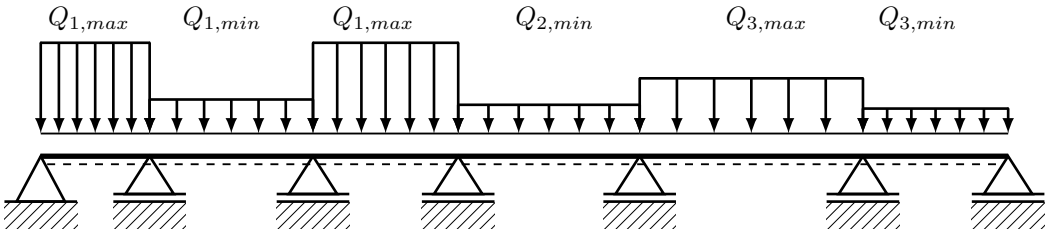
I valori massimo e minimo sono

$$\begin{cases} Q_{3,max} = 72.337 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{3,min} = 33.115 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases} \tag{2.6}$$

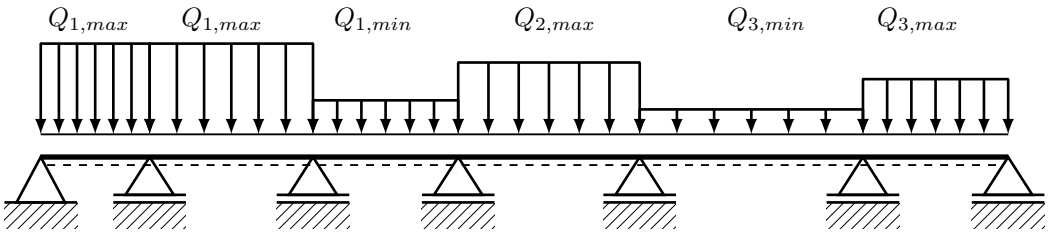
2.3.2 Combinazioni di carico

Sostituendo ora i valori trovati nelle (2.4), (2.5) e (2.6) all'interno della tabella 2.2 di pagina 24 si possono trovare le otto combinazioni di carico che massimizzano le azioni interne.

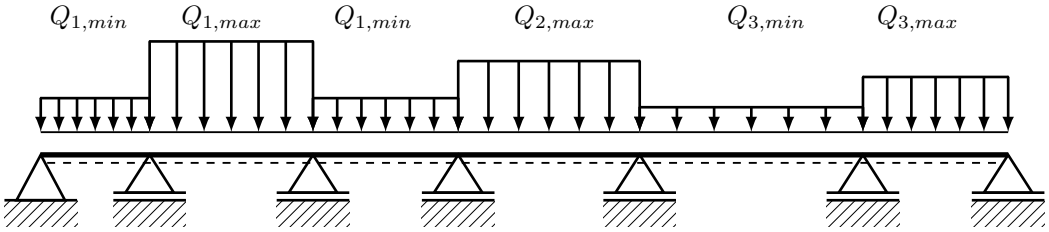
Le otto combinazioni di carico massimizzano il momento flettente su, in ordine, la prima campata ($C1$), il secondo appoggio ($N2$), la seconda campata ($C2$), il terzo appoggio ($N3$) e così via. Le combinazioni sono state integrate nel codice come segue; ad esempio, per la prima combinazione:



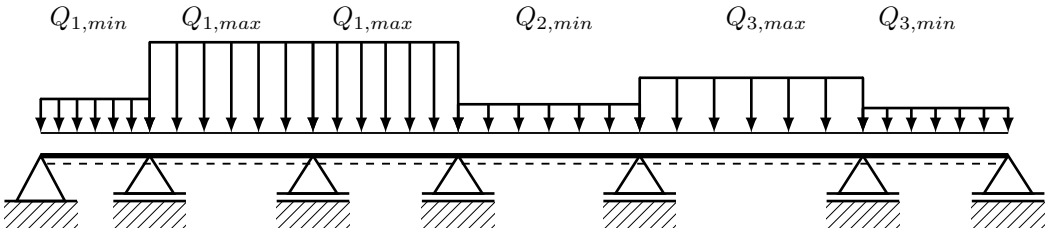
(a) *Combinazione 1: MAX-MIN-MAX-MIN-MAX-MIN*



(b) *Combinazione 2: MAX-MAX-MIN-MAX-MIN-MAX*

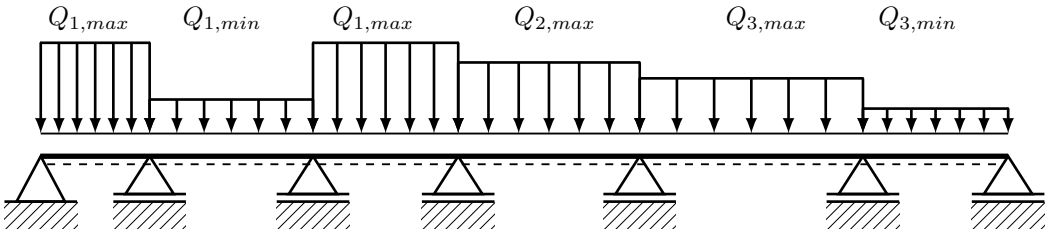


(c) *Combinazione 3: MIN-MAX-MIN-MAX-MIN-MAX*

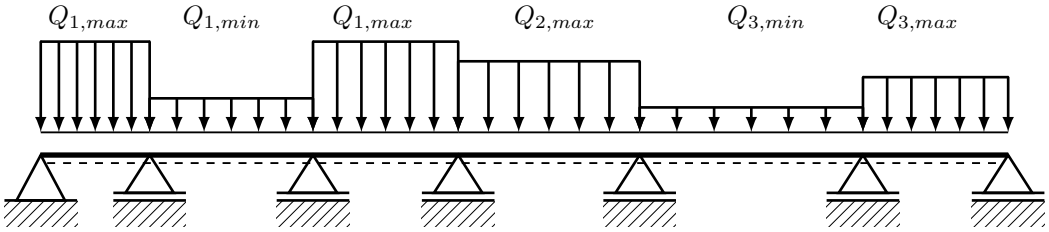


(d) *Combinazione 4: MIN-MAX-MAX-MIN-MAX-MIN*

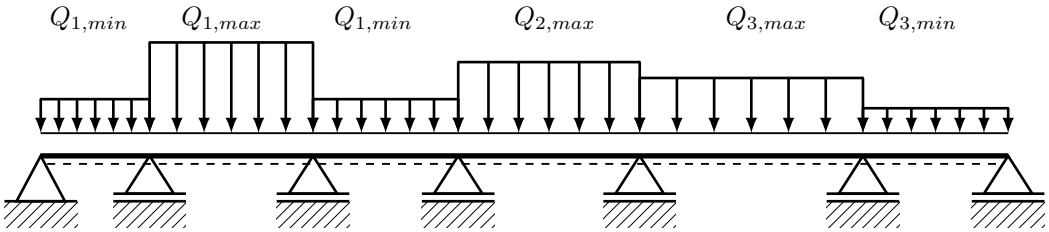
Figura 2.14: Combinazioni di carico (continua nella pagina successiva)



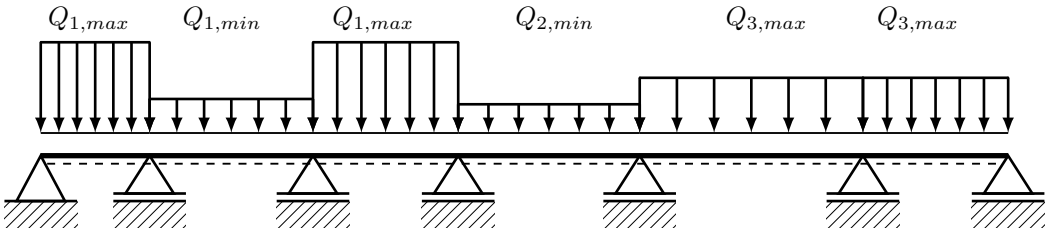
(e) *Combinazione 5: MAX-MIN-MAX-MAX-MAX-MIN*



(f) *Combinazione 6: MAX-MIN-MAX-MAX-MIN-MAX*



(g) *Combinazione 7: MIN-MAX-MIN-MAX-MAX-MIN*



(h) *Combinazione 8: MAX-MIN-MAX-MIN-MAX-MAX*

Figura 2.14: Combinazioni di carico (continua dalla pagina precedente)

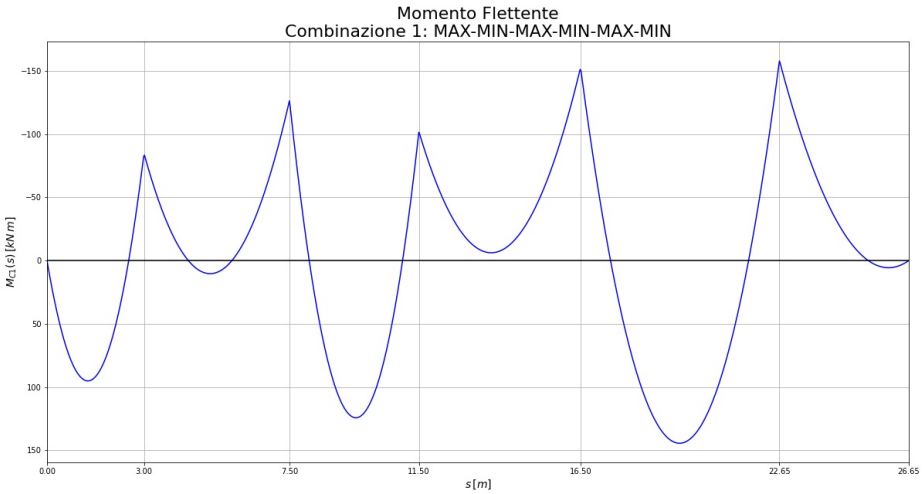


Figura 2.15: Combinazione 1 che massimizza il momento flettente in campata $C1$

```
s = np.linspace(0,26.65, num=1000)
MC1 = M1*Q1max_slu + M2*Q1min_slu + M3*Q1max_slu + M4*Q2min_slu + M5*Q3max_slu +
    M6*Q3min_slu

#----------PLOT------------------

plt.figure(figsize=(20,10))
plt.plot(s, MC1, color='blue')
plt.xlim(s.min(), s.max())
plt.gca().invert_yaxis()
plt.grid()
plt.xlabel(r'$s\,[m]$', fontsize='14')
plt.ylabel(r'$M_{C1}(s)\,[kN\,m]$', fontsize='14')
plt.xticks([0, 3, 7.5, 11.5, 16.5, 22.65, 26.65])
plt.axhline(0, color='black')
plt.title('Momento Flettente\nCombinazione 1: MAX-MIN-MAX-MIN-MAX-MIN', fontsize='
    22')
plt.savefig('export/img/bendingMomentCombo_1.jpg')
plt.show()

```

Il codice sopra riportato genera il diagramma del momento flettente rappresentato in figura 2.15.

Come si può capire, ogni combinazione origina un diagramma simile a quello riportato sopra. La figura 2.16 sovrappone i diagrammi dei momenti flettenti delle otto combinazioni, da cui deriverà il diagramma dell'inviluppo.

L'inviluppo dei momenti flettenti, è stato riprodotto attraverso il seguente stralcio di codice:

```
Mmax = np.zeros(1000)
Mmin = np.zeros(1000)

for i in range (0, 999):
    Mmax[i] = max(MC1[i], MN2[i], MC2[i], MN3[i], MC3[i], MN4[i], MN5[i], MN6[i])
    if Mmax[i] < 0:
        Mmax[i]=0
    Mmin[i] = min(MC1[i], MN2[i], MC2[i], MN3[i], MC3[i], MN4[i], MN5[i], MN6[i])
```

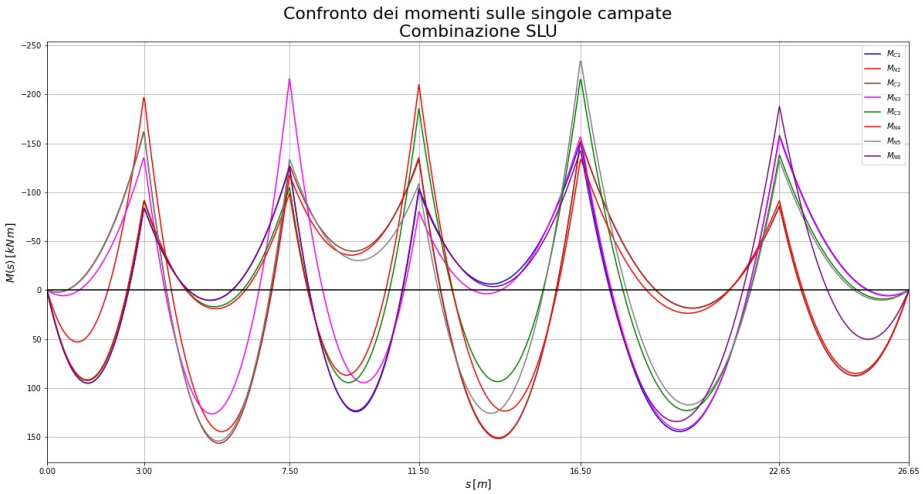


Figura 2.16: Confronto delle combinazioni

```
    if Mmin[i] > 0:
        Mmin[i]=0

#-------------------------------------

def bendingMomentPlot():
    plt.figure(figsize=(20,10))
    plt.fill(s, Mmax, linewidth='3', color='#0f0f0f80')
    plt.fill(s, Mmin, linewidth='3', color='#0f0f0f80')
    plt.xlim(s.min(), s.max())
    plt.gca().invert_yaxis()
    plt.grid()
    plt.xlabel(r'$s\,[m]$', fontsize='14')
    plt.ylabel(r'$M(s)\,[kN\,m]$', fontsize='14')
    plt.xticks([0, 3, 7.5, 11.5, 16.5, 22.65, 26.65,
    round(sC1max, 2), round(sC2max, 2), round(sC3max, 2), round(sC3max, 2), round(sC4max, 2), round(sC5max, 2), round(sC6max, 2)])
    plt.yticks(np.arange(-300, 250, step=50))
    plt.title('Inviluppo dei Momenti Flettenti\nCombinazione SLU', fontsize='22')
    plt.savefig('export/img/bendingMomentEnvelope_slu.jpg')
    return plt.show()

bendingMomentPlot()
```

che prende in input i valori dei momenti flettenti delle otto combinazioni e riporta in output i massimi positivi e negativi tra tulle le combinazioni.

Ne deriva la figura 2.17 di pagina 35.

Per comodità, in tabella 2.5 si riportano i valori massimi e minimi relativi dell'inviluppo e la coordinata s corrispondente.

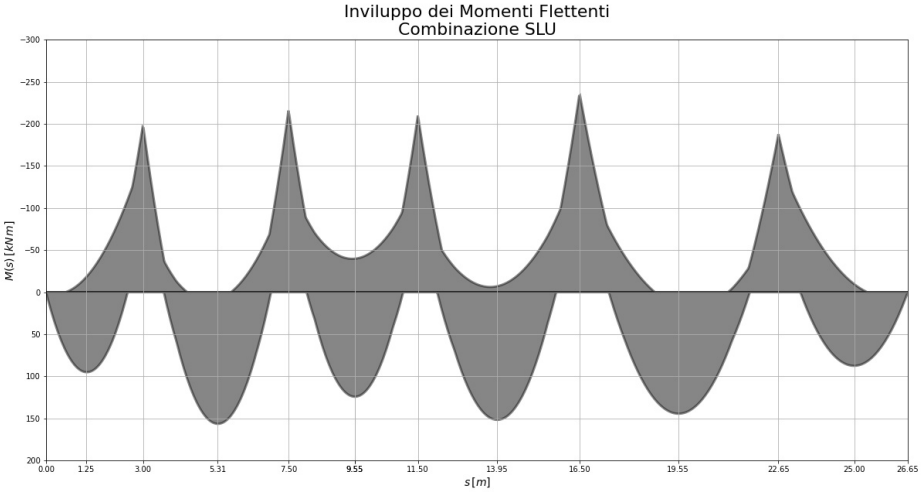


Figura 2.17: Diagramma dell'inviluppo dei momenti flettenti – Combinazione SLU

Tabella 2.5: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti

Sezione	$M_{Ed}^{+}\,[kN\,m]$	$s_{max}\,[m]$	$M_{Ed}^{-}\,[kN\,m]$	$s_{min}\,[m]$
C1	95.3533	1.25	NaN	NaN
N2	NaN	NaN	-196.35	3
C2	156.371	5.31	0	NaN
N3	NaN	NaN	-217.324	7.5
C3	126.402	9.58	-38.9462	9.5
N4	NaN	NaN	-207.946	11.5
C4	149.47	13.93	-11.0069	13.61
N5	NaN	NaN	-251.747	16.5
C5	165.908	19.55	0	NaN
N6	NaN	NaN	-215.246	22.65
C6	97.7052	25	NaN	NaN

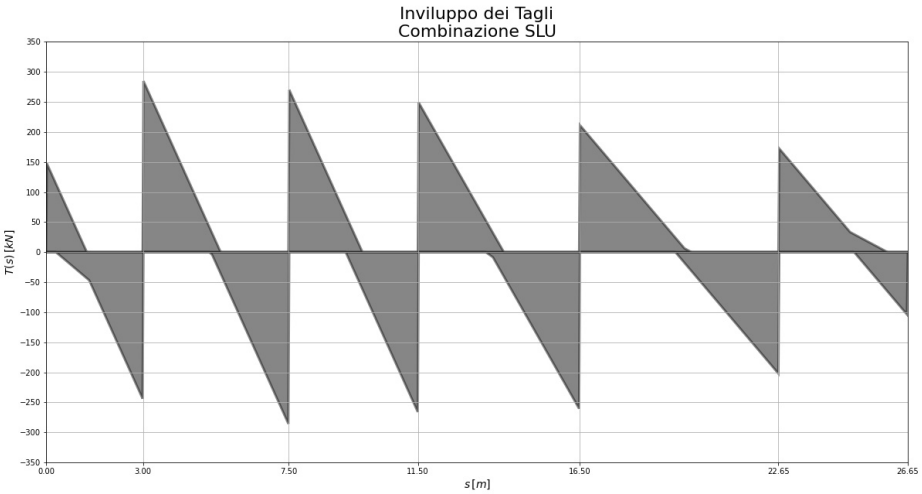


Figura 2.18: Diagramma dell'inviluppo dei tagli – Combinazione SLU

Tabella 2.6: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli

Sezione	$T_{Ed}^{+}\,[kN]$	$s_{max}\,[m]$	$T_{Ed}^{-}\,[kN]$	$s_{min}\,[m]$
N1	147.662	0	0	0
N2	284.68	3	-243.948	3
N3	271.689	7.5	-286.264	7.5
N4	247.323	11.5	-265.575	11.5
N5	237.551	16.5	-265.248	16.5
N6	196.751	22.65	-231.277	22.65
N7	0	26.65	-116.965	26.65

Per l'azione interna di tipo tagliante, si procede analogamente al momento flettente, e si ottiene la figura 2.18 e la tabella 2.6.

2.4 Combinazione agli SLE rara

Secondo la [2.5.2] della normativa di riferimento, la combinazione caratteristica per gli SLE irreversibili è così definita

$$G_1 + G_2 + Q_{1k} + \psi_{02} \cdot Q_{2k} + \psi_{03} \cdot Q_{3k} + \dots$$

Nella combinazione caratteristica, al contrario della fondamentale, non sono presenti i coefficienti di sicurezza γ, ma solamente i coefficienti di combinazione ψ. Si ha, comunque, la necessità di considerare diverse combinazioni di carichi per valutare i valori massimo e minimo. In questa sezione, per non dilungarsi troppo, ripetendo quanto fatto nei paragrafi precedenti, si tralasceranno le combinazioni che non danno il contributo massimo o minimo desiderato. Verranno, perciò,

trascritti solo i valori di riferimento, tenendo presente che le altre combinazioni sono comunque presenti nel foglio di calcolo.

2.4.1 Calcolo delle azioni massime e minime

Tratto $P13 \div P16$

$$\begin{cases} Q_{1,max} & = 8.00 + 11.52 + 3.75 + 11.55 + 7.98 + 9.20 + 15.01 + 0.7 \cdot (7.50 + 14.40) + 0.6 \cdot 0.5 \\ & = 82.64 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{1,min} & = 8.00 + 11.52 + 3.75 + 11.55 + 7.98 + 9.20 + 0.5 \cdot 8.68 + 7.50 + 0.7 \cdot 14.4 + 0.6 \cdot 0.5 \\ & = 74.18 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

Il massimo deriva dalla combinazione con neve principale mentre il minimo con la combinazione con la categoria B2 del solaio interno principale.

Tratto $P16 \div P17$

$$\begin{cases} Q_{2,max} & = 8.00 + 6.72 + 3.75 + 11.55 + 4.65 + 9.20 + 10.30 + 0.7 \cdot (7.50 + 8.40) + 0.6 \cdot 0.3 \\ & = 65.48 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{2,min} & = 8.00 + 6.72 + 3.75 + 11.55 + 4.65 + 9.20 + 0.5 \cdot 5.06 + 7.50 + 0.7 \cdot 8.40 + 0.6 \cdot 0.3 \\ & = 59.96 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

rispettivamente per il carico da neve principale la categoria B2 principale.

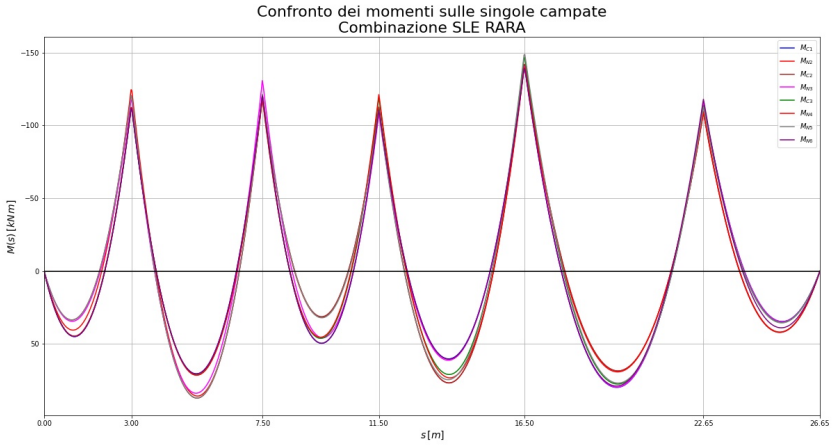
Tratto $P17$ **- vano scala**

$$\begin{cases} Q_{3,max} & = 8.00 + 3.20 + 3.75 + 11.55 + 2.215 + 9.20 + 4.17 + 0.7 \cdot (7.50 + 4.00) + 0.6 \cdot 0.138 \\ & = 50.22 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{3,min} & = 8.00 + 3.20 + 3.75 + 11.55 + 2.215 + 9.20 + 0.5 \cdot 2.41 + 4 + 0.7 \cdot 7.50 + 0.6 \cdot 0.138 \\ & = 48.45 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

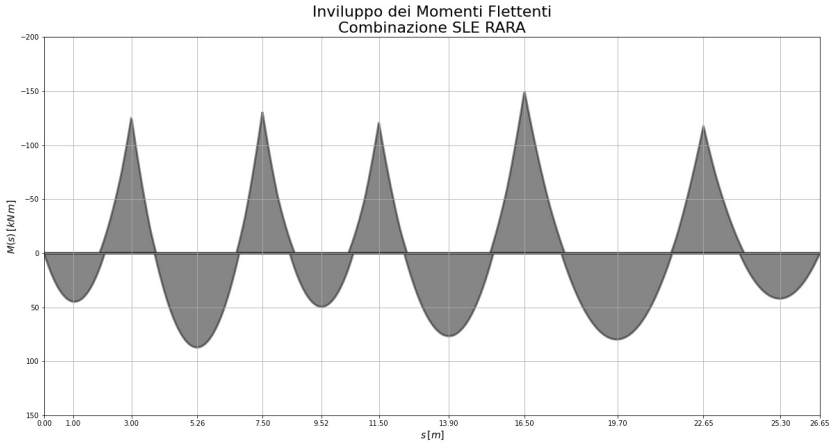
Mentre il massimo ricade sempre nella combinazione con l'azione della neve principale, il minimo valore, poiché il solaio è ordito in maniera parallela alla trave e perciò la lunghezza di influenza è decisamente minore e pari a $1\,m$, è attribuito al sovraccarico di categoria della terrazza.

Sostitendo i valori nelle otto combinazioni e sovrapponendole, si ottiene la figura 2.19a, da cui deriva il diagramma dell'inviluppo di figura 2.19b

La tabella 2.7 raccoglie i valori massimi e minimi dei momenti.



(a) *Confronto delle combinazioni*



(b) *Inviluppo dei momenti flettenti*

Figura 2.19: Diagramma dell'inviluppo dei momenti flettenti per la combinazione SLE rara

Tabella 2.7: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti

Sezione	$M_{Ed}^{+}\,[kN\,m]$	$s_{max}\,[m]$	$M_{Ed}^{-}\,[kN\,m]$	$s_{min}\,[m]$
C1	44.9674	1	NaN	NaN
N2	NaN	NaN	-124.213	3
C2	86.7868	5.26	0	NaN
N3	NaN	NaN	-131.621	7.5
C3	50.7991	9.55	0	NaN
N4	NaN	NaN	-117.001	11.5
C4	72.2195	13.85	0	NaN
N5	NaN	NaN	-159.946	16.5
C5	93.2124	19.6	0	NaN
N6	NaN	NaN	-137.047	22.65
C6	45.7521	25	NaN	NaN

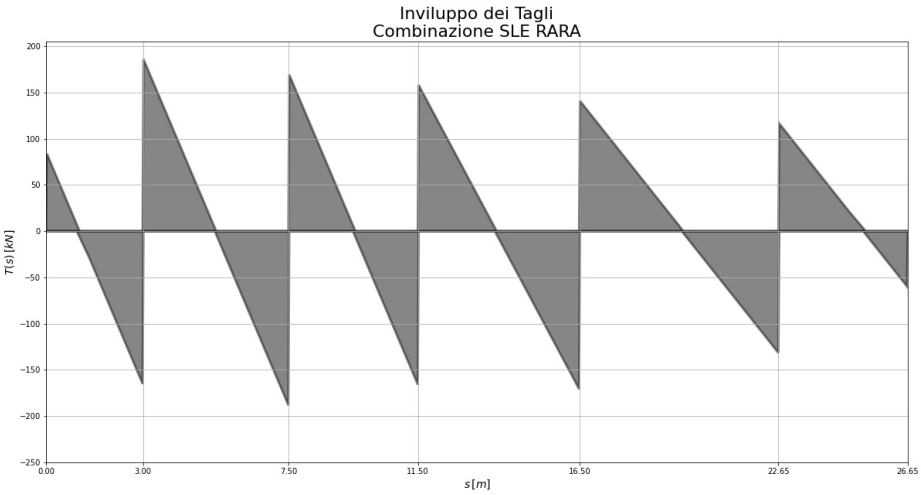


Figura 2.20: Diagramma dell'inviluppo dei tagli - Combinazone SLE rara

Tabella 2.8: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli

Sezione	$T_{Ed}^{+}\,[kN]$	$s_{max}\,[m]$	$T_{Ed}^{-}\,[kN]$	$s_{min}\,[m]$
N1	84.006	0	0	0
N2	185.787	3	-165.029	3
N3	170.316	7.5	-188.546	7.5
N4	154.466	11.5	-164.588	11.5
N5	158.492	16.5	-173.737	16.5
N6	133.49	22.65	-151.89	22.65
N7	0	26.65	-66.4499	26.65

2.5 Combinazione agli SLE frequente

La [2.5.3] delle *NTC 2018* descrive la combinazione frequente per gli stati limite di esercizio reversibili.

$$G_1 + G_2 + \psi_{11} \cdot Q_{1k} + \psi_{22} \cdot Q_{2k} + \psi_{23} \cdot Q_{3k} + \dots$$

Anche in questo caso vengono tralasciate le combinazioni che danno un contributo trascurabile.

2.5.1 Calcolo delle azioni massime e minime

Tratto $P13 \div P16$

$$\begin{cases} Q_{1,max} & = 8.00 + 11.52 + 3.75 + 11.55 + 7.98 + 9.20 + 0.2 \cdot 15.01 + 0.3 \cdot (7.50 + 14.40) + 0 \\ & = 61.572 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{1,min} & = 8.00 + 11.52 + 3.75 + 11.55 + 7.98 + 9.20 + 0 + 0.5 \cdot 7.50 + 0.3 \cdot 14.40 + 0 \\ & = 60.07 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

Il valore più alto corrisponde all'azione della neve, quello più basso corrisponde al carico di categoria del solaio intenro.

Tratto $P16 \div P17$

$$\begin{cases} Q_{2,max} & = 8.00 + 6.72 + 3.75 + 11.55 + 4.65 + 9.20 + 0.2 \cdot 10.30 + 0.3 \cdot (7.50 + 8.40) + 0 \\ & = 50.70 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{2,min} & = 8.00 + 6.72 + 3.75 + 11.55 + 4.65 + 9.20 + 0 + 0.5 \cdot 7.50 + 0.3 \cdot 8.40 + 0 \\ & = 50.14 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

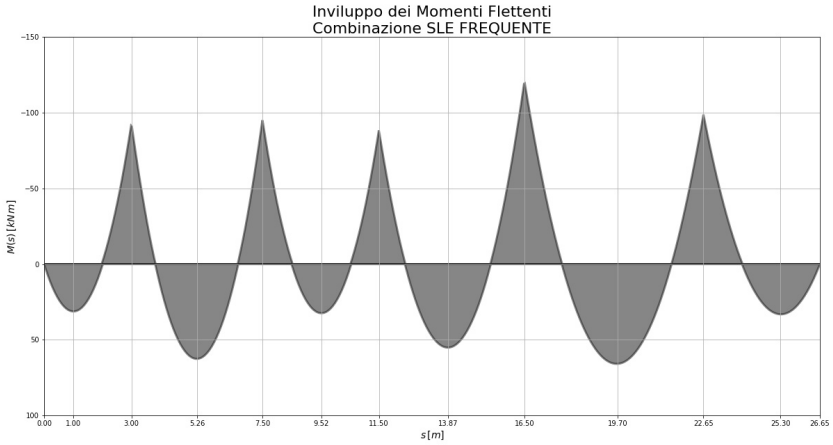
I valori corrispondono alle combinazioni del tratto precedente.

Tratto $P17$ **- vano scala**

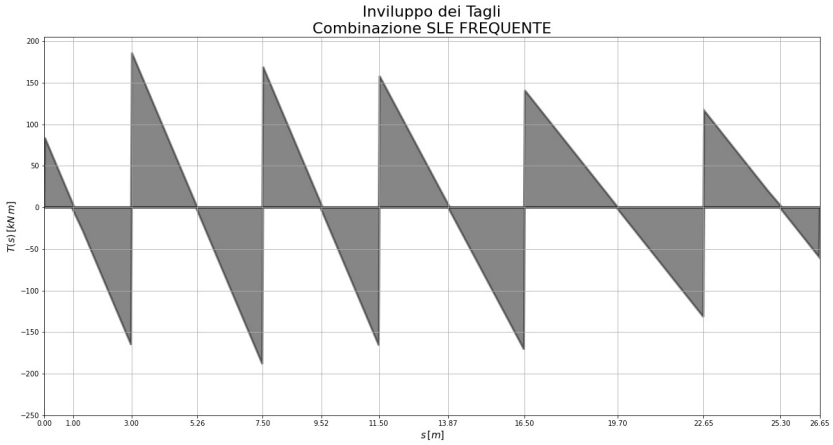
$$\begin{cases} Q_{3,max} & = 8.00 + 3.20 + 3.75 + 11.55 + 2.215 + 9.20 + 0 + 0.5 \cdot 7.50 + 0.3 \cdot 4.00 + 0 \\ & = 42.865 \, \dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_{3,min} & = 8.00 + 3.20 + 3.75 + 11.55 + 2.215 + 9.20 + 0 + 0.3 \cdot 7.50 + 0.5 \cdot 4.00 + 0 \\ & = 42.165 \, \dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

Nel terzo tratto il massimo è generato dal sovraccarico di categoria interno, mentre il minimo dal sovraccarico di categoria della terrazza.

Di seguito si riportano gli inviluppi delle sollecitazioni e le tabelle dei valori di riferimento.



(a) *Inviluppo dei momenti flettenti*



(b) *Inviluppo dei tagli*

Figura 2.21: Inviluppo delle sollecitazioni per la combinazione SLE frequente

Tabella 2.9: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti

Sezione	$M_{Ed}^{+}\,[kN\,m]$	$s_{max}\,[m]$	$M_{Ed}^{-}\,[kN\,m]$	$s_{min}\,[m]$
C1	31.3916	1	NaN	NaN
N2	NaN	NaN	-91.3156	3
C2	62.3719	5.23	0	NaN
N3	NaN	NaN	-95.9325	7.5
C3	33.7056	9.55	0	NaN
N4	NaN	NaN	-85.3944	11.5
C4	52.0246	13.82	0	NaN
N5	NaN	NaN	-130.362	16.5
C5	79.0371	19.6	0	NaN
N6	NaN	NaN	-116.735	22.65
C6	37.8499	25	NaN	NaN

Tabella 2.10: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli

Sezione	$T_{Ed}^{+}\,[kN]$	$s_{max}\,[m]$	$T_{Ed}^{-}\,[kN]$	$s_{min}\,[m]$
N1	84.006	0	0	0
N2	185.787	3	-165.029	3
N3	170.316	7.5	-188.546	7.5
N4	154.466	11.5	-164.588	11.5
N5	158.492	16.5	-173.737	16.5
N6	133.49	22.65	-151.89	22.65
N7	0	26.65	-66.4499	26.65

Tabella 2.11: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei momenti

Sezione	$M_{Ed}^{+}\,[kN\,m]$	$s_{max}\,[m]$	$M_{Ed}^{-}\,[kN\,m]$	$s_{min}\,[m]$
C1	29.2567	1	NaN	NaN
N2	NaN	NaN	-86.4996	3
C2	58.6555	5.23	0	NaN
N3	NaN	NaN	-90.7684	7.5
C3	31.0543	9.55	0	NaN
N4	NaN	NaN	-80.7336	11.5
C4	48.9643	13.82	0	NaN
N5	NaN	NaN	-125.128	16.5
C5	75.8908	19.6	0	NaN
N6	NaN	NaN	-112.499	22.65
C6	35.9769	25.34	NaN	NaN

2.6 Combinazione agli SLE quasi permanente

La [2.5.4] del *decreto 17 gennaio 2018* definisce la combinazione quasi permanente come quella impiegata per gli effetti a lungo termine, in cui

$$G_1 + G_2 + \psi_{21} \cdot Q_{1k} + \psi_{22} \cdot Q_{2k} + \psi_{23} \cdot Q_{3k} + \dots$$

Come si può capire, per gli stati limite di esercizio quasi permanente è presente una sola combinazione di carico

2.6.1 Calcolo dell'azione

L'azione che ne deriva è unica e vale

$$\begin{cases} Q_1 & = 8.00 + 11.52 + 3.75 + 11.55 + 7.98 + 9.20 + 0 + 0.3 \cdot (7.50 + 14.40) + 0 = \\ & = 58.57\,\dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_2 & = 8.00 + 6.72 + 3.75 + 11.55 + 4.65 + 9.20 + 0 + 0.3 \cdot (7.50 + 8.40) + 0 = \\ & = 48.64\,\dfrac{kN}{m} \\ \\ Q_3 & = 8.00 + 3.20 + 3.75 + 11.55 + 2.215 + 9.20 + 0 + 0.3 \cdot (7.50 + 4.00) + 0 = \\ & = 41.365\,\dfrac{kN}{m} \end{cases}$$

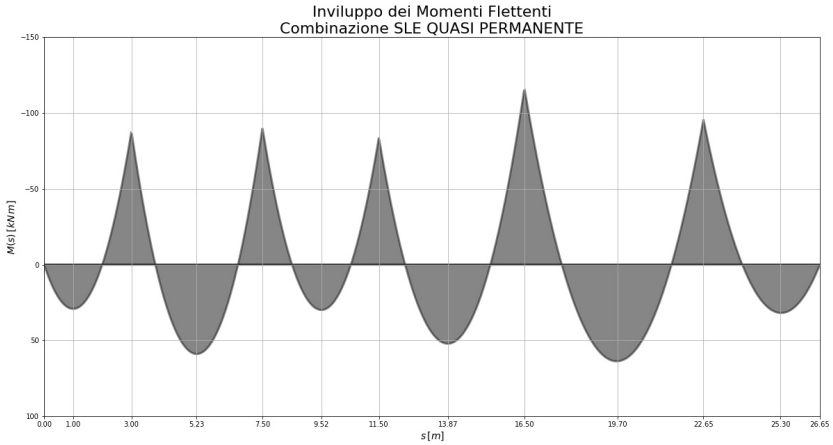
rispettivamente per il primo tratto ($P13 \div P16$), per il secondo tratto ($P16 \div P17$) e per il terzo tratto di trave ($P17$ - vano scala).

Il diagramma dell'inviluppo è generato da un'unica funzione, essendo $Q_{i,max} = Q_{i,min} = Q_i$ per $i = 1, 2, 3$ tratti della trave, ed è quello descritto in figura 2.22.

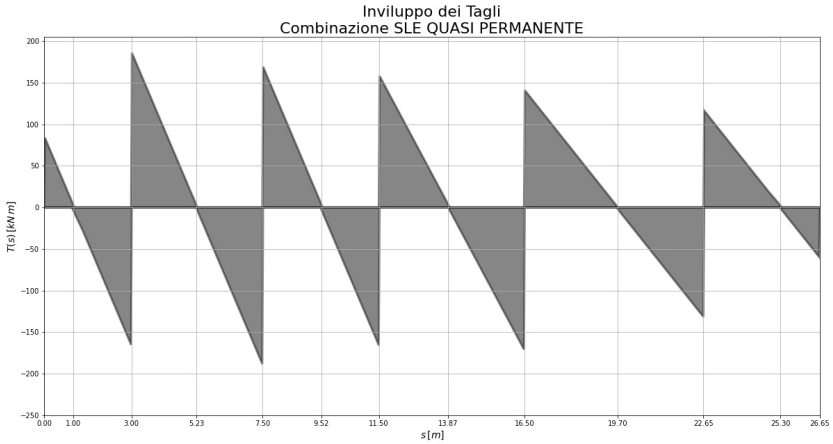
I valori di riferimento sono, come al solito, riportati nelle tabelle 2.11 e 2.12.

Tabella 2.12: Valori massimi e minimi dell'inviluppo dei tagli

Sezione	$T_{Ed}^{+}\,[kN]$	$s_{max}\,[m]$	$T_{Ed}^{-}\,[kN]$	$s_{min}\,[m]$
N1	84.006	0	0	0
N2	185.787	3	-165.029	3
N3	170.316	7.5	-188.546	7.5
N4	154.466	11.5	-164.588	11.5
N5	158.492	16.5	-173.737	16.5
N6	133.49	22.65	-151.89	22.65
N7	0	26.65	-66.4499	26.65



(a) *Diagramma dell'inviluppo dei momenti flettenti*



(b) *Diagramma dell'inviluppo dei tagli*

Figura 2.22: Diagrammi degli inviluppi per la combinazione SLE quasi permanente

Termina qui l'analisi delle sollecitazioni agli stati limite per la trave. I valori delle tabelle, e le rispettive coordinate, verranno impiegati per l'armatura della trave, che non è direttamente trattata in questo documento.

Capitolo 3

Pilastri

Come specificato nel capitolo 1, i pilastri da analizzare sono il $P27$ e il $P36$. Il primo è un pilastro centrale, il cui calcolo è relativamente semplice. Al contrario, il secondo è un pilastro d'angolo che divide l'ambiente interno da quello esterno. Il calcolo di quest'ultimo risulterà leggermente più complicato in termini di analisi dei carichi e di combinazioni.

Per entrambi i pilastri si ipotizzerà l'azione interna di sola compressione (si rimuove quindi l'ipotesi di presso-flessione) per cui idealmente i carichi sono applicati nel nocciolo centrale d'inerzia. Questo rende l'analisi semplificata.

Inoltre, come consigliato dal docente, per il calcolo delle combinazioni si farà una combinazione lineare (somma) delle combinazioni di carico massime (o minime, a seconda dei casi) di ogni piano; questo nell'ipotesi che il carico totale su ogni piano sia massimizzato.

3.1 Pilastro $P27$

Come raffigurato in figura 1.1 di pagina 8 il pilastro $P27$ è un pilastro centrale di dimensione $30 \times 30\,cm$. Il calcolo dell'area di influenza del pilastro verrà eseguito per ogni piano dell'edificio. Si anticipa che piano secondo e copertura hanno lo stesso schema statico e perciò la medesima area di influenza.

3.1.1 Copertura

In copertura, e al piano secondo in maniera analoga, il pilastro $P27$ sorregge una trave in spessore di solaio a sei campate (di lunghezze diverse) e di conseguenza sulla trave è appoggiato, su cinque appoggi, il solaio.

Una lunghezza di influenza sarà perciò definita dal pilastro rispetto alla trave, mentre l'altra sarà calcolata dallo schema statico del solaio appoggiato sulle travi.

Nel primo caso, si assume che il vincolo estremo sul vano scala sia un appoggio semplice per via della non continuità dell'armatura. Con questa ipotesi si possono calcolare le due lunghezze di influenza (destra e sinistra) del pilastro.

$$\begin{cases} l_1^{dx} = 0.6 \cdot l_{dx} = 0.6 \cdot 5.65\,m = 3.39\,m \\ l_1^{sx} = 0.5 \cdot l_{sx} = 0.5 \cdot 4.50\,m = 2.20\,m \end{cases}$$

per un totale di

$$l_1 = 5.64\,m$$

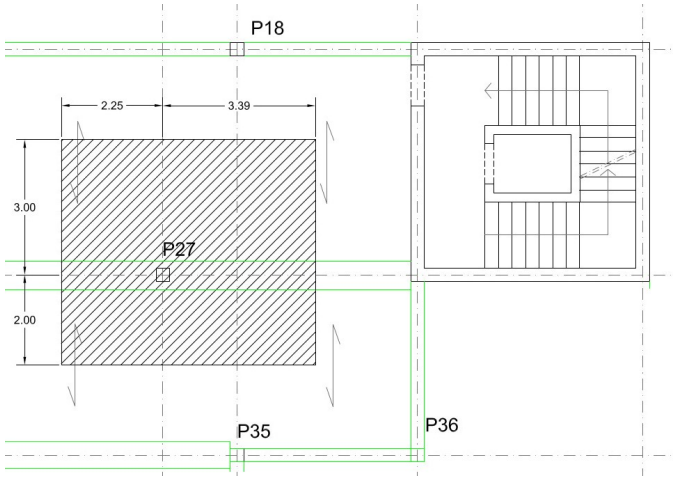


Figura 3.1: Area di influenza del pilastro $P27$ in copertura e secondo piano

Nel secondo caso, si ha uno schema statico di quattro campate e cinque appoggi, per cui

$$\begin{cases} l_2^{up} = 0.6 \cdot l_{up} = 0.6 \cdot 5.00\,m = 3.00\,m \\ l_2^{down} = 0.5 \cdot l_{down} = 0.5 \cdot 4.00\,m = 2.00\,m \end{cases}$$

dove *up* e *down* è riferito rispetto alla figura 3.1. La lunghezza totale della trave rispetto al solaio è di

$$l_2 = 5.00\,m$$

Si deduce che l'area di influenza in copertura è

$$A_{inf}^{cop} = 5.64 \cdot 5.00 = 28.20\,m^2$$

I carichi agenti in copertura sono:

- carico della neve;
- azione del vento;
- carico di categoria H per sola manutenzione.

oltre ai pesi propri strutturali e non degli elementi.

Si deduce che, moltiplicando i carichi variabili per l'area di influenza trovata poco sopra, si ricava l'azione assiale che essi generano sul pilastro.

$$\begin{cases} N_{Q_s} = q_{neve} \cdot A_{inf}^{cop} = 2.41 \cdot 28.20 = 67.96\,kN \\ N_{Q_{CAT.H}} = q_{CAT.H} \cdot A_{inf}^{cop} = 0.5 \cdot 28.20 = 14.10\,kN \\ N_{Q_w} = p_{vento} \cdot A_{inf}^{cop} = \pm 0.138 \cdot 28.20 = \pm 3.90\,kN \end{cases}$$

Come già detto, si deve tenere conto dei pesi degli elementi strutturali; perciò

$$\begin{cases} N_{G_1,trave} = 3.75\,\dfrac{kN}{m} \cdot (2.25 + 3.39)\,m = 21.15\,kN \\ \\ N_{G_1,solaio} = 3.60\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 28.20\,m^2 = 101.52\,kN \\ \\ N_{G_2,solaio} = 2.84\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 28.20\,m^2 = 80.09\,kN \end{cases}$$

mentre il peso totale del pilastro è

$$\begin{aligned} N^{tot}_{G_1,pilastro} &= 25\,\frac{kN}{m^3} \cdot (0.30 \cdot 0.30)\,m^2 \cdot (2.75 + 3.50 + 3.10 + 3.10 - (0.04 + 0.16 + 0.05))\,m = \\ &= 27.45\,kN \end{aligned}$$

Tenendo conto che la lunghezza di influenza del pilastro sulla trave è la medesima per tutti i piani si può definire l'azione totale generata dal peso della trave come

$$N^{tot}_{G_1,trave} = 4 \cdot N_{G_1,trave} = 4 \cdot 21.15 = 84.60\,kN$$

3.1.2 Piano Secondo

Il secondo piano può essere rappresentato con lo stesso schema statico della copertura; ne consegue che l'area di influenza è quella disegnata in figura 3.1 e vale

$$A^{P2}_{inf} = 28.20\,m^2$$

Variano, ovviamente, i carichi che sono applicati; in particolare

$$\begin{cases} N_{G_1,solaio} = 3.20\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 28.20\,m^2 = 90.24\,kN \\ \\ N_{G_2,solaio} = 4.62\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 28.20\,m^2 = 130.284\,kN \\ \\ N_{Q_{CAT.A}} = 2\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 28.20\,m^2 = 56.40\,kN \end{cases}$$

3.1.3 Piano Primo

Al piano primo la situzione cambia: mentre lato trave la lunghezza di influenza del pilastro è la stessa ($5.64\,m$), lato solaio si hanno delle differenze. Riportando in termini di schema statico, il solaio è appoggiato su tre appoggi ed ha, perciò, due campate. Ne consegue che le lunghezze di influenza, riportate graficamente in figura 3.2, sono calcolate come

$$\begin{cases} l_2^{up} = \dfrac{5}{8}\,cdotl = \dfrac{5}{8}\,cdot5.00\,m = 3.125\,m \\ l_2^{down} = \dfrac{5}{8}\,cdotl = \dfrac{5}{8}\,cdot4.00\,m = 2.50\,m \end{cases}$$

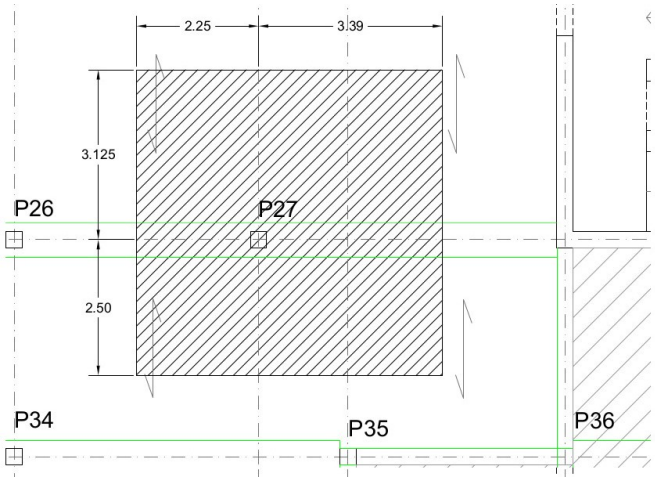


Figura 3.2: Area di influenza del pilastro $P27$ al piano primo

per un totale di

$$l_2 = 5.625\,m$$

e perciò un'area di influenza del pilastro di

$$A_{inf}^{P1} = 5.64\,m \cdot 5.125\,m = 31.73\,m^2$$

Le azioni di carichi e sovraccarichi sono

$$\begin{cases} N_{G_1,solaio} = 3.20\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 31.73\,m^2 = 101.536\,kN \\ \\ N_{G_2,solaio} = 4.62\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 31.73\,m^2 = 146.59\,kN \\ \\ N_{Q_{CAT.B2}} = 3\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 31.73\,m^2 = 95.17\,kN \end{cases}$$

3.1.4 Piano Terra

Il piano terra si differenzia leggermente dal piano precedente per l'area di influenza in quanto il solaio è formato da tre campate anziché due. Questo fa si che

$$l_1 = 5.64\,m$$

mentre

$$\begin{cases} l_2^{up} = 0.5\,cdotl = 0.5\,cdot5.00\,m = 2.50\,m \\ l_2^{down} = 0.6\,cdotl = 0.6\,cdot4.00\,m = 2.40\,m \end{cases}$$

per un totale di

$$l_2 = 4.90\,m$$

L'area di influenza del piano terra è di

$$A_{inf}^{PT} = 5.64\,m \cdot 4.90\,m = 27.636\,m^2$$

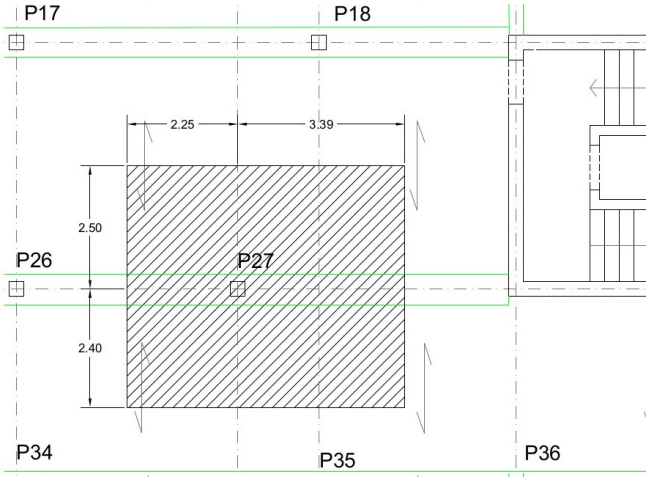


Figura 3.3: Area di influenza del pilastro $P27$ al piano terra

Le azioni generate dai carichi agenti sul piano sono

$$\begin{cases} N_{G_1,solaio} = 3.0\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 27.636\,m^2 = 99.50\,kN \\ \\ N_{G_2,solaio} = 4.62\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 27.636\,m^2 = 127.68\,kN \\ \\ N_{Q_{CAT.D1}} = 4\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 27.636\,m^2 = 110.54\,kN \end{cases}$$

3.1.5 Combinazione agli SLU

Le combinazioni agli stati limite vengono eseguite come combinazione lineare (somma) degli SLU su ogni piano. In particolare, avendo in copertura tre carichi variabili (neve, vento e carico di categoria), la combinazione massima sarà quella fra le tre che da l'effetto massimo (generalmente il carico con valore più alto). Agli altri piani, al contrario, grava un solo carico variabile (quello di categoria); la combinazione agli SLU è unica.

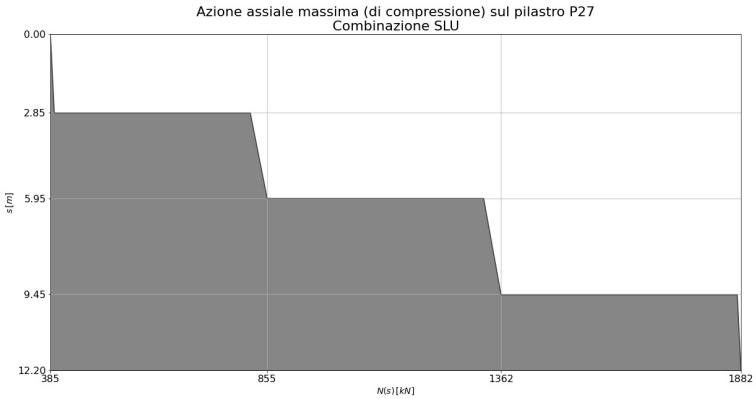
In definitiva si ha

$$\begin{aligned} N_{max}^{P27} =& \gamma_{G1_{SF}} \cdot (N_{G_1,pilastro}^{tot} + N_{G_1,trave}^{tot} + N_{G_1,solaio}^{cop} + N_{G_1,solaio}^{P2} + N_{G_1,solaio}^{P1} + N_{G_1,solaio}^{PT}) + \\ &+ \gamma_{G2_{SF}} \cdot (N_{G_2,solaio}^{cop} + N_{G_2,solaio}^{P2} + N_{G_2,solaio}^{P1} + N_{G_2,solaio}^{PT}) + \\ &+ \gamma_{Q_{SF}} \cdot (N_{Q_s} + \psi_w \cdot N_{Q_w} + \psi_{CAT.H} \cdot N_{Q_{CAT.H}} + N_{Q_{CAT.A}} + N_{Q_{CAT.B2}} + N_{Q_{CAT.D1}}) = \\ =& 1.3 \cdot (86.40 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\ &+ 1.5 \cdot (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + \\ &+ 1.5 \cdot (67.96 + 0 \cdot 14.10 + 56.40 + 95.17 + 110.54 + 0.6 \cdot 3.90) = \\ =& 1881.88\,kN \end{aligned}$$

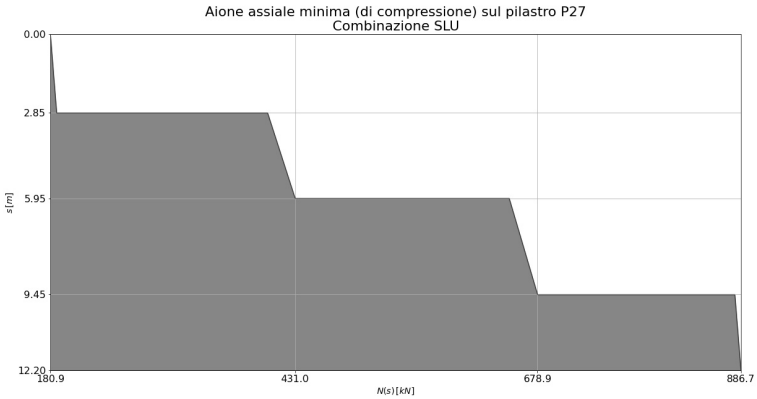
ricordando che i coefficienti di combinazioni sono quelli di tabella 3.1.

Tabella 3.1: Coefficienti dei carichi che agiscono sui pilastri

	γ_{SF}	γ_F	ψ_{0i}	ψ_{1i}	ψ_{2i}
G_1	1.3	1.0			
G_2	1.5	0.8			
NEVE	1.5	0	0.5	0.2	0
VENTO	1.5	0	0.6	0.2	0
CAT. H	1.5	0	0	0	0
CAT. A	1.5	0	0.7	0.5	0.3
CAT. B	1.5	0	0.7	0.5	0.3
CAT. D	1.5	0	0.7	0.7	0.6



(a) *Andamento dell'azione assiale massima sul pilastro P27*



(b) *Andamento dell'azione assiale minima sul pilastro P27*

Figura 3.4: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLU

Il valore minimo è

$$
\begin{aligned}
N_{min}^{P27} =& 1.0 \cdot (84.60 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\
& + 0.8 \cdot (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + 0 - 1.5 \cdot 3.90 = \\
=& 886.71\, kN
\end{aligned}
$$

L'andamento delle azioni di compressione massima e minima è riportato in figura 3.4.

3.1.6 Combinazione agli SLE rara

Come ormai è noto, la combinazione rara non necessita di coefficienti di sicurezza; perciò

$$
\begin{aligned}
N_{max}^{P27} =& (86.40 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\
& + (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + \\
& + (67.96 + 0 \cdot 14.10 + 56.40 + 95.17 + 110.54 + 0.6 \cdot 3.90) = \\
=& 1321.90\, kN
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
N_{min}^{P27} =& (86.40 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\
& + (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + \\
& + (0.5 \cdot 67.96 + 0 \cdot 14.10 + 56.40 + 95.17 + 110.54 - 3.90) = \\
=& 1281.68\, kN
\end{aligned}
$$

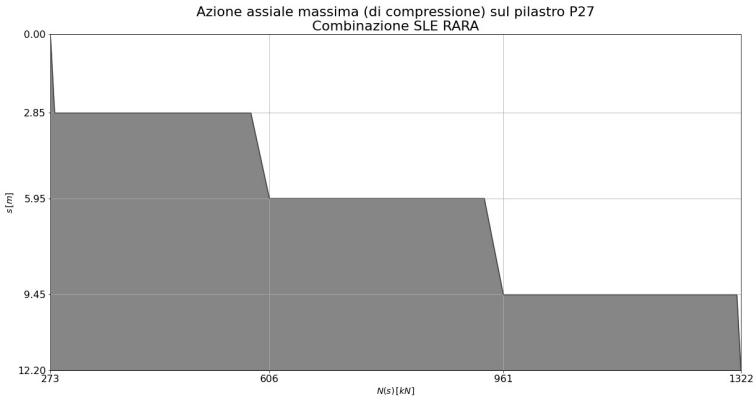
3.1.7 Combinazione agli SLE frequente

$$
\begin{aligned}
N_{max}^{P27} =& (86.40 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\
& + (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + \\
& + (0.2 \cdot 67.96 + 0 \cdot 14.10 + 0.5 \cdot 56.40 + 0.5 \cdot 95.17 + 0.7 \cdot 110.54 + 0 \cdot 3.90) = \\
=& 1156.245\, kN
\end{aligned}
$$

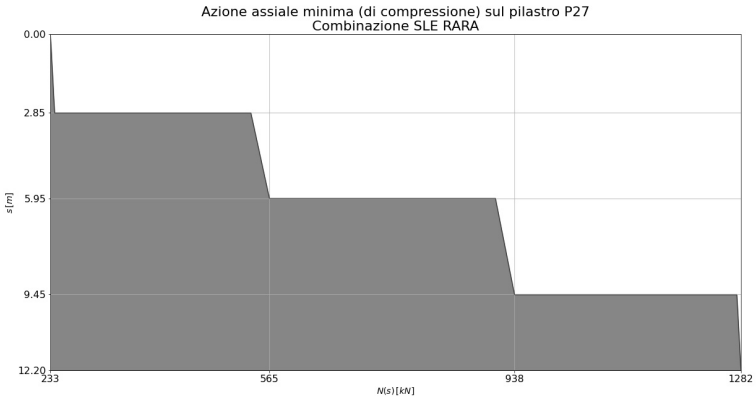
$$
\begin{aligned}
N_{min}^{P27} =& (86.40 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\
& + (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + \\
& + (0 \cdot 67.96 + 0 \cdot 14.10 + 0.3 \cdot 56.40 + 0.3 \cdot 95.17 + 0.3 \cdot 110.54 - 0.2 \cdot 3.90) = \\
=& 1100.505\, kN
\end{aligned}
$$

3.1.8 Combinazione agli SLE quasi permanente

Per gli SLE quasi permanente viene calcolata una sola configurazione di carichi, non essendoci combinazioni.

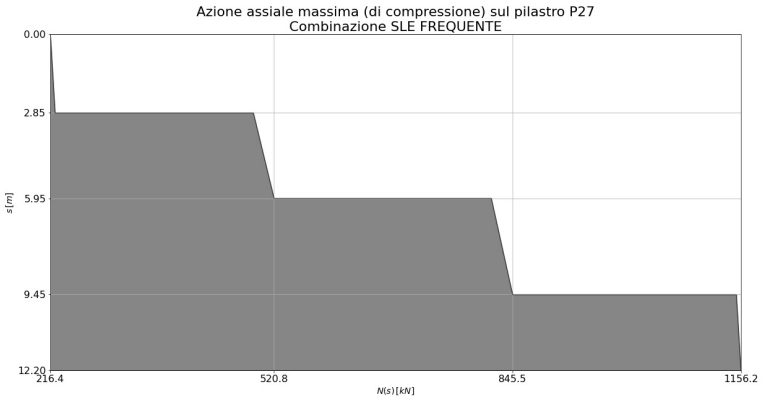


(a) *Andamento dell'azione assiale massima sul pilastro* $P27$

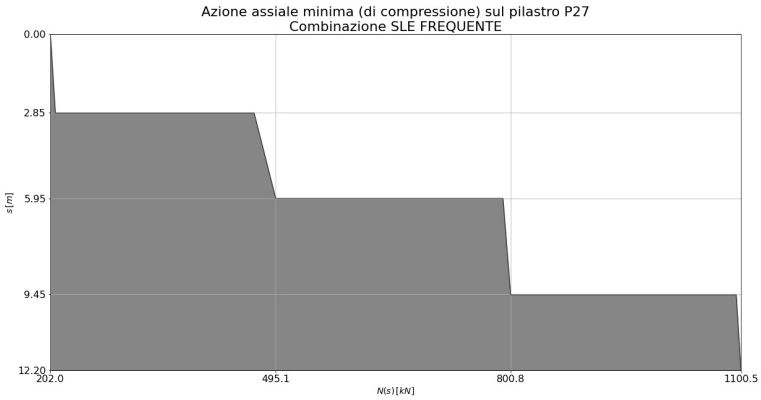


(b) *Andamento dell'azione assiale minima sul pilastro* $P27$

Figura 3.5: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLE rara



(a) *Andamento dell'azione assiale massima sul pilastro* $P27$



(b) *Andamento dell'azione assiale minima sul pilastro* $P27$

Figura 3.6: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLE frequente

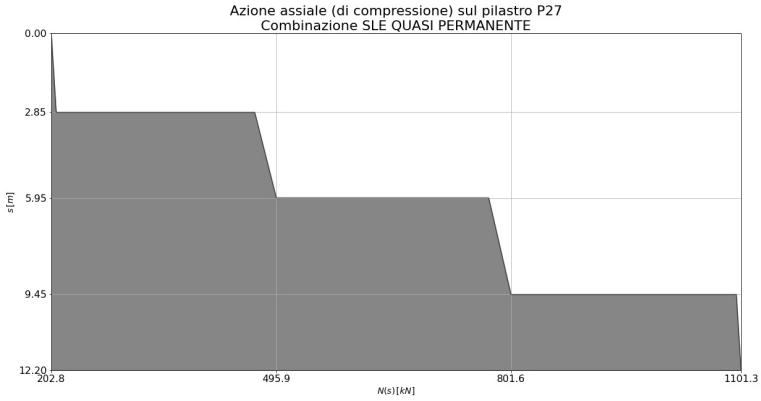


Figura 3.7: Andamento dell'azione interna di compressione sul pilastro $P27$ in combinazione SLE quasi permanente

$$
\begin{aligned}
N^{P27} =& (86.40 + 27.45 + 101.52 + 90.24 + 101.536 + 99.50) + \\
&+ (80.09 + 130.284 + 146.59 + 127.68) + \\
&+ (0 \cdot 67.96 + 0 \cdot 14.10 + 0.3 \cdot 56.40 + 0.3 \cdot 95.17 + 0.6 \cdot 110.54 + 0 \cdot 3.90) = \\
=& 1101.285\, kN
\end{aligned}
$$

È così conclusa l'analisi delle sollecitazioni per il pilastro $P27$.
Seguono i calcoli per il pilastro $P36$.

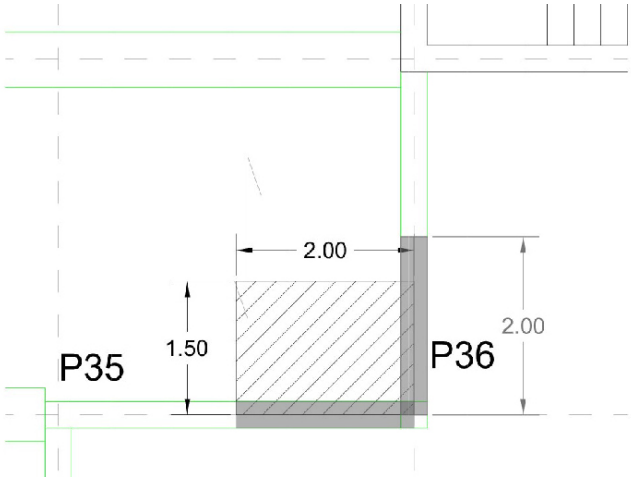


Figura 3.8: Area di influenza del pilastro $P36$ in copertura e al piano secondo

3.2 Pilastro $P36$

Il pilastro $P36$ è, in funzione dei piani, un pilastro d'angolo - cioè ha influenza solo verso l'interno dell'edificio, o di bordo - cioè divide i due ambienti interno ed esterno e quindi ha un'area di influenza anche sulla terrazza, o ancora un pilastro interno.

L'analisi di questo pilastro risulterà molto più laboriosa rispetto al precedente appunto per i motivi sopra descritti.

La sezione si articolerà il più possibile nella stessa maniera del precedente, dividendo in piani e studiandoli separatamente.

3.2.1 Copertura

In copertura il pilastro in esame risulta essere d'angolo. L'area di influenza è quella rappresentata in figura 3.8.

Lato trave, lo schema statico è una trave a una campata semplicemente appoggiata. La distanza di influenza è quindi

$$l_1 = 0.5 \cdot l = 0.5 \cdot 4.00\,m = 2.00\,m$$

Nell'altro senso, il solaio può essere schematizzato come a due campate; cioè

$$l_2 = \frac{3}{8}\,l = \frac{3}{8} \cdot 4.00\,m = 1.50\,m$$

L'area di influenza è perciò pari a

$$A_{inf}^{cop} = 2.00\,m \cdot 1.50\,m = 3.00\,m^2$$

Il carico strutturale del solaio genera la seguente azione sul pilastro

$$N_{G_1,solaio} = 3.60\,\frac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 10.80\,kN$$

mentre il peso totale del pilastro è il medesimo del $P27$

$$N_{G_1,pilastro}^{tot} = 27.45\,kN$$

Il peso strutturale delle travi, in funzione della lunghezza di influenza di quest'ultime ($2\,m$ per entrambe) è

$$N_{G_1,trave} = 3.75\,\frac{kN}{m} \cdot (2.00 + 2.00)\,m = 15\,kN$$

I carichi non strutturali, tenendo conto che in copertura non sono presenti tamponamenti, sono

$$N_{G_2,solaio} = 2.84\,\frac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 8.52\,kN$$

Infine, i carichi variabili

$$\begin{cases} N_{Q_s} = 2.41\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 7.23\,kN \\ N_{Q_{CAT.H}} = 0.50\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 1.50\,kN \\ N_{Q_w} = \pm 0.138\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = \pm 0.414\,kN \end{cases}$$

ricordando che in copertura è presente solo il carico da neve dovuto dal coefficiente di forma della copertura μ_1 e che il vento può dare un effetto positivo o negativo a seconda della direzioni in cui spira.

3.2.2 Piano Secondo

Il secondo piano, come già detto, è fondamentalmente uguale alla copertura in termini di schema statico. Cambiano ovviamente i carichi, che sono

$$\begin{cases} N_{G_1,trave} = 3.75\,\dfrac{kN}{m} \cdot (2.00 + 2.00)\,m = 15\,kN \\ N_{G_1,solaio} = 3.20\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 9.60\,kN \\ N_{G_2,solaio} = 4.62\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 13.86\,kN \\ N_{G_2,tamponamenti} = 10.48\,\dfrac{kN}{m} \cdot (2.00 + 2.00)\,m = 41.92\,kN \\ N_{Q_{CAT.A}} = 2\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 6.00\,kN \end{cases}$$

3.2.3 Piano Primo

Il piano primo è forse quello più complicato di tutti riguardo il calcolo dell'area di influenza. Infatti, il pilastro è sul contorno che divide l'ambiente interno dalla terrazza esterna. L'area di influenza è sintetizzata in figura 3.9

L'area di influenza interna è di

$$A^{P1}_{inf,int} = 1.50\,m \cdot 2.00\,m = 3.00\,m^2$$

mentre quella esterna è di

$$A^{P1}_{inf,ext} = (2.50 + 2.50)\,m \cdot 2.50\,m + 2.00\,m \cdot 2.00\,m = 16.50\,m^2$$

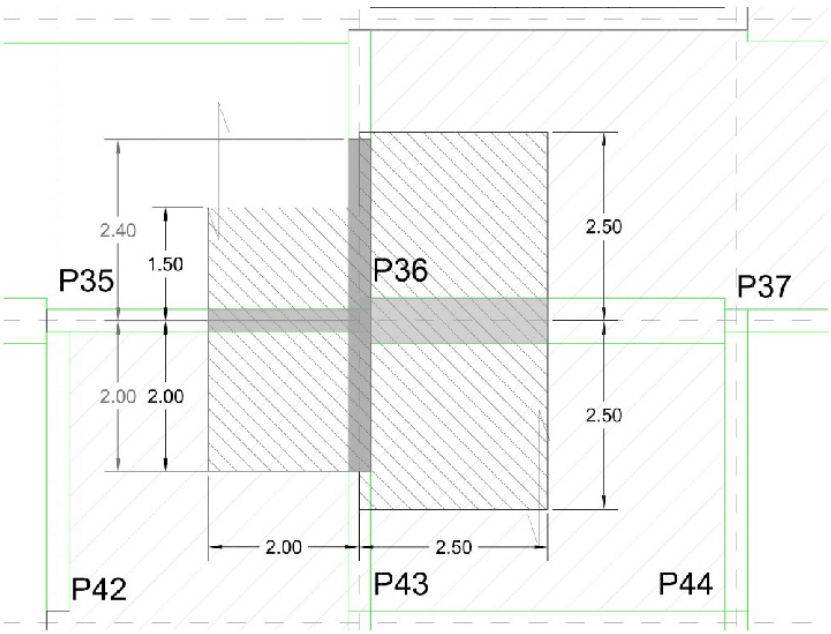


Figura 3.9: Area di influenza del pilastro $P36$ al piano primo

Il peso totale delle travi per il piano primo è di

$$N_{G_1,trave} = 3.75\,\frac{kN}{m} \cdot (2.00 + 2.50 + 2.40 + 2.00)\,m = 33.375\,kN$$

mentre i tamponamenti

$$N_{G_2,tamponamenti} = 9.20\,\frac{kN}{m} \cdot (2.00 + 2.40)\,m = 40.48\,kN$$

Si ha ora la necessità di suddividere in parte interna e parte esterna.

Solaio interno

Il solaio interno, genera le seguenti azioni sul pilastro in esame

$$\begin{cases} N_{G_1,solaio} = 3.20\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 9.60\,kN \\ N_{G_2,solaio} = 4.62\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 13.86\,kN \\ N_{G_2,tamponamenti} = 10.48\,\dfrac{kN}{m} \cdot (2.00 + 2.00)\,m = 41.92\,kN \\ N_{Q_{CAT.B2}} = 3\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 3.00\,m^2 = 9.00\,kN \end{cases}$$

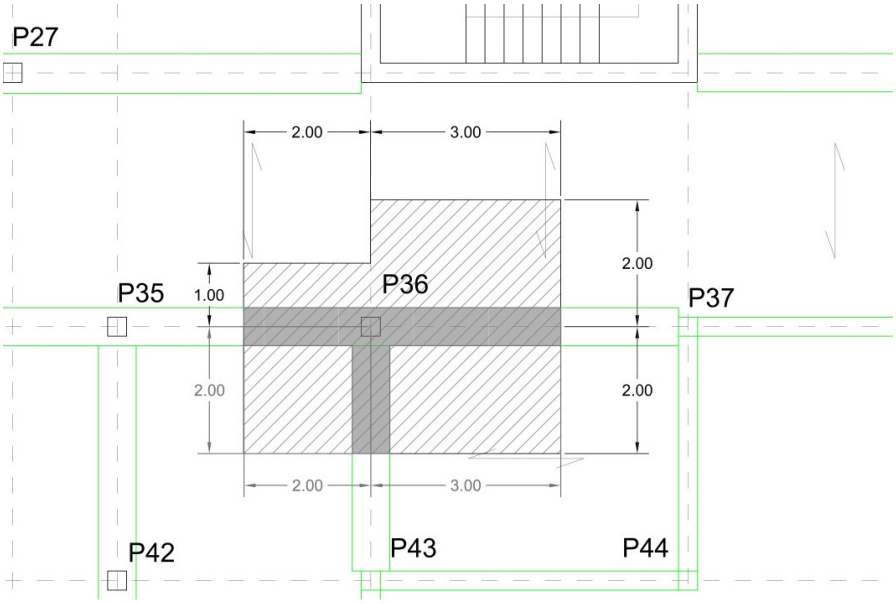


Figura 3.10: Area di influenza del pilastro $P36$ al piano terra

Terrazza

Lato terrazza, le azioni generate sono le seguenti

$$\begin{cases} N_{G_1,terr} = 3.20\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 16.50\,m^2 = 52.80\,kN \\ \\ N_{G_2,terr} = 2.215\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 16.50\,m^2 = 36.55\,kN \\ \\ N_{Q_{CAT.B}} = 4.00\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 16.50\,m^2 = 66.00\,kN \\ \\ N_{Q_s} = 4.90\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 16.50\,m^2 = 80.85\,kN \\ \\ N_{Q_w} = \pm 0.138\frac{kN}{m^2} \cdot 16.50\,m^2 = \pm 2.28\,kN \end{cases}$$

3.2.4 Piano Terra

Al piano terra il pilastro è interno. L'area di influenza è descritta dalla figura 3.10.

L'area di influeza al piano terra risulta essere

$$A_{inf}^{PT} = (1.00 \cdot 2.00 + 3.00 \cdot 2.00 + 2.00 \cdot 2.00)\,m^2 = 18\,m^2$$

Le azioni generate dai carichi sono

$$\begin{cases} N_{G_1,solaio} = 3.60\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 18.00\,m^2 = 64.80\,kN \\ \\ N_{G_1,trave} = 3.75\,\dfrac{kN}{m} \cdot (2.00 + 3.00 + 2.00)\,m = 26.25\,kN \\ \\ N_{G_2,solaio} = 4.62\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 18.00\,m^2 = 83.16\,kN \\ \\ N_{Q_{CAT.D1}} = 4.00\,\dfrac{kN}{m^2} \cdot 18.00\,m^2 = 72.00\,kN \end{cases}$$

Essendo un pilastro interno, non sono presenti tamponamenti che agiscono sulle travi.

3.2.5 Combinazione agli SLU

Dalla combinazione fondamentale si ricave che il massimo si ha massimizzando l'azione della neve.

$$\begin{aligned} N_{max}^{P36} =& 1.3 \cdot (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.80 + 26.25) + \\ &+ 1.5 \cdot (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\ &+ 1.5 \cdot (7.23 + 0 \cdot 1.5 + 0.6 \cdot 0.414 + 6 + 0.7 \cdot 9 + 0.7 \cdot 66 + 80.85 + 0.6 \cdot 2.28 + 72) = \\ =& 1031.89\,kN \end{aligned}$$

Il diagramma dell'andamento delle azioni è riportato in figura 3.11

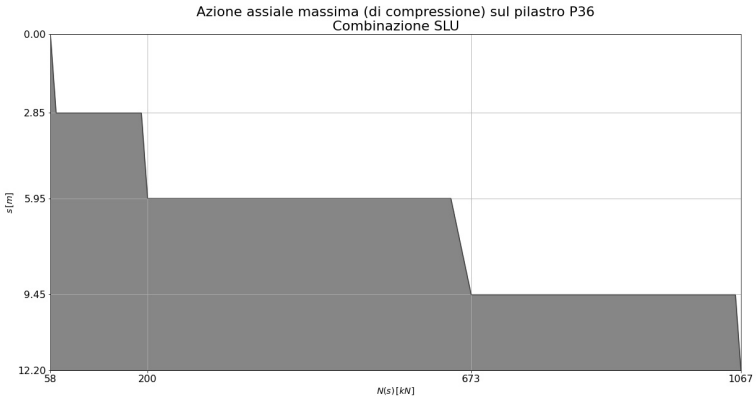
$$\begin{aligned} N_{min}^{P36} =& 1 \cdot (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.80 + 26.25) + \\ &+ 0.8 \cdot (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\ &+ 0 - 1.5 \cdot (0.414 + 2.28) = \\ =& 451.314\,kN \end{aligned}$$

3.2.6 Combinazione agli SLE rara

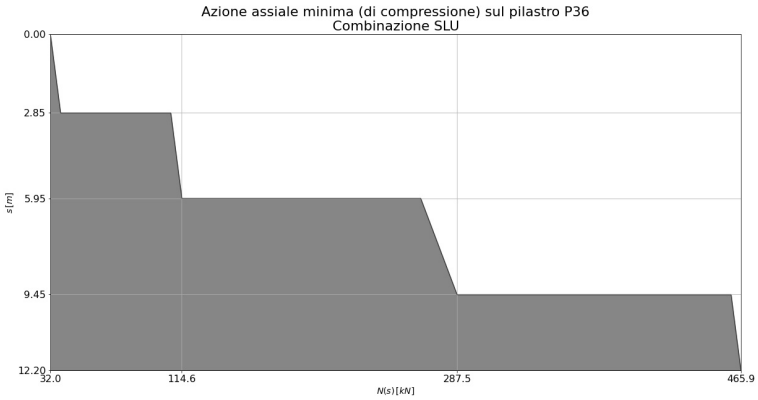
$$\begin{aligned} N_{max}^{P36} =& (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.80 + 26.25) + \\ &+ (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\ &(7.23 + 0 \cdot 1.5 + 0.6 \cdot 0.414 + 6 + 0.7 \cdot 9 + 0.7 \cdot 66 + 80.85 + 0.6 \cdot 2.28 + 72) = \\ =& 717.82\,kN \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{min}^{P36} =& (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.8 + 26.25) + \\ &+ (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\ &+ (0.5 \cdot 7.23 + 0 \cdot 1.5 + 0.414 + 6 + 0.7 \cdot 9 + 0.7 \cdot 66 + 0.5 \cdot 80.85 + 2.28 + 72) = \\ =& 680.259\,kN \end{aligned}$$

Il massimo si ha massimizzando l'azione della neve mentre il minimo massimizzando il carico dovuto al vento.

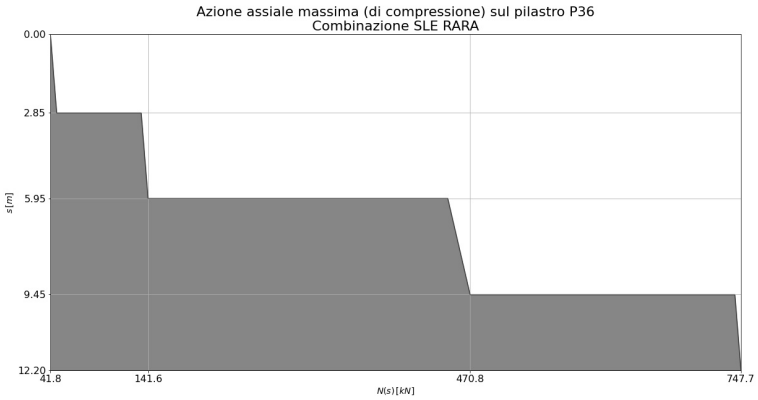


(a) *Andamento dell'azione assiale massima sul pilastro* $P36$

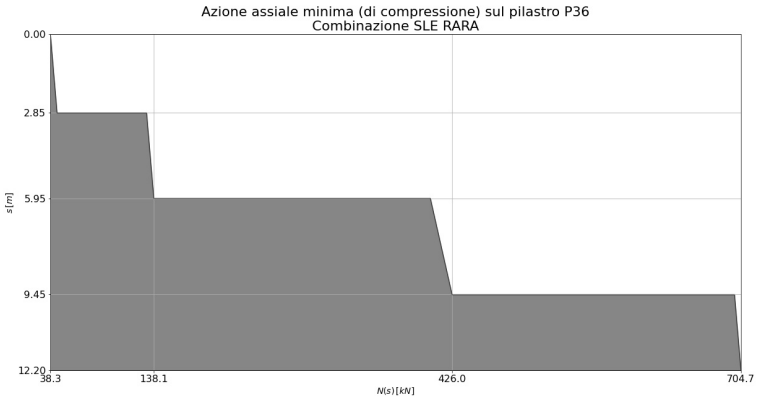


(b) *Andamento dell'azione assiale minima sul pilastro* $P36$

Figura 3.11: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLU

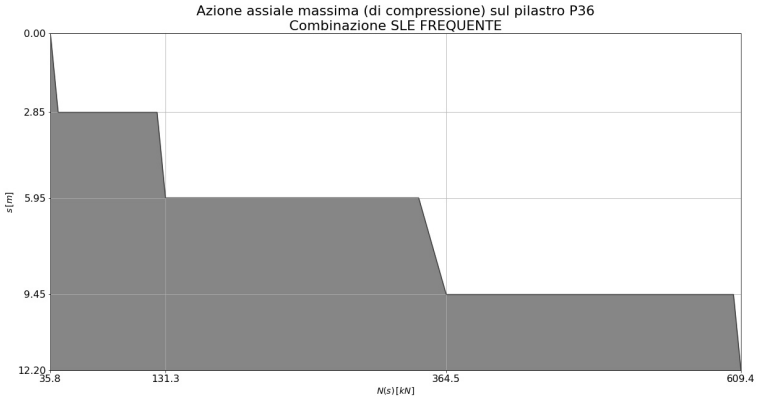


(a) *Andamento dell'azione assiale massima sul pilastro* $P36$

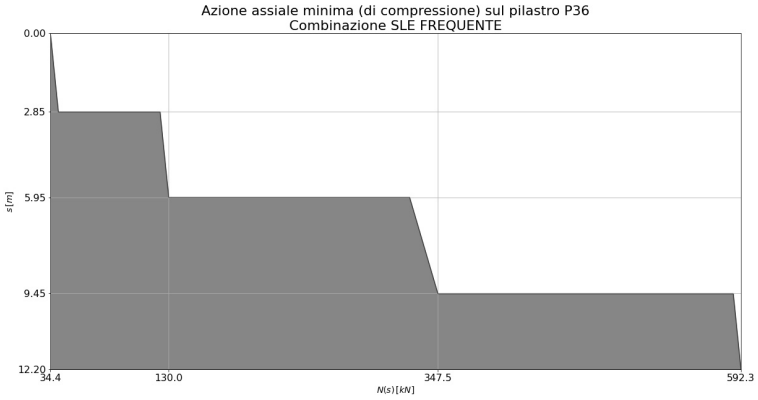


(b) *Andamento dell'azione assiale minima sul pilastro* $P36$

Figura 3.12: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLE rara



(a) *Andamento dell'azione assiale massima sul pilastro* $P36$



(b) *Andamento dell'azione assiale minima sul pilastro* $P36$

Figura 3.13: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLE frequente

3.2.7 Combinazione agli SLE frequente

$$
\begin{aligned}
N_{max}^{P36} =& (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.80 + 26.25) + \\
&+ (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\
&(0.2 \cdot 7.23 + 0 \cdot 1.5 + 0 \cdot 0.414 + 0.3 \cdot 6 + 0.3 \cdot 9 \\
&+ 0.3 \cdot 66 + 0.2 \cdot 80.85 + 0 \cdot 2.28 + 0.6 \cdot 72) = \\
=& 588.141\, kN
\end{aligned}
$$

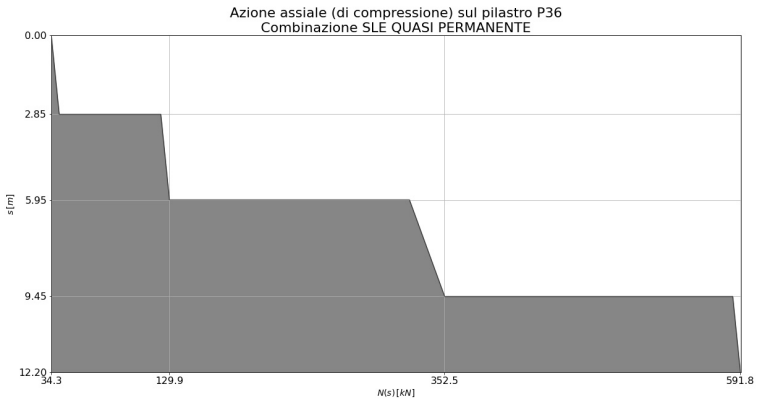


Figura 3.14: Andamento delle azioni interne di compressione sul pilastro $P36$ in combinazione SLE quasi permanente

$$
\begin{aligned}
N_{min}^{P36} =& (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.8 + 26.25) + \\
&+ (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\
&+ (0 \cdot 7.23 + 0 \cdot 1.5 + 0.2 \cdot 0.414 + 0.3 \cdot 6 + 0.3 \cdot 9 + \\
&+ 0.3 \cdot 66 + 0 \cdot 80.85 + 0.2 \cdot 2.28 + 0.6 \cdot 72) = \\
=& 572.06\, kN
\end{aligned}
$$

Anche in questo caso, il massimo si ha considerando il carico neve come principale, mentre il minimo considerando il vento.

3.2.8 Combinazione agli SLE quasi permanente

Per la combinazione quasi permanente si ha una sola combinazione

$$
\begin{aligned}
N^{P36} =& (27.45 + 15 + 10.8 + 15 + 9.60 + 33.375 + 9.60 + 52.80 + 64.80 + 26.25) + \\
&+ (8.52 + 13.86 + 41.92 + 13.86 + 36.55 + 40.48 + 83.16) + \\
&+ (0 \cdot 7.23 + 0 \cdot 1.5 + 0.2 \cdot 0.414 + 0.3 \cdot 6 + 0.3 \cdot 9 + \\
&+ 0.3 \cdot 66 + 0 \cdot 80.85 + 0.2 \cdot 2.28 + 0.6 \cdot 72) = \\
=& 570.525\, kN
\end{aligned}
$$

Capitolo 4

Conclusioni

Si conclude qui la relazione relativa all'analisi delle sollecitazioni su una trave e due pilastri. I risultati di maggior interresse sono sicuramente i diagrammi degli inviluppi delle sollecitazioni agli Stati Limite Ultimi (figure 2.17, 2.18, 3.4, 3.11) nonché le tabelle contenenti i valori massimi delle azioni interne della trave in esame (tabelle 2.5 e 2.6).

Sono comunque rilevanti anche i diagrammi degli Stati Limite di Esercizio per quanto riguarda la fessurazione degli elementi strutturali e gli spostamenti (vedi paragrafi relativi).

In definitiva i valori e i diagrammi riportati saranno utili per il dimensionamento degli elementi strutturali, argomento non trattato in questo corso.

Bibliografia

[1] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. *Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP.* Roma: Gazzetta Ufficiale.

[2] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. *Decreto 17 gennaio 2018.* Roma: Gazzetta Ufficiale.

[3] European Committee for Standardization. *Eurocode 2: Design of concrete structures.* The European Union.