$y = B_0 + B_1 x + u$ BDR

model $y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + u$ GDR

ÖRF $\Rightarrow \hat{y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 x_1 + \hat{B}_2 x_2$

$\hat{B}_1$ ve $\hat{B}_2$

$E(\hat{B}_1 | x) = B_1$

$Var(\hat{B}_1 | x) = \dfrac{\hat{\sigma}^2}{SST_1 (1 - R_1^2)}$

$$\boxed{\hat{B}_1 | X \sim (\underbrace{B_1}_{\text{ort}}, \underbrace{Var(\hat{B}_1)}_{\text{varyans}})}$$

$\hat{B}_1$ + Dağılımı $\Rightarrow B_1$ hakkında ne söylenebilir

GDR.8 : Normallik Varsayımı

Anakütle hata terimi u bağımsız değişken x'lerden bağımsızdır ve ortalaması 0'dır varyansı σ^2 olan normal dağılıma uyar.

$u \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ — independently identically distributed

- Normallik varsayımı ile GDR 5 - GDR 7 varsayımları sağlarız.

$E(u|X) = 0$

$E(u) = 0$

$Corr(u_i, u_j) = 0$

$Var(u) = \sigma^2$

* $\underbrace{\text{GDR1 - GDR7}}_{\text{Gauss-Markov}}$ + Normallik Vars. ⇒ Klasik Varsayımlar.

- Klasik varsayımlar altında SEKK P.T. $\hat{B}_j$-lar sadece doğrusal tahmin ediciler arasında değil, doğrusal olsun ya da olmasın tüm tahmin ediciler arasında sapmasız ve en küçük varyanslı olanlarıdır.

$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + \ldots + B_kx_k + u$

$E(y|X) = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + \ldots + B_kx_k$

$Var(y|X) = \sigma^2$

$$\boxed{y|X \sim N(B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + \ldots + B_kx_k, \sigma^2)}$$

ÖR: $X \sim N(0, \sigma^2)$ $E(X) = 0$

$Var(X) = \sigma^2$

$\boxed{Y = 2X + b}$ $\Rightarrow$ nasıl dağılır y ?

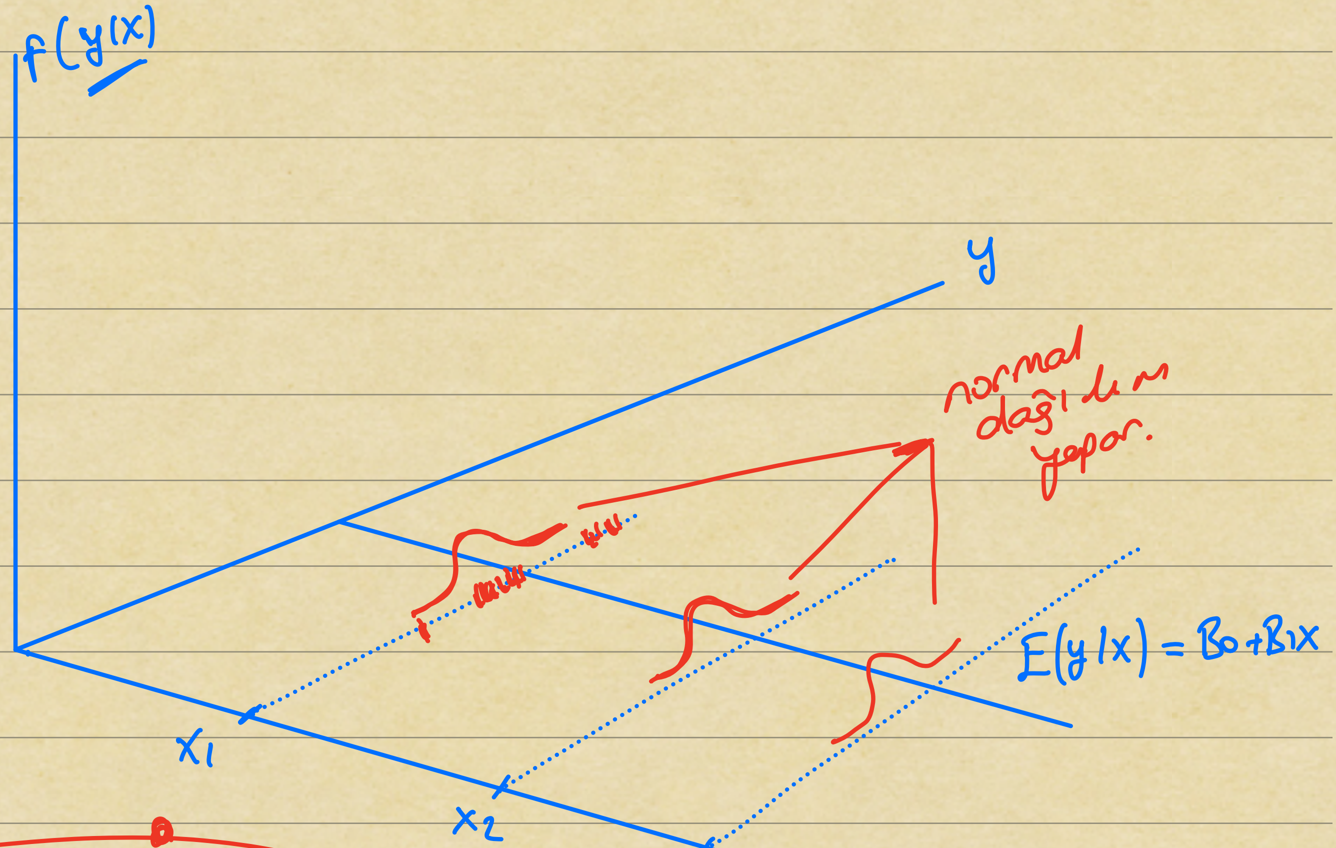
$$E(Y) = E(2x + b) = 2E(x) + b = 2\,0 + b = b$$

$$Var(Y) = Var(2X + b) = 2^2 Var(X) = 4\sigma^2$$

$$\boxed{Y \sim N(b, 4\sigma^2)}$$

$$\boxed{y|X \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k, \sigma^2)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E(y|X) &= E(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u \mid X) \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \end{aligned}}$$



$u = x_1 + x_2 + x_3$

$u = x_1 + x_2 + x_3$

yetenek Lokasyo sovuct

SEKK P.T. $\hat{B}_J$-ların ÖRNEKLEM DAĞILIMLARI

$$\hat{B}_J = \frac{\sum \hat{r}_{ij} y_i}{\sum \hat{r}_{ij}^2} = \sum w_{ij} y_i \qquad \boxed{w_{ij} = \frac{\hat{r}_{ij}}{\sum \hat{r}_{ij}^2}}$$

$$\hat{B}_J = \sum w_{ij} y_i$$

GDR1 - GD7 varsayımları altında SEKK p.t. $\hat{B}_J$'ların örneklem dağılımları

$$\hat{B}_J | X \sim \left(B_J \, , \, Var(\hat{B}_J) \right)$$

Normallik varsayımı eklendiğinde

$$\hat{B}_J | X \sim N\left(B_J \, , \, Var(\hat{B}_J) \right)$$

standardize edelim.

tahmin değeri

ortalama (hipotez testindeki değer olacak)

$$\frac{\hat{B}_J - B_J}{sd(\hat{B}_J)} \sim N(0,1)$$

$$sd(\hat{B}_J) = \frac{\sigma}{\sqrt{SST_i(1-R_i^2)}}$$

$$se(\hat{B}_J) = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{SST_i(1-R_i^2)}}$$

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - B_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$$

istatistik değeri

t_{n-k}

n= gözlem sayısı

k= bağımsız değişken sayısı   k= parametre sayısı

k+1 = parametre $n-(k+1) = n-k-1$

Maaş = $B_0 + B_1$ Eğitim

$\boxed{\hat{B}_1 | X \sim N(B_1, Var(\hat{B}_1))}$

t - Testi

① Sağ Kuyruk t-testi (Tek Yanlı Anlamlılık Testi)

- Çift kuyruk t-testine göre güçlüdür.
- Parametrenin işareti ilgili ön bir koşul varsa kullan.

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + \ldots + B_k x_k + u$$

Boş hipotez
null hipotez
temel hipotez
sıfır hipotez

$H_0: B_J = 0 \Rightarrow$ mevcut durum

$H_1: B_J > 0 \Rightarrow$ araştırılan durum

alternatif (karşı) hipotez.

hipotezden (H_0) gelen değer.

- $t_{\hat{B}_J} = \dfrac{\hat{B}_J - B_J}{se(\hat{B}_J)} = \dfrac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$

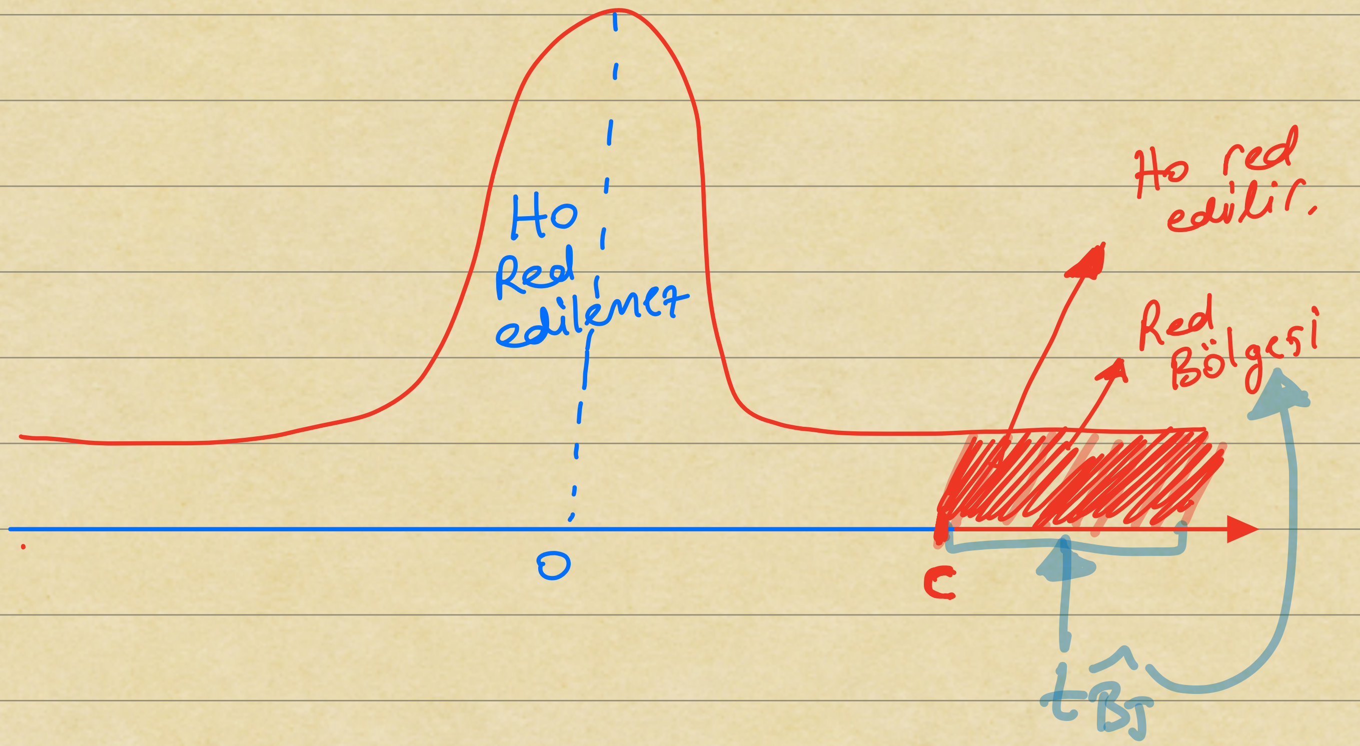
t-ist

- C = kritik değeri hesaplanmalı !!

- Karar Kuralı: Hesaplanan $t_{\hat{B}_J}$ test istatistiği ilgili anlamlılık düzeyinde (α) kritik değerden (c) büyükse Ho red edilir. Aksi takdirde Ho red edilemez.

$t_{\hat{B}_J} > c$ ise Ho RED EDİLİR.

$t_{\hat{B}_J} < c$ ise Ho RED EDİLEMEZ



α = anlamlılık düzeyi (hata payı)

↳ genelde alınan değer : %1, %5, %10

$\Downarrow$ 0.01, $\Downarrow$ 0,05, $\Downarrow$ 0.1

ÖR: α = %5 $\Rightarrow$ 100 kere test yaptığında 5 kere Ho doğru olduğunda Red edilir. 95 kere red edilmez.

Ho: masum

H1: masum değil (suçlu)

α = anlamlılık düzeyi.

		Gerçek	
		Ho Masum	H1 Suçlu
Karar	Masum	masumu masum buldu $1-\alpha$	suçlunun masum bulunması β (Tip 2 hatası)
		masumu suçlu buldu	suçlu olan kişi

suçlu	α (Tip I hatası)	sadece bulunur $1-B$

✓ $1-B \Rightarrow$ güç ↑

✓ $\alpha \Rightarrow$ hata ↓

Tip 1 hatası Tip 2 hatası

$\alpha \downarrow \Rightarrow B \uparrow \Rightarrow 1-B \downarrow$

değiş - tokuş var.

Ho (Gerçekte)

Ho ile ilgili Karar	Doğru	Yanlış
Red edilemez	Doğru Karar $1-\alpha$ (doğru negatif)	Yanlış Karar Tip 2 Hatası B yanlış negatif
Red edilir	Yanlış Karar Tip I hatası α (yanlış pozitif)	Doğru Karar $1-B$ (doğru pozitif)

$\alpha \downarrow$ ✓
$\boxed{1-B} \downarrow$ → hipotezin gücü

$\Rightarrow$ değiş tokuş

$\alpha \downarrow \Rightarrow B \uparrow \Rightarrow 1-B \downarrow$

- Tip II $(B) \downarrow \Rightarrow n \uparrow$ ya da $\alpha \uparrow$
  - → $1-B \uparrow$

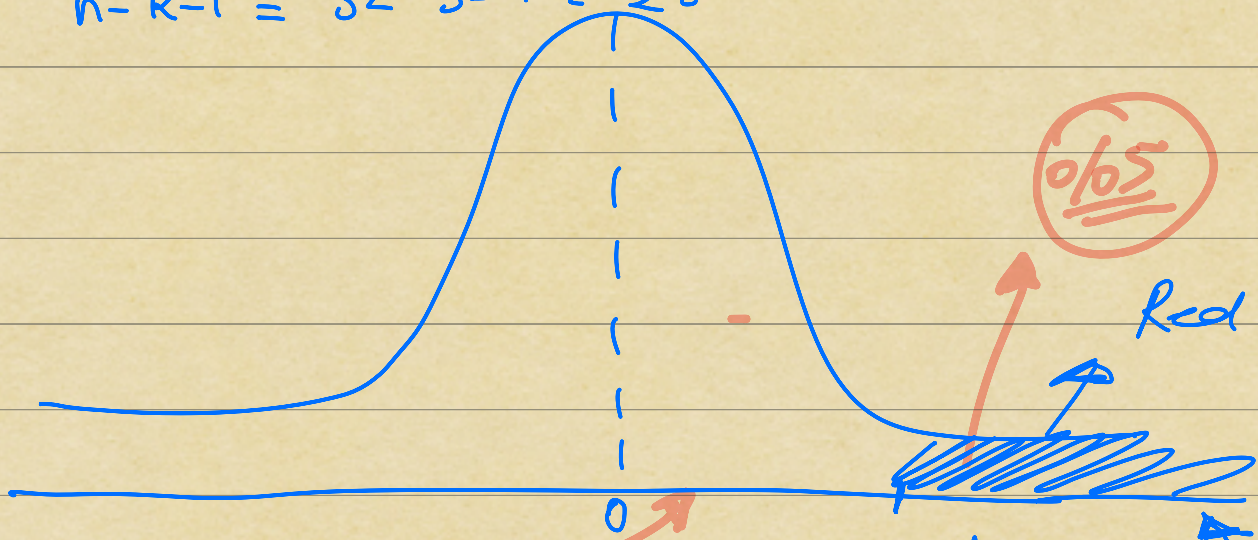
$C =$ kritik değerin hesaplanmalı
→ α verilmiş olsun

$C = t_{\alpha,\, n-k-1}$ $n-k-1 =$ serbestlik derecesi

Ör: Tek kuyruklu t-testi yapalım. (sağ-kuyruk)

$\alpha = \%5 \qquad n = 32 \qquad k = 3$

$n-k-1 = 32-3-1 = 28$



$c = t_{0.05,\,28}$

$c = 1.701$

$c = 1.701$

① $t_{\hat{B}_J} = 2.5 \implies$ Ho Red edilir.

$B_J > 0$ ✓ $\implies$ istatistiksel olarak anlamlı

② $t_{\hat{B}_J} = 1.5 \implies$ Ho Red edilemez ve B_J istatistiksel olarak anlamsız.

② Sol Kuyruk t-testi (Tek Yanlı Anlamlılık Testi)

$H_0: \; B_J = 0$

$H_1: \; B_J < 0$

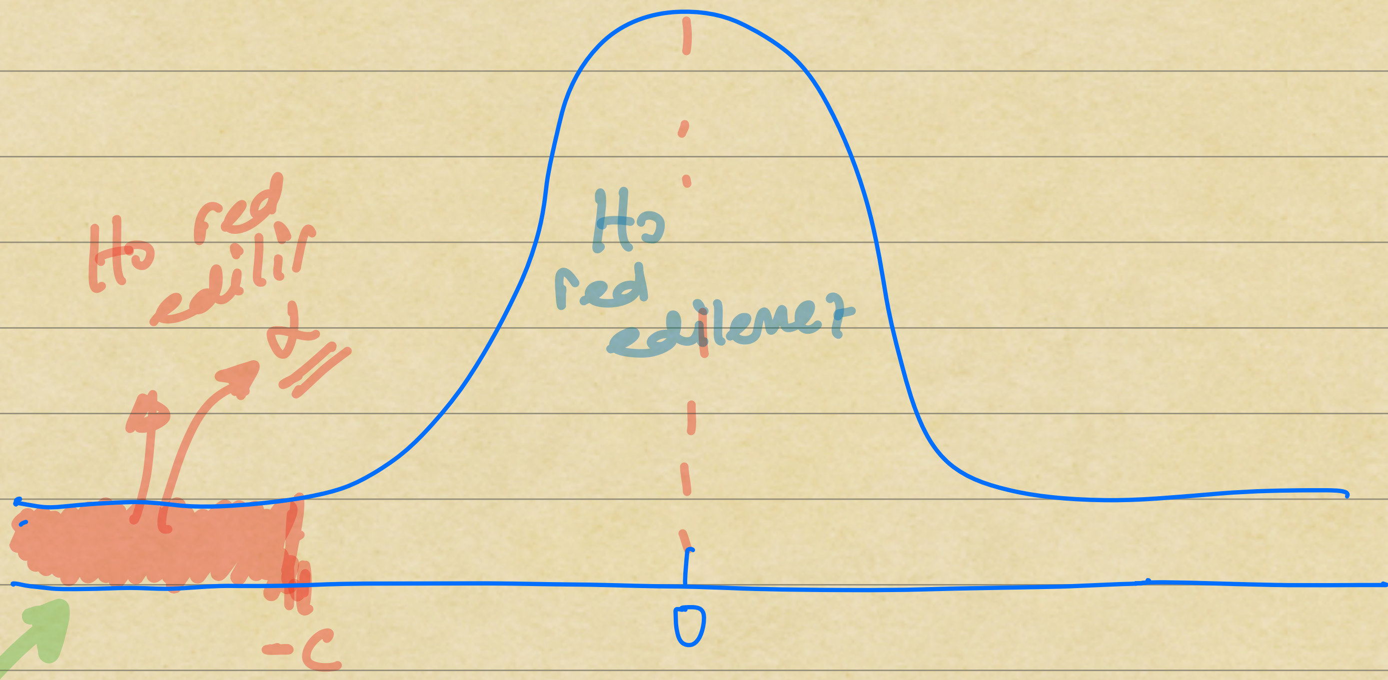
$t_{\hat{B}_J} = \dfrac{\hat{B}_J - B_J}{\ldots} = \dfrac{\hat{B}_J}{\ldots} \sim t_{n-k-1}$

$$\frac{\quad}{se(\hat{\beta}_J)} \qquad \frac{\quad}{se(\hat{\beta}_J)}$$

- Karar kuralı: Hesaplanan $t_{\hat{\beta}_J}$ test istatistiği ilgili anlamlılık düzeyindeki (α) kritik değerden $(-c)$ küçükse H_0 Red edilir. Aksi durumda H_0 red edilemez.

$t_{\hat{\beta}_J} < -c$ ise H_0 Red edilir

$t_{\hat{\beta}_J} > -c$ ise H_0 Red edilemez.



$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0{,}05 \\ n &= 24 \\ k &= 5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} c &= t_{0{,}05,\, n-k-1} \\ &= t_{0{,}05,\,18} \\ &= -1{,}734 \end{aligned}$$

$t_{\hat{\beta}_J} = -2 \qquad c = -1{,}734 \Rightarrow$ Karar

$t_{\hat{B}_J} = -2$

Karar? $\rightarrow$ H_0 red ediyoruz.

$H_1: B_J < 0$

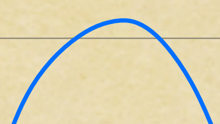
$B_J < 0 \Rightarrow$ istatistiki olarak anlamlı

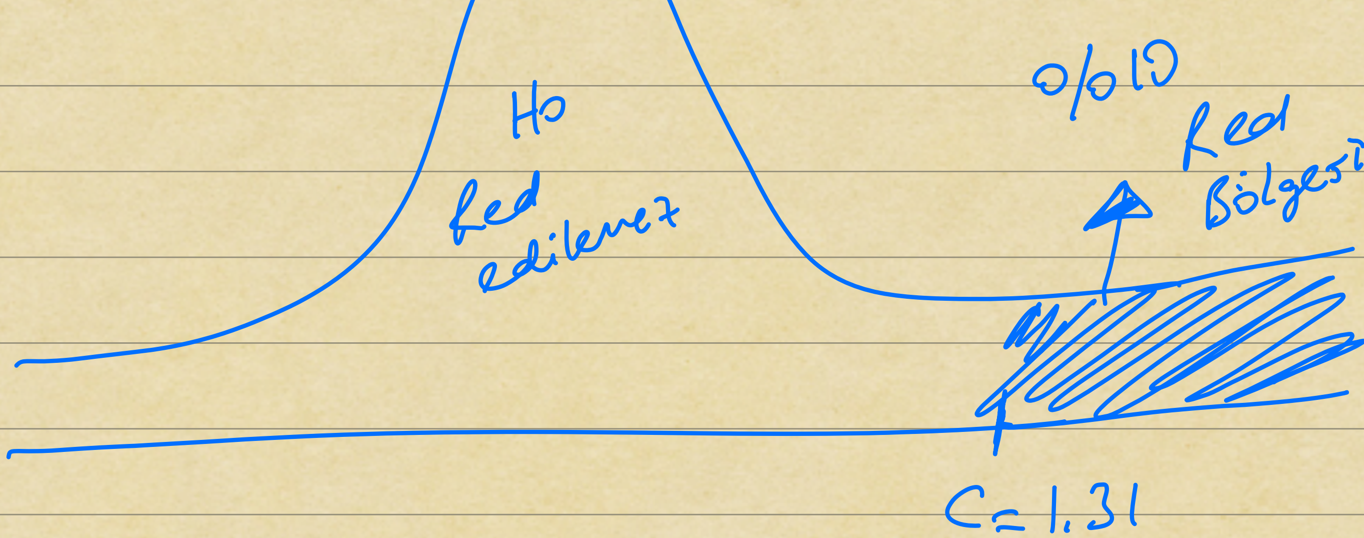
$H_0: B_J = 0$ $\quad \alpha = \%10$ $\quad t_{\hat{B}_J} = 2.2$

$H_1: B_J > 0$ $\quad n = 35$

$k = 4$

Karar nedir? $\quad c = t_{0.1, 30} = 1.31$





Hatırlatma :

$wage = \beta_0 + \beta_1 EDUC + u$

$\widehat{wage} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EDUC$

$\widehat{wage} = 1.5 - 17 EDUC$

$\hat{\beta}_1 = -17 \Rightarrow$? Problem

İktisadi olarak anlamsız

$\hat{\beta}_1 = +17$

Daha sonra istatistiki olarak anlamlı mı değil mi?

İki taraflı Anlamlılık Testi (Çift Kuyruk t testi)
(Two-Tailed t-test)

$y = \beta_0 + \beta_1 x + u$

$H_0: \beta_J = 0$
$H_1: \beta_J < 0$

$\beta_J = 0$
$\beta_J > 0$

$$\hat{y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 x + u$$

$$(se(\hat{B}_1))$$

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0: \; B_J = 0 \\ H_1: \; B_J \neq 0 \end{array}} \quad \left\{ \quad t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - \overbrace{B_J}^{=0}}{se(\hat{B}_J)} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1} \right.$$

$s.d = n - k - 1$

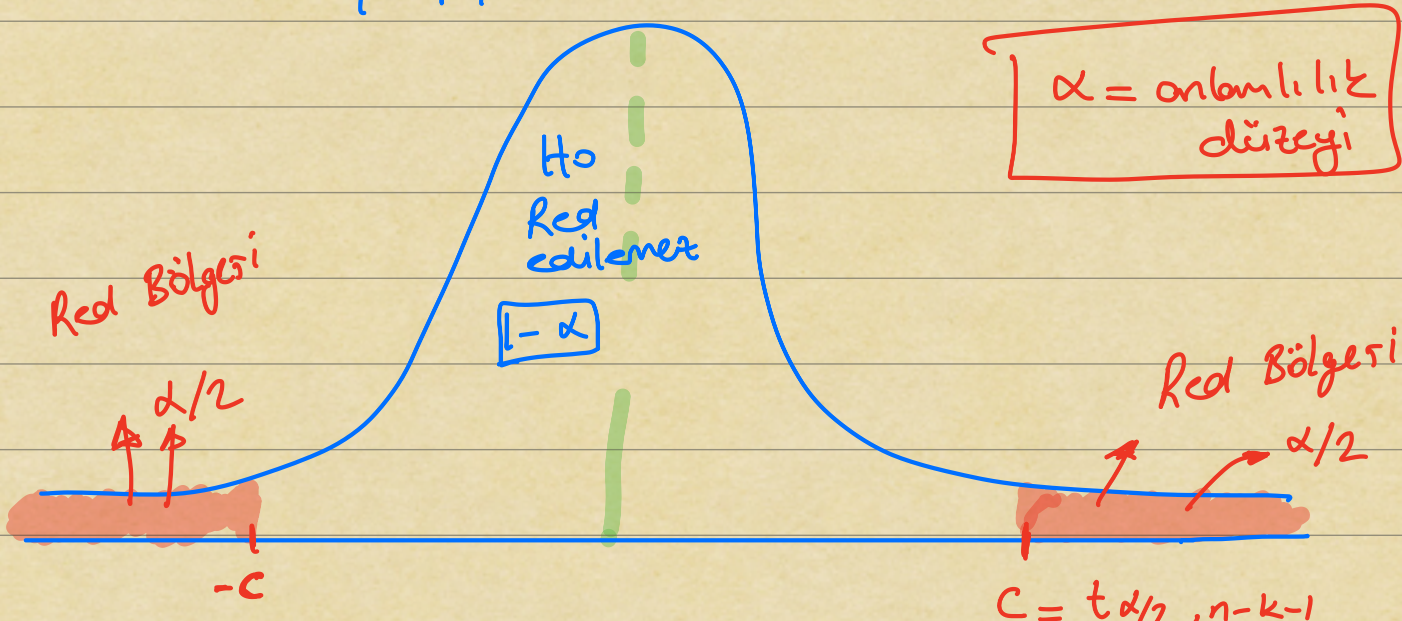
n → gözlem sayısı

k → bağımsız değişken sayısı.

Karar Kuralı: Hesaplanan $|t_{\hat{B}_J}|$ test istatistiği ilgili anlamlılık düzeyindeki (α) kritik değerinden $c = (t_{\alpha/2,\, n-k-1})$ büyükse Ho red edilir. Aksi durumda Ho red edilemez B_J'nin sıfırdan farklı olduğunu gösteren istatistiki bir kanıt yoktur.

$|t_{\hat{B}_J}| \geq c$ ise Ho RED

$|t_{\hat{B}_J}| < c$ ise Ho RED EDİLEMEZ



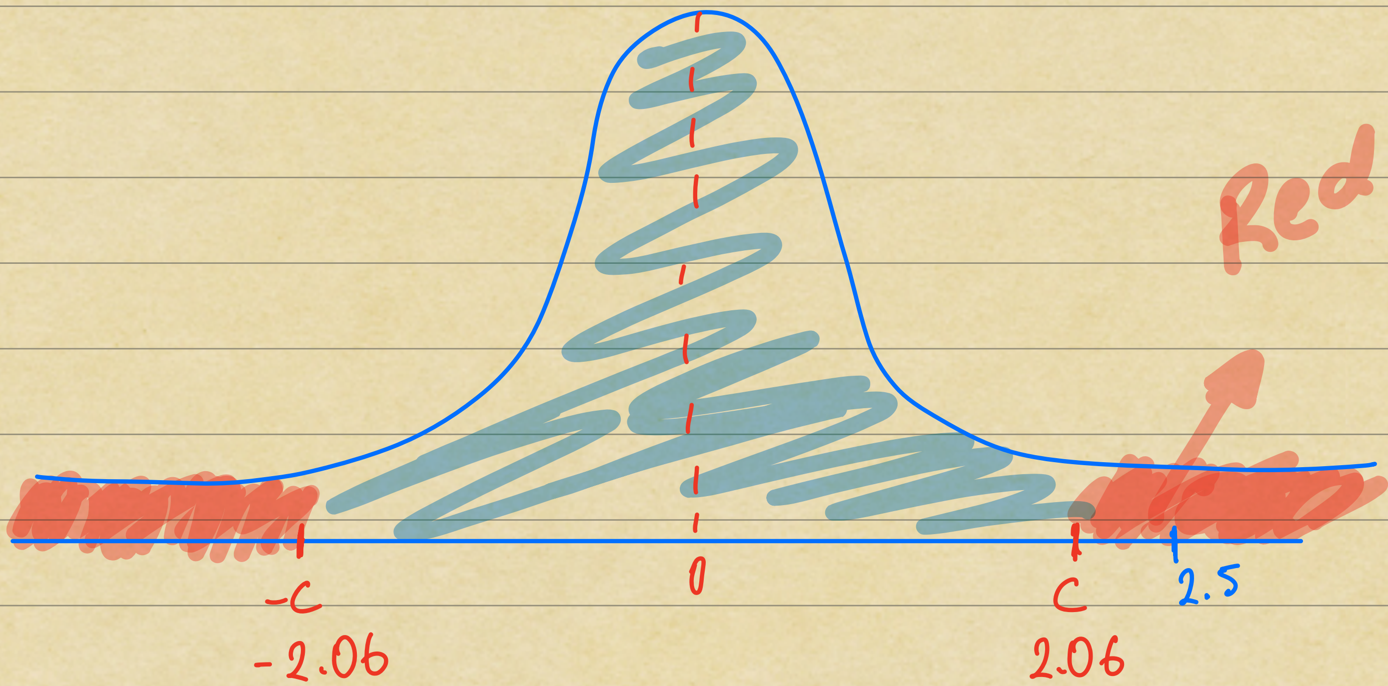
ÖR: $\hat{B}_J = 5$ $n = 30$ $\alpha = \%5$

$se(\hat{B}_J) = 2$ $k = 4$

Çift kuyruklu anlamlılık testi sonucu nedir?

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} = \frac{5}{2} = 2.5 \qquad c = t_{\alpha/2,\, n-k-1} = t_{0.025,\, 25}$$

$=$



H_0 Red edilir B_J istatistiki olarak anlamlıdır.

$\hookrightarrow$ B_J istatistiki olarak sıfırdan farklıdır.

ÖR 1 $\Rightarrow$ $\widehat{\ln(wage)} = \underset{(0,104)}{0.284} + \underset{(0.007)}{0.092}\, EDUC + \underset{(0.0017)}{0.04}\, exper$

$n = 526$ $+ \underset{(0.003)}{0.022}\, tenure$

① Egitim ? ⇒ Tek kuyruklu anlamlılık testi ?

sağ kuyruk

$\alpha = \%1$ $t =$

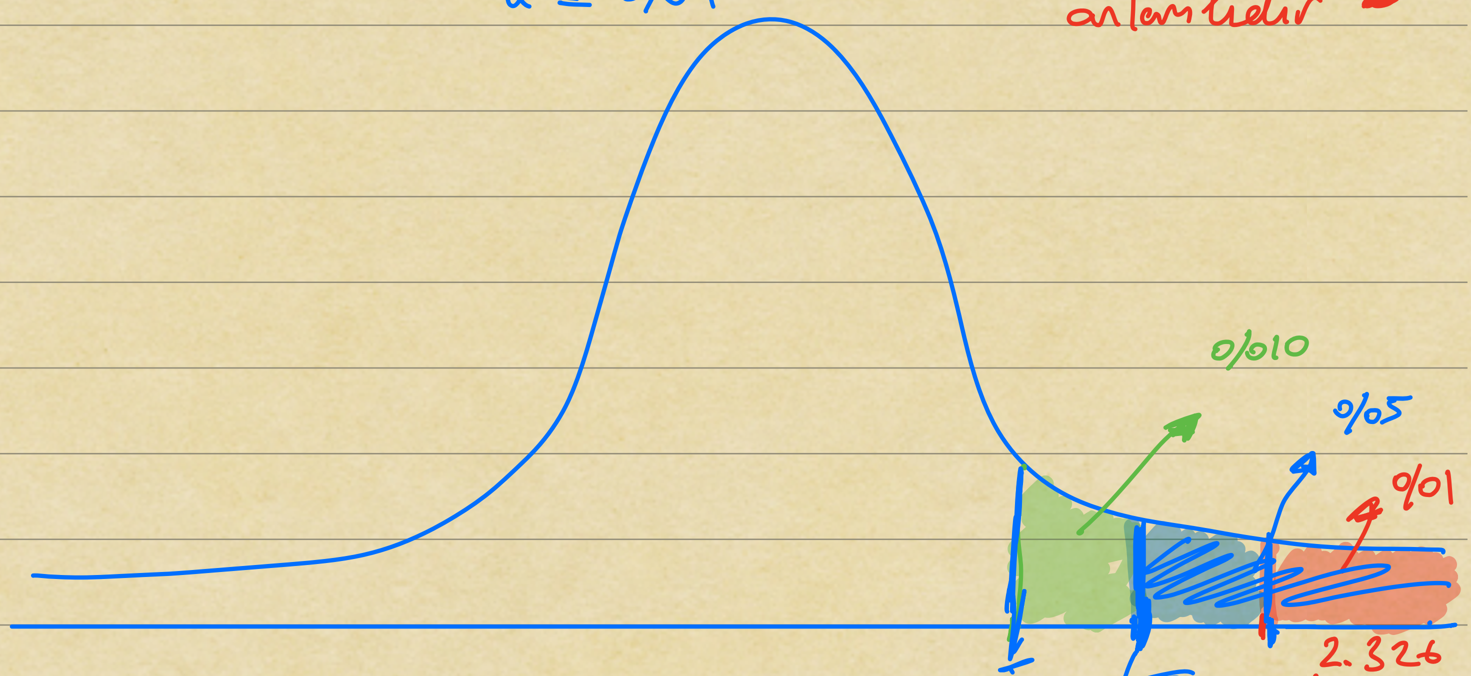
② Exper ? ⇒ Tek kuyruklu anlamlılık testi ?

→ $\alpha = \%10$

$\alpha = \%5$

$\alpha = \%1$

? %1'de anlamlı ise hepsinde anlamlıdır



$c = t_{0,01,\,s.d} = t_{0.01,522}$

$c = t_{0.05,\,s.d} = t_{0.05,\,522} = 1.645$

$c = t_{0.1,\,sd} = 1.282$

$= t_{0.1,\,522}$

$sd = n-k-1$

$= 526-3-1$

$= 522$

%1 ⇒ 2.326

%5 ⇒ 1.645

%10 ⇒ 1.282

①

EDUC

$t_{\hat{B}_J} = \dfrac{0.092}{0.007} = 13.1$

$\alpha = \%1$

$t_{\hat{B}_J} > 2.326$ ⇒ Ho Red edilir

ve

B_J istatistiki olarak sıfırdan büyük.

ÖR: $t_{\hat{B}_j} = 1.5$ $\Rightarrow$

%10 $\Rightarrow$ H_0 RED

%5 $\Rightarrow$ H_0 RED EDİLEMEZ

%1 $\Rightarrow$ // // //

(2)

exper

$\Rightarrow t_{\hat{B}_j} = \frac{0.04}{0.0017} = 23.52$

%1 $\Rightarrow$ H_0 RED

%5 $\Rightarrow$ H_0 RED

%10 $\Rightarrow$ H_0 RED

ÖR:

$$\hat{y} = 1.389 + \underset{(0,094)}{0.412}\, x_1 + \underset{(0,011)}{0,015}\, x_2 - \underset{(0,026)}{0.083}\, x_3$$

$n = 141$ $\quad R^2 = 0.23$

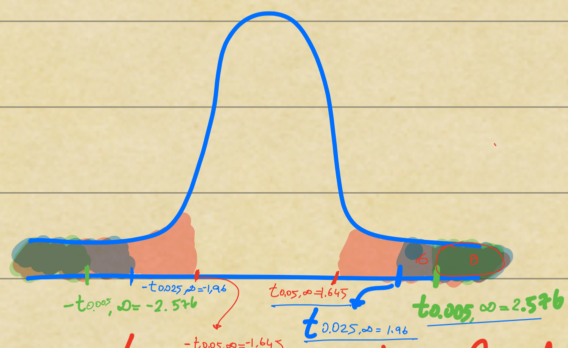
X_2 için çift kuyruklu anlamlılık testi $\rightarrow$ %1, %5, %10

$t_{\hat{B}_2} = \frac{0,015}{0,011} = 1.36$

%1 $\Rightarrow c = 2,576$

%5 $\Rightarrow c = 1,96$

%10 $\Rightarrow c = 1,645$



$s.d = n - k - 1$

$= 141 - 3 - 1$

$= 137$

%1 $\Rightarrow$ Ho Red edilmez

%5 $\Rightarrow$ // // //

%10 $\Rightarrow$ // // //

$\Rightarrow$ B_2 ist. olarak anlamsız

Çift Kuyruk t-testi (B_J-nin sıfırdan farklı değerleri için)

$\cancel{H_0: B_J = 0}$
$\cancel{H_1: B_J \neq 0}$

$H_0: B_J = a_J$
$H_1: B_J \neq a_J$

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - B_J}{se(\hat{B}_J)} = \frac{\hat{B}_J - a_J}{se(\hat{B}_J)}$$

Karar kuralı => daha önceki çift kuyruk t testinde yapılanın aynısı

Tek Kuyruk t-testi (B_J-nin sıfırdan farklı değerleri için)

SOL

$\cancel{H_0: B_J = 0}$ → $H_0: B_J = a_J$
$\cancel{H_1: B_J < 0}$ → $H_1: B_J < a_J$

SAG

$\cancel{H_0: B_J = 0}$ → $H_0: B_J = a_J$
$\cancel{H_1: B_J > 0}$ → $H_1: B_J > a_J$

ÖR:

$exp = e$

$$crime = exp(B_0)\, enroll^{B_1} exp(u) \Rightarrow e^{B_0} enroll^{B_1} e^{u}$$

$$\boxed{y = B_0 + B_1 x_1 + u}$$

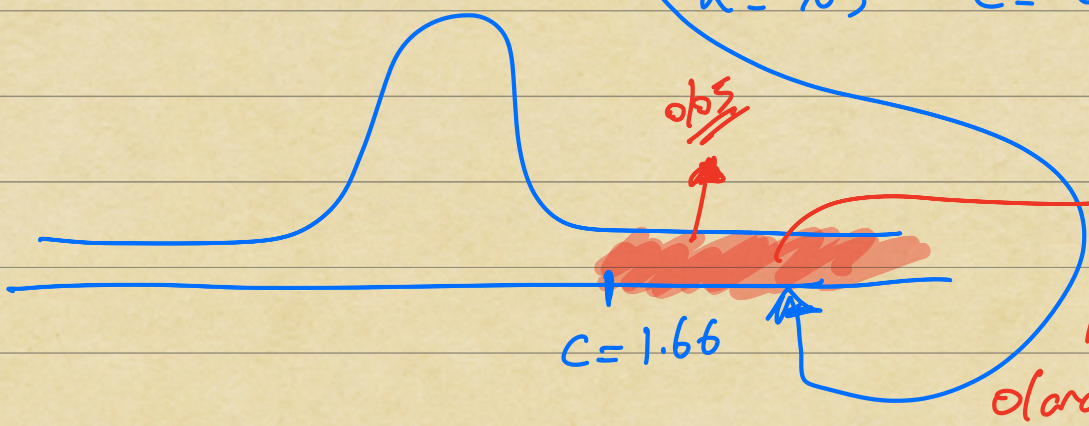
$ln(e) = 1$

$$\ln crime = B_0 + B_1 \ln(enroll) + u$$

$$\widehat{\ln crime} = \underset{(1.03)}{-6.63} + \underset{(0.11)}{1.27} \ln(enroll) \qquad n = 97$$

$$\left.\begin{array}{l} H_0: \; B_1 = 1 \\ H_1: \; B_1 > 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad t_{\hat{B}_1} = \frac{1.27 - 1}{0.11} = 2.45$$

$\alpha = \%5 \qquad c = t_{0.05,\,95} = 1.66$



H0 Red edilir

B1 ist. olarak 1`den büyük

t-testi için p-değerinin Hesaplanması

$n = 500 \quad k = 4 \quad s.d = 495 \rightarrow \infty$

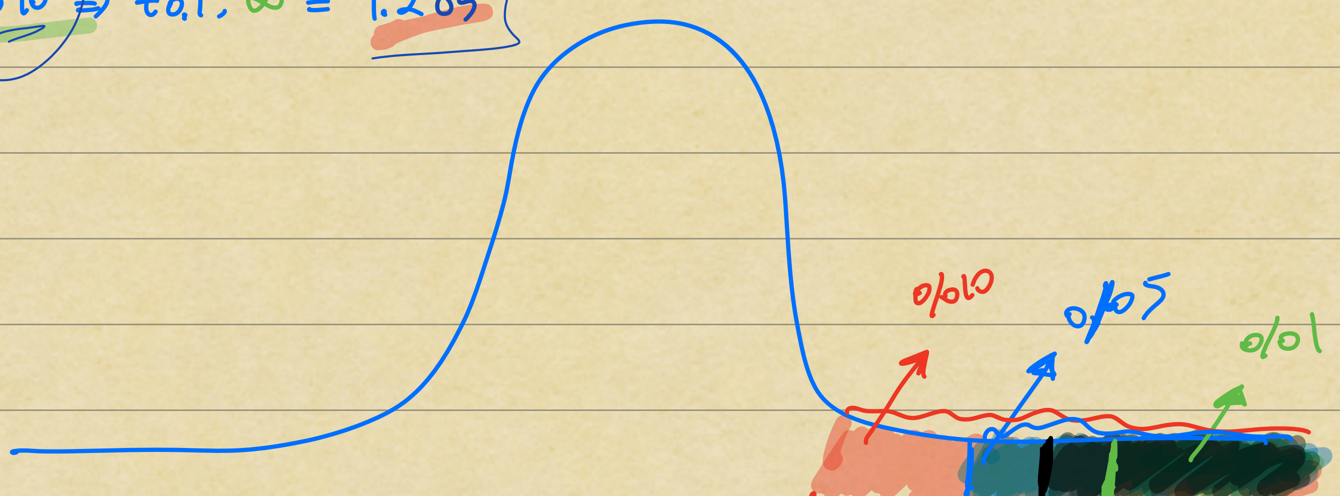
→ z dağılımına yakınsadı

$s.d = \infty$

$\%1 \Rightarrow t_{0.01,\,\infty} = 2.328$

$\%5 \Rightarrow t_{0.05,\,\infty} = 1.645$

$\%10 \Rightarrow t_{0.1,\,\infty} = 1.285$



$t_{0.1}=1.248$ $t_{0.05}=1.645$ $t_{0.01}=2.326$

$p <$ %1 => %1-de H_0 red edilir

$p <$ %5 => %5-de " " "

$p <$ %10 => %10-da " " "

→ p-değeri anlamlılık düzeyi α-dan düşük ise H_0 red edilir.

ÖR: Tek kuyruk

t-ist = 2 => tablodan p-değerini bul

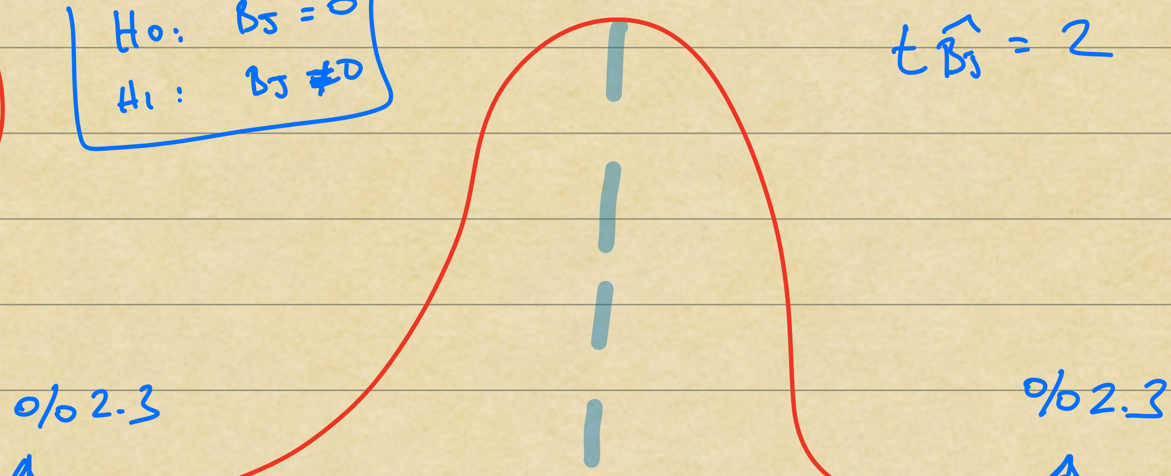
H_0 %5 anlamlılık seviyesinde red edilir.

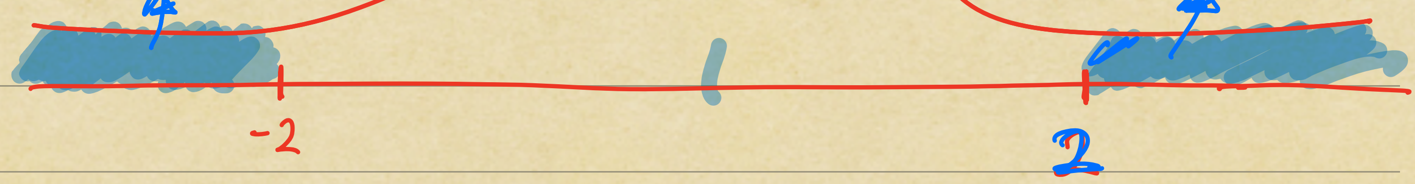
Çift kuyruk

$H_0: B_j = 0$

$H_1: B_j \neq 0$

$t_{\hat{B}_j} = 2$





p-değeri = %2.3 + %2.3

= %4.6 = 0.046

$\boxed{\begin{array}{l} H_0: \; B_J = 0 \\ H_1: \; B_J \neq 0 \end{array}} \Rightarrow t_{\hat{B}_J} = A \Rightarrow$ p-değeri = çift kuyruk

$= 2$

%1 $\Rightarrow$ H_0 Red edilmez

%5 $\Rightarrow$ H_0 Red edilir

%10 $\Rightarrow$ H_0 Red edilir.

p-değerin olabildiğince küçük olması istenir.

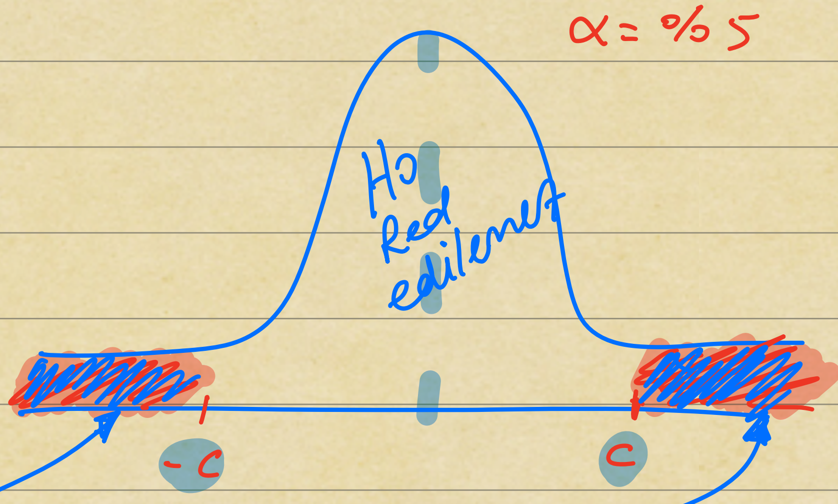
Çift Kuyruk Anlamlılık Testi

$H_0: B_J = 0$

$H_1: B_J \neq 0$

$\alpha = \%5$

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)\downarrow}$$



$\boxed{Var(\hat{B}_J)\downarrow} \Rightarrow se(\hat{B}_J)\downarrow \Rightarrow \boxed{\hat{B}_J \text{ daha}}$

hassas tahmin

$$\boxed{Var(\hat{B}_J) = \frac{\hat{\sigma}^2}{SST_J(1-R_J^2)}}$$

$\hat{\sigma}^2 \downarrow$
$SST_J \uparrow$

$n \uparrow \Rightarrow SST_J \uparrow \Rightarrow Var \downarrow$

Güçlü açıklayıcı değişken ekle $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\hat{\sigma}^2}} \downarrow \Rightarrow Var \downarrow$

Güven Aralıkları

* Klasik regresyon modeli varsayımları altında anakütle parametreleri için güven aralıkları oluşturulabilir.

↳ Çift kuyrukta

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$$

sd : $n-k-1$

α = anlamlılık düzeyi

c = kritik değer.

%$100(1-\alpha)$ güven aralığı şu şekilde oluşturulabilir

$$\hat{B}_J \pm c \cdot se(\hat{B}_J) \Rightarrow \text{güven aralığı}$$

$\underline{B_J} = \hat{B}_J - c \cdot se(\hat{B}_J)$
alt limit

$\overline{B_J} = \hat{B}_J + c \cdot se(\hat{B}_J)$
üst limit

$\hat{B}_J - c \cdot se(\hat{B}_J) < B_J < \hat{B}_J + c \cdot se(\hat{B}_J) \Rightarrow$ %$100(1-\alpha)$ güven aralığı

alt limit $\leq B_J \leq$ üst limit

$$\boxed{3 \leq B_J \leq 5}$$

* Olanaklı tüm örneklemleri çekersek ve her örneklem için regresyon tahmini yapıp, ilgili anakütle katsayısı için güven aralığı oluşturursak, bu güven aralıklarının %100(1−α) kadarı doğru parametre değerini içerecektir.

ÖR: $\alpha = 0.05$ için, 100 güven aralığından 95-nin doğru parametreyi içerdiğini söyler.

ÖR: s.d = 25 $\quad se(\hat{B}_J) = 1.2 \quad \hat{B}_J = 4$

$\alpha = 0.05$

$$\hat{B}_J - c \cdot se(\hat{B}_J) \leq B_J \leq \hat{B}_J + c \cdot se(\hat{B}_J)$$

$$c = t_{0.05/2,\,25} = t_{0.025,\,25} = 2.06$$

$$4 - 2.06 \times 1.2 \leq B_J \leq 4 + 2.06 \times 1.2$$

%100(1−α)

%95 $\leftarrow$ $\boxed{1,528 \leq B_J \leq 6.272}$

ÖR:

$$\widehat{\ln(price)} = \underset{(1.15)}{7.46} + \underset{(0.184)}{0.634}\ \ln(sqrt) - \underset{(0.059)}{0.066}\ bdrm$$

$$+ \underset{(0.075)}{0.158}\ bthrm$$

$$n = 19 \qquad R^2 = 0.806$$

lnsqrt için %95 güven aralığını hesaplayın.

$\alpha = 0.05$

$s.d = n-k-1$

$= 19-3-1$

$= 15$

$c = t_{0.05/2,\,15} = t_{0.025,\,15} = 2.131$

$$0.634 - 2.131 \times 0.184 \leq B_J \leq 0.634 + 2.131 \times 0.184$$

$$0.634 - 0.392 \leq B_J \leq 0.634 + 0.392$$

$\underline{\%95} \leftarrow \boxed{0.241 \leq B_J \leq 1.026}$

Güven aralığı 0 değerini içermediği için B_J istatistiki olarak 0'dan farklıdır yani istatistiki olarak anlamlıdır.

Red → $H_0:\ B_J = 0$

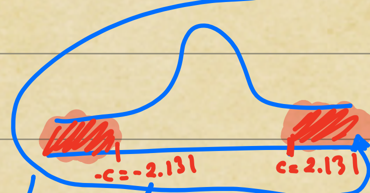
$\boxed{H_1:\ B_J \neq 0}$

$t_{0.025,15} = 2.131$

$se(\hat{B}_J) = 0{,}184$

$\hat{B}_J = 0{,}634$

$t_{\hat{B}_J} = \dfrac{0{,}634}{0.184} = 3.44$



ÖR: Eğer sonuç şu şekilde olsaydı

$$-1.5 \leq B_J \leq 3$$

güven aralığı 0 değerini içerdiği için B_J istatistiki olarak anlamsız derdi.

ÖR:

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0: B_J = \alpha \\ H_1: B_J \neq \alpha \end{array}}$$

⇒ Bunun eşleniği bir güven aralığı oluşturulmak istenirse.

$$t_{\hat{B}_J} = \frac{\hat{B}_J - \alpha}{se(\hat{B}_J)} \sim t_{n-k-1}$$

$$\underbrace{2 \leq B_J \leq 5}$$

eğer bu aralık α değerini içermiyorsa yandaki Ho hipotezi reddediliyordur.

* %90, %95 ve %99 güven aralıklarından hangisi daha geniştir.

%90 |——|

%95 |————|

%99 |——————|

Parametrelerin Tek Bir doğrusal Kombinasyonuna İlişkin Hipotez Testi

model $\ln(wage) = B_0 + B_1 jc + B_2 univ + B_3 exper + u$

$$\left.\begin{array}{l} H_0: B_1 = B_2 \\ H_1: B_1 < B_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} H_0: B_1 - B_2 = 0 \\ H_1: B_1 - B_2 < 0 \end{array}$$

⇒ Sol kuyruk t-testi

$$t = \hat{B}_1 - \hat{B}_2 - (B_1 - B_2)$$

$$t = \hat{B}_J - B_J$$

$$\frac{\qquad}{se(\hat{B}_1-\hat{B}_2)} \qquad\qquad \frac{\qquad}{se(\hat{B}_j)}$$

$$se(\hat{B}_1-\hat{B}_2)=\sqrt{Var(\hat{B}_1-\hat{B}_2)}$$

$$Var(\hat{B}_1-\hat{B}_2) = Var(\hat{B}_1)+Var(\hat{B}_2)-2\,Cov(\hat{B}_1,\hat{B}_2)$$

$$\boxed{\theta = B_1 - B_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} H_0:\ B_1-B_2=0 \\ H_1:\ B_1-B_2<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} H_0:\ \theta=0 \\ \boxed{H_1:\ \theta<0} \end{array} \qquad B_1=\theta+B_2$$

$$y = B_0+(\theta+B_2)x_1+B_2x_2+B_3x_3+u$$

$$y = B_0+\theta x_1+B_2(x_1+x_2)+B_3x_3+u$$

$\theta x_1 \rightarrow se(\hat{\theta})$

$$\ln(wage) = 1.43 + 0.098\,jc + 0{,}124\,univ + 0{,}019\,exper$$

değiştirilmiş

jc + univ

$$\ln(wage) = \underset{(0{,}27)}{1.43} - \underset{(0{,}018)}{\underline{0{,}026}}\,jc + \underset{(0{,}035)}{0{,}124}\,TOT + \underset{(0{,}008)}{0{,}019}\,exper$$

$n = 285 \qquad R^2 = 0.243$

$s.d = n-k-1$
$= 285-3-1$
$= 281$

$\alpha = \%5 \Rightarrow c = t_{0{,}05,\,281} = -1.645$

$$t\text{-ist} = \frac{-0.026}{0.018} = -1.44 \Rightarrow p = 0.075$$

$\alpha = \%10 \Rightarrow$ sonuç ? $\quad$ <u>Ho red edilir H1 kabul</u> edilir

$H_1 \Rightarrow \underline{B_1} < B_{\underline{2}}$

↳ yüksek okul maaş

üzerinde üniversiteye göre
daha az etkili

ÖR: $\ln(Boy) = B_0 + B_1 \ln(\text{ANNE BOY}) + B_2 \ln(\text{BABA BOY}) + u$

$$\left.\begin{array}{ll} H_0: & B_1 = B_2 \\ H_1 & B_1 \neq B_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{ll} H_0: & B_1 - B_2 = 0 \\ H_1 & B_1 - B_2 \neq 0 \end{array}$$

$$t\text{-is} = \frac{\hat{B}_1 - \hat{B}_2 - \overbrace{(B_1 - B_2)}^{=0}}{se(\hat{B}_1 - \hat{B}_2)}$$

$$\begin{array}{ll} H_0: & \theta = 0 \\ H_1: & \theta \neq 0 \end{array} \Rightarrow \theta = B_1 - B_2$$

$$\boxed{B_1 = \theta + B_2}$$

B_1

$$\ln(Boy) = B_0 + (\theta + B_2)\ln AB + B_2 \ln BB + u$$

$$\boxed{\ln(Boy) = B_0 + \theta \ln AB + B_2(\ln AB + \ln BB) + u}$$

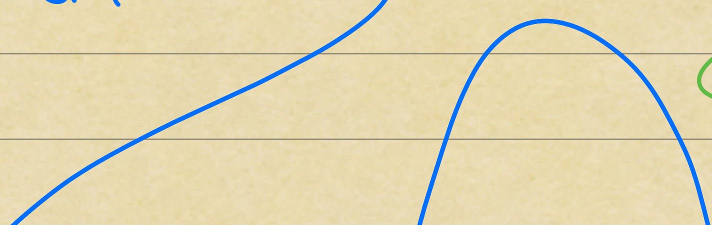
$$\ln(Boy) = 1.5 + \underset{(0.9)}{3} \cdot \ln AB + 4(\ln AB + \ln BB) + u$$

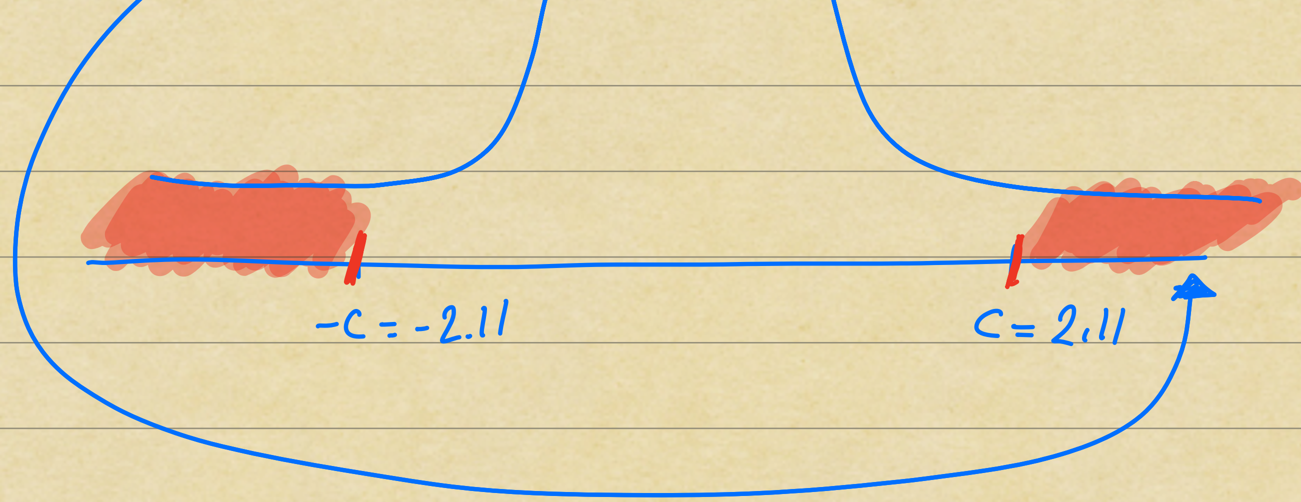
$n = 20$ $\quad \boxed{\alpha = \%5}$

s.d $= 20 - 2 - 1$
$= 17$

$$t = \frac{3}{0.9} = 3.33 \sim t_{n-k-1}$$

$c = t_{0{,}025,\,17} = 2{,}11$





Ho red edilir $(\theta = B_1 - B_2 = 0)$ Kısacası istatistiki olarak annenin boyu ve babanın boyu çocuk boyu üzerindeki etkisi eşit değildir.

F Testi (Birçok doğrusal kısıt aynı anda test ediliyor)

★ Regresyonda yer alan bir değişkenler grubunun birlikte y üzerinde anlamlı bir etkisinin olup olmadığını test etmek istiyoruz.

model

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + B_3 x_3 + B_4 x_4 + B_5 x_5 + u$$

$H_0: B_3 = 0,\ B_4 = 0,\ B_5 = 0$
$H_1: B_3 \neq 0,\ B_4 \neq 0,\ B_5 \neq 0$

$\Rightarrow$

$H_0: B_3 = B_4 = B_5 = 0$
$H_1:$ Ho doğru değil.
en az biri sıfırdan farklı

Ho hipotezi, x_3, x_4 ve x_5-in birlikte y üzerinde bir etkisinin olmadığını söyler. Alternatif hipotez ise en az birinin sıfırdan farklı olduğunu söyler.

Kısıtlanmamış (UnRestricted) Model

$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_4x_4 + B_5x_5 + u$

$\rightarrow SSR_{UR}$ ve R^2_{UR}

Kısıtlanmış (Restricted) Model

$$\boxed{y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + u}$$

SSR_r ve R^2_r

(1)

$$F\text{-ist} = \frac{(SSR_r - SSR_{ur})/q}{SSR_{ur}/(n-k-1)}$$

n = gözlem sayısı

k = bağımsız d. sayısı

q = kısıt sayısı

(2)

$$F\text{-ist} = \frac{(R^2_{ur} - R^2_r)/q}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}$$

$R^2_{UR} > R^2_r$

$SSR_r > SSR_{ur}$

$SST = SSE + SSR$

$R^2 = \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{SSR}{SST}$

$SSR = SST(1-R^2)$

$SSR_r = SST(1-R^2_r)$

$SSR_{ur} = SST(1-R^2_{ur})$

$F\text{-ist} \sim F_{q,\, n-k-1}$

q: paydaki = s.d.1

$n-k-1$: paydadaki s.d.2

s.d.1 = q

s.d.2 = $n-k-1$

$$\boxed{c = F_{\alpha, q, n-k-1}}$$

α = anlamlılık düzeyi

Karar Kuralı: F-ist > c ise Ho Red edilir.

c ise ilgili $F_{q,\,n-k-1}$ dağılımında α düzeyindeki kritik değerdir

ÖR: $y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + B_3 x_3 + B_4 x_4 + B_5 x_5 + u$

$n = 197$

$H_0: B_4 = B_5 = 0$ $\qquad \alpha = 0{,}05$

H_1: H_0 doğru değil

Kısıtlanmamış model

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + B_3 x_3 + B_4 x_4 + B_5 x_5 + u$$

$$R^2_{ur} = 0.0387$$

Kısıtlanmış Model

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + B_3 x_3 + u$$

$$R^2_{r} = 0.0364$$

$q = 2$ $\qquad$ $s.d.1 = q = 2$

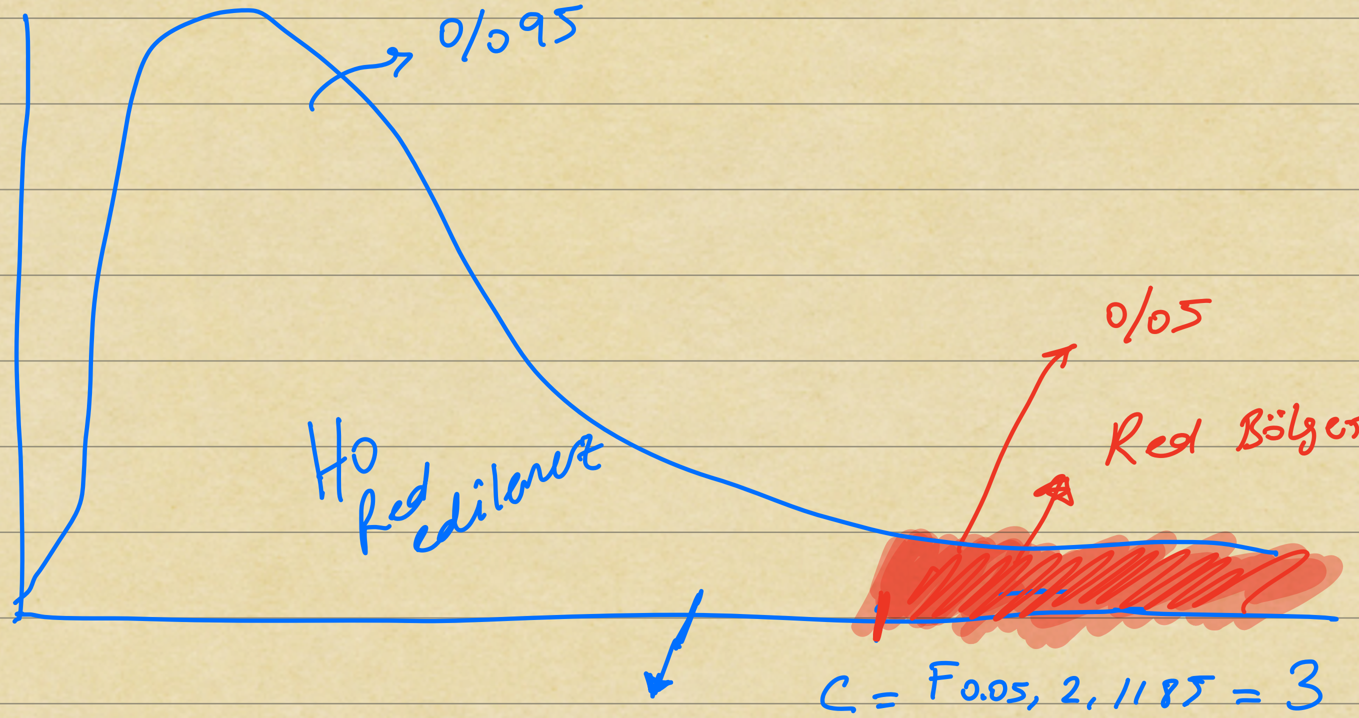
$n = 1191$ $\qquad$ $sd2 = n-k-1 = 1191-5-1 = 1185$

$k = 5$

$c = F_{0{,}05,\, 2,\, 1185} = ?$

$$\boxed{F\text{-ist} = \frac{\left(R^2_{ur} - R^2_{r}\right)/q}{\left(1 - R^2_{ur}\right)/(n-k-1)}}$$

$$F\text{-ist} = \frac{(0{,}0387 - 0{,}0364)/2}{(1 - 0.0387)/1185} = \underline{\underline{1.4376}}$$



$F = 1.4376$

Karar = Ho red edilemez.

Bu iki değişken birlikte istatistiki olarak anlamsızdır.

Regresyonun Bütün Olarak Anlamlılığı

$$y = B_0 + B_1 \underline{x_1} + B_2 x_2 + \ldots + B_k x_k + u$$

$H_0: \; B_1 = B_2 = \ldots = B_k = 0 \Rightarrow$ model çöp

$H_1: \; H_0$ doğru değil $\Rightarrow$ model istatistiki olarak anlamlı

Kısıtlanmamış Model

$$y = B_0 + B_1 x_1 + B_2 x_2 + \dots + B_k x_k + u$$

$\longrightarrow R^2_{ur}$ ve SSR_{ur}

Kısıtlanmış model

$$y = B_0 + u$$

$\longrightarrow R^2_r = 0$

$$F\text{-ist} = \frac{(R^2_{ur} - R^2_r)/q}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}$$

$$\boxed{F\text{-ist} = \frac{R^2_{ur}/k}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}} \sim F_{k,\,n-k-1}$$

ÖR:

$$\ln(\hat{y}) = \underset{(0.56)}{0.26} + \underset{(0.15)}{1.04}\,x_1 + \underset{(0.03)}{0.007}\,x_2 - \underset{(0.13)}{0.103}\,x_3 + \underset{(0,02)}{0.03}\,x_4$$

$\boxed{\alpha = \%1}$

$n = 88 \quad R^2 = 0,76$

$$\boxed{F\text{-ist} = \frac{R^2_{ur}/k}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)}}$$

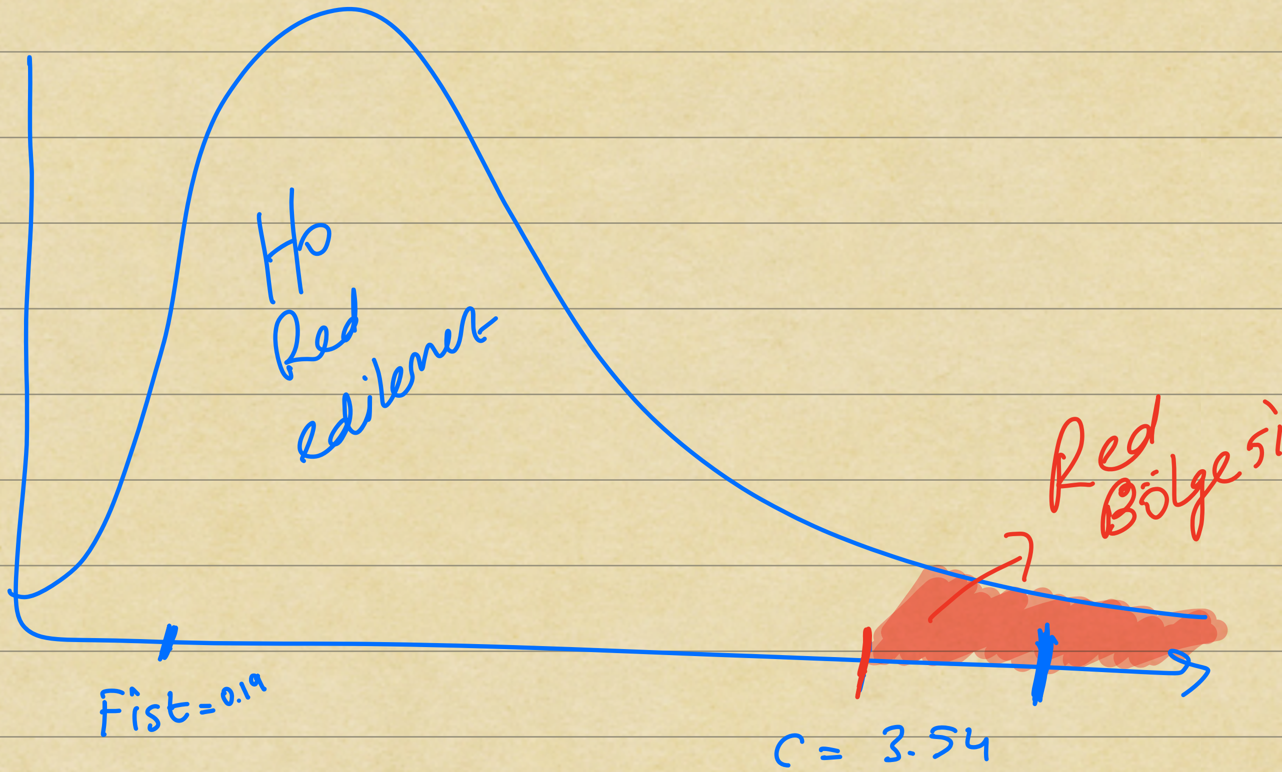
$c = F_{0{,}01,\,4,\,83} = 3.54$

$sd1 = 4$

$sd2 = 83$

$(1-R^2_{ur})/(n-k-1)$ sd2 = 83

$$= \frac{0.76 / 4}{(1-0.76) / 83} = 0.19$$



↳ Karar: Ho red edilemez
model istatitistiki olarak anlamsız