# Matematik ve İstatistik: Gözden Geçirme

## Ekonometri I

Dr. Ömer Kara[1]

[1] İktisat Bölümü
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi

13 Ekim 2021

# Taslak



# Motivasyon

Bu bölümde, sırasıyla aşağıdaki konular incelenecektir.

- Temel matematiksel araçlar
- Olasılık ve dağılım teorisine ait temel bilgiler
- İstatiksel çıkarsama

# Toplam Operatörü ve Özellikleri

## Toplam Operatörü

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

burada $i$ indeks; $n$ ise gözlem sayısıdır.

a, b, ve c sabit sayılar olmak üzere

1. Sabit bir sayının toplamı:

$$\sum_{i=1}^{n} c = nc$$

2. Sabit sayı ile çarpılan bir serinin toplamı:

$$\sum_{i=1}^{n} cx_i = c\sum_{i=1}^{n} x_i$$

# Toplam Operatörü ve Özellikleri

4. Sabit sayı ile çarpılan iki farklı serinin toplamı:

$$\sum_{i=1}^{n}(ax_i + by_i) = a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} y_i$$

5. İki serinin bölümünün toplamı ile toplamlarının bölümü:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{y_i} \neq \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i}$$

6. Serinin karesinin toplamı ile toplamının karesi:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \neq \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

# Bazı Betimsel İstatistikler

**Örneklem Ortalaması**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

burada $n$ gözlem sayısı, $\bar{x}$ ise örneklem ortalamasıdır.

1. Ortalamadan sapmaların toplamı sıfırdır.

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = 0$$

İspat:

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x}$$
$$= 0$$

# Bazı Betimsel İstatistikler

2. Ortalamadan sapmaların kareleri toplamı (tek seri için):

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n(\bar{x})^2$$

İspat:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) \\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + n(\bar{x})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n(\bar{x})^2 + n(\bar{x})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n(\bar{x})^2
\end{aligned}$$

# Bazı Betimsel İstatistikler

3. Ortalamadan sapmaların kareleri toplamı (çift seri için):

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y} \qquad \text{(Özellik 3.1)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} x_i (y_i - \bar{y}) \qquad \text{(Özellik 3.2)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) y_i \qquad \text{(Özellik 3.3)}$$

# Değişkenlerde Değişim

Başlangıç değeri $x_0$ ve son değeri ise $x_1$ olan bir $x$ değişkeninde

1. Oransal Değişim (Proportional Change)

$$\frac{(x_1 - x_0)}{x_0} = \frac{\Delta x}{x_0}$$

2. Yüzdesel Değişim (Percentage Change)

$$\%\Delta x = 100(\Delta x / x_0)$$

3. Yüzdesel Puan Değişimi (Percentage Point Change)

$$\%\Delta x_1 - \%\Delta x_0$$

**Örnek**: Enflasyon %30'dan sonra %45'e yükseldiğinde, $\%45 - \%30 = \%15$ puan değişmiş olur. Oysa, yüzdesel değişim, $\%\Delta x = 100(45 - 30)/30 = \%50$ olacaktır.

# Doğrusal Fonksiyonlar

- **Doğrusal fonksiyonlar** (linear functions), yorumlanması ve manipüle edilmesi basit oldukları için ekonometride önemli bir rol oynar.

## Doğrusal (Lineer) Fonksiyon

Eğer $x$ ve $y$ değişkenleri aşağıdaki gibi ilişkili ise $y$, $x$'in doğrusal bir fonksiyonudur.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$

$\beta_0$ ve $\beta_1$, $y$ ve $x$ değişkenleri arasındaki ilişkiyi tanımlayan rakamsal parametrelerdir.

- $\beta_0$ kesim (sabit) parametresi ($x_1 = 0$ olduğunda $y$'nin değerini belirtir), $\beta_1$ ise eğim parametresi olarak bilinir.
- Doğrusal fonksiyonun tanımlayıcı özelliği $y$'deki değişim her zaman $\beta_1$ çarpı $x$'deki değişim çarpı kadar olmasıdır. Diğer bir deyişle, $x$'in $y$ üzerindeki **marjinal etki**si (marginal effect) sabittir ve $\beta_1$'e eşittir.

$$\Delta y = \beta_1 \Delta x$$

# Doğrusal Fonksiyonlar

- Aylık ev harcaması ve gelir arasındaki ilişkinin aşağıdaki doğrusal fonksiyonla gösterildiğini varsayalım.

**Doğrusal Fonksiyon: Ev Harcaması vs. Gelir**

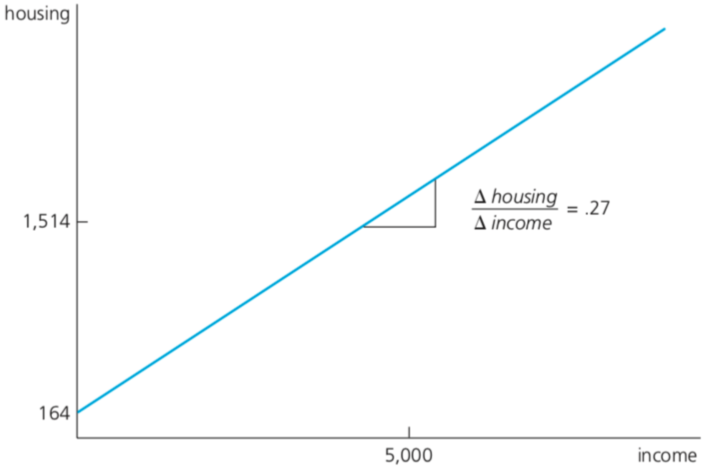
$$housing = \beta_0 + \beta_1 income$$

$$housing = 164 + 0.27\, income$$

*housing*: ev için yapılan harcama; *income*: gelir

- Fonksiyona göre her 1 dolarlık ekstra gelir için, 27 centlik ev harcaması yapılıyor. Örneğin, eğer ailenin geliri \$200 artarsa, bu durumda ev harcaması $0.27 * 200 = \$54$ artar.
- Bu doğrusal fonksiyona ait grafik Şekil 1'de gösterilmiştir.

# Doğrusal Fonksiyonlar




Şekil 1: Doğrusal Fonksiyon: Ev Harcaması vs. Gelir

*Kaynak*: Wooldridge (2016)

# Doğrusal Fonksiyonlar

- Lineer fonksiyonlar ikiden fazla değişken kullanılarak da kolayca tanımlanabilir.
- $y$'nin $x_1$ ve $x_2$ gibi iki farklı değişkene bağlı olduğunu varsaydığımız doğrusal fonksiyonun genel formu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

- Üç-boyutlu grafiği olan bu fonksiyonu iki boyutlu düzlemde göstermek zor olsa da
  - $\beta_0$ hala kesim (sabit) parametresidir ($x_1 = 0$ ve $x_2 = 0$ iken $y$'nin değerini belirtir).
  - $\beta_1$ ve $\beta_2$ ise $x_1$ ve $x_2$ değişkenlerine ait eğim parametresi olarak bilinir.
- Fonksiyon denklemi kullanarak, $x_1$ ve $x_2$'deki değişikliklere karşılık gelen $y$'deki değişim aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

$$\Delta y = \beta_1 \Delta x_1 + \beta_2 \Delta x_1$$

# Doğrusal Fonksiyonlar

- Eğer, $x_2$ sabit ise, yani $\Delta x_2 = 0$ ise, $y$'deki değişim:

$$\Delta y = \beta_1 \Delta x_1 + \beta_2 \Delta x_1$$

$$\Delta y = \beta_1 \Delta x_1 \quad \text{eğer} \quad \Delta x_2 = 0$$

  - $\beta_1$, $x_1$ ile $y$ arasındaki ilişkiyi belirten eğim parametresidir.
  - $\beta_1$, $x_2$'i sabit tutuğumuzda $x_1$'deki değişime karşılık $y$'nin nasıl değiştiğini gösterdiğinden $x_1$'in $y$ üzerindeki **kısmi etki**si (partial effect) olarak da adlandırılır.

$$\beta_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x_1} \quad \text{eğer} \quad \Delta x_2 = 0$$

  - Kısmi etki diğer faktörlerin sabit tutulmasını içerdiğinden dolayı **ceteris paribus** kavramıyla yakından ilişkilidir.

- $\beta_2$ parametresin de yorumlaması benzerdir. $\beta_2$, $x_2$'in $y$ üzerindeki kısmi etkisini gösterir.

$$\beta_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x_2} \quad \text{eğer} \quad \Delta x_1 = 0$$

# Doğrusal Olmayan Fonksiyonlar

- Doğrusal fonksiyonlarda, denklemin sağ tarafında bulunan $x$'deki bir birimlik değişim denklemin sol tarafındaki $y$'de $x$'in başlangıç değerinden bağımsız olarak her zaman aynı etkiye sahiptir. Yani, $x$'in $y$ üzerindeki marjinal etkisi sabittir.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \quad \longrightarrow \quad \beta_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x_1}$$

- Bu durum, birçok iktisadi değişken arasındaki ilişki için gerçekçi değildir, örneğin azalan marjinal getiri (diminishing marginal returns).
- İktisadi değişkenler arasındaki bu tarz farklı ilişkileri de modelleyebilmek için **doğrusal olmayan fonksiyonları** (nonlinear functions) kullanmamız gerekir.
- Doğrusal olmayan fonksiyonlardaki temel mantık, $x$'deki bir birimlik değişim $y$'de $x$'in başlangıç değerine bağlı olarak etki yapar. Yani, $x$'in $y$ üzerindeki marjinal etkisi $x$'in başlangıç değerine göre değişir.
- Ekonometride bazı doğrusal olmayan fonksiyonlar sıklıkla kullanılır ve bu nedenle bu fonksiyonların nasıl yorumlanacağının bilinmesi çok önemlidir.

# Karesel Fonksiyonlar

- Değişen marjinal etkiyi modelleyebilmek için ekonometride doğrusal olmayan fonksiyon olarak sıklıkla **karesel fonksiyonlar** (quadratic functions) kullanılır.

### Karesel Fonksiyon

$x$ ve $y$ değişkenleri aşağıdaki gibi ilişkili ise $y$, $x$'in karesel bir fonksiyonudur.

$$y = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 x^2$$

$\beta_0$, $\beta_1$, ve $\beta_2$ $y$ ve $x$ değişkenleri arasındaki ilişkiyi tanımlayan rakamsal parametrelerdir.

- $y$'nin $x$'e göre kısmi türevini alarak karasel fonksiyonun eğimi $m$ yaklaşık olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \approxeq \beta_1 + 2\beta_2 x$$

- Burada dikkat edilmesi gereken nokta, yukarıdaki eğim hesabı yaklaşıktır. Kesin bir hesaplama için ilk ve son $x$ değerlerini bilmek gerekir.

# Karesel Fonksiyonlar

- Karesel fonksiyona ait grafik $\beta_1$ ve $\beta_2$ parametrelerin işaretine göre değişir.
  - Örneğin, $\beta_1 > 0$ ve $\beta_2 < 0$ olduğunda $y$ ve $x$ arasındaki ilişki Şekil 2'deki gibi parabolik bir şekil alacaktır.
- $\beta_1 > 0$ ve $\beta_2 < 0$ olduğunda, fonksiyonu maksimum yapan, yani eğimin sıfır olduğu ($m = 0$), $x^*$ değeri aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

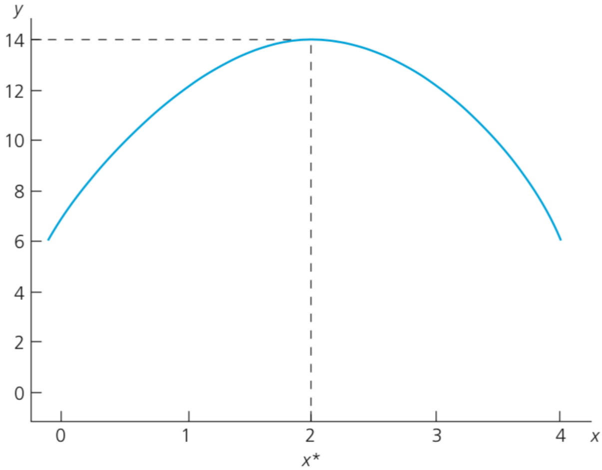
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \approxeq \beta_1 + 2\beta_2 x = 0 \quad \longrightarrow \quad x^* = \frac{\beta_1}{-2\beta_2}$$

  - Örneğin, Şekil 2'deki karesel fonksiyonu maksimum ($y = 14$) yapan $x^*$ değeri 2'dir.

$$\beta_0 = 6,\ \beta_1 = 8,\ \beta_2 = -2 \quad \longrightarrow \quad y = 6 + 8x - 2x^2 \quad \longrightarrow \quad x^* = \frac{\beta_1}{-2\beta_2} = 2$$

- Şekil 2'deki karesel fonksiyon incelendiğinde $x$'in $y$ üzerindeki **azalan marjinal etki**si (diminishing marginal effect) açıkça gözlenmektedir. Başka bir deyişle fonksiyonun eğimi, $x$ arttıkça azalmaktadır.
  - Karesel fonksiyon $\beta_1$ ve $\beta_2$ parametrelerin işaretlerine göre farklı şekillerde olabilir.
  - Örneğin, $\beta_1 < 0$ ve $\beta_2 > 0$ olduğunda, karesel fonksiyon "U" şeklinde olur ve $x$'in $y$ üzerindeki **artan marjinal etki**si (increasing marginal effect) gözlenir.

# Karesel Fonksiyonlar




Şekil 2: Karesel Fonksiyon: $y = 6 + 8x - 2x^2$

*Kaynak*: Wooldridge (2016)

# Doğal Eksponansiyel Fonksiyon

- Ekonometrik analizde sıklıkla kullanılan bir diğer doğrusal olmayan fonksiyon ise **doğal eksponansiyel fonksiyon**dur (natural exponential function).
- Doğal eksponansiyel fonksiyon "exp" ya da "$e$" (euler sayısı) ile gösterilir.
- Euler sayıs $e \approxeq 2.71$'in çıkarılışını incelemek için "Ek Bilgi" butonuna basınız.

Ek Bilgi

**Doğal Eksponansiyel Fonksiyon**

$$y = exp(x) = e^x$$

- Doğal eksponansiyel fonksiyon Slayt 21'de gösterilen doğal logaritmanın tersidir.

$$e^{\ln x} = x \quad \text{eğer} \quad x > 0 \quad \text{ve} \quad \ln(e^x) = x$$

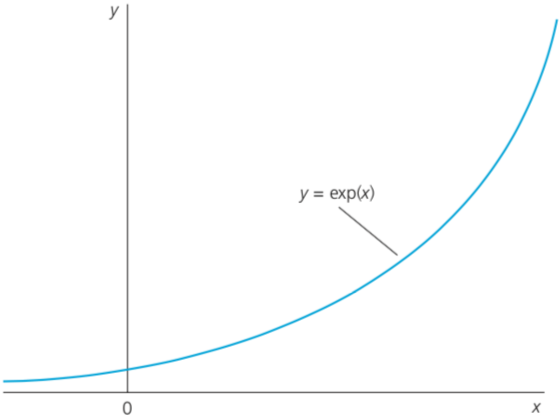
$$y = exp\left(\beta_0 + \beta_1 x\right) = e^{\beta_0 + \beta_1 x} \quad \longrightarrow \quad \ln y = \beta_0 + \beta_1 x$$

- Şekil 3'de grafiği verilen doğal eksponansiyel fonksiyonun özellikleri:

$$e^0 = 1 \qquad e^1 = 2.7183$$

$$e^{x+y} = e^x e^y \qquad e^{xy} = (e^x)^y \qquad e^{c \ln x} = x^c \qquad \frac{\partial e^x}{\partial x} = e^x$$

# Doğal Eksponansiyel Fonksiyon




Şekil 3: Doğal Eksponansiyel Fonksiyon: $y = e^x$

*Kaynak*: Wooldridge (2016)

# Doğal Logaritma

- Ekonometrik analizde en önemli rolü oynayan doğrusal olmayan fonksiyon **doğal logaritma**dır (natural logaritm), yani $e$ tabanında logaritmadır.
- Doğal logaritma için "$\log_e$" ya da "ln" kullanılır. Fakat biz "ln" ile göstereceğiz.

**Doğal Logaritma**

$$y = \log_e x = \ln x$$

sadece $x > 0$ durumda tanımlıdır.

- Şekil 4'de grafiği verilen doğal logaritmanın özellikleri:

$$\ln x = \begin{cases} -\infty & \text{eğer} \quad x \leq 0 \\ < 0 & \text{eğer} \quad 0 < x < 1 \\ 0 & \text{eğer} \quad x = 1 \\ > 0 & \text{eğer} \quad x > 1 \end{cases}$$

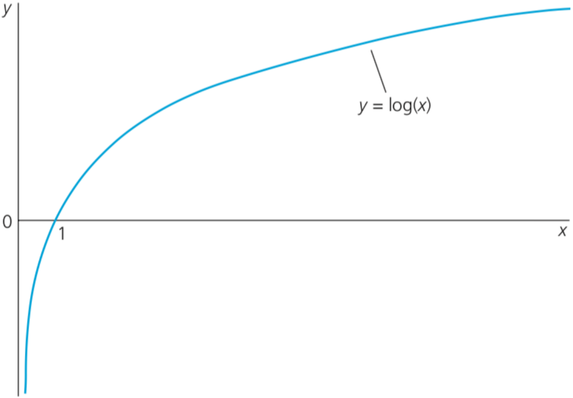
$$\ln x_1 x_2 = \ln x_1 + \ln x_2, \quad x_1, x_2 > 0$$

$$\ln x_1 / x_2 = \ln x_1 - \ln x_2, \quad x_1, x_2 > 0$$

$$\ln x^c = c \ln x, \quad x > 0 \text{ ve } c \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\partial \ln x}{\partial x} = \frac{1}{x}$$

# Doğal Logaritma




Şekil 4: Doğal Logaritma: $y = \ln x$

*Kaynak*: Wooldridge (2016)

# Doğal Logaritma

- Doğal logaritma Slayt 19'de gösterilen doğal exponansiyel fonksiyonun tersidir.
- Doğal logaritmada $x$ arttıkça eğim azalarak gittikçe sıfıra yaklaşır fakat hiçbir zaman sıfır veya negatif olmaz. Bir başka deyişle, $x$'in $y$ üzerindeki marjinal etkisi azalır fakat hiçbir zaman sıfır veya negatif olmaz.
- Fakat, karesel fonksiyonda $\beta_1$ ve $\beta_2$ parametrelerin işaretlerine göre bu etki sıfır veya negatif olabilir, Şekil 2'deki gibi.
- Logaritmik yakınsama özelliği ile logaritmik formdaki veride oluşan **küçük değişimler**, düzey formundaki veride oransal ya da yüzdesel değişim olarak yorumlanabilir. $x_0$ ve $x_1$ pozitif sayılar olduğunda:

$$\ln x_1 - \ln x_0 \approxeq (x_1 - x_0)/x_0 \qquad \text{(logaritmik yakınsama)}$$

$$\Delta \ln x \approxeq \Delta x / x_0 \qquad \text{(oransal değişim)}$$

$$100\, \Delta \ln x \approxeq 100\, \Delta x / x_0 \qquad \text{(100 ile çarpım)}$$

$$100\, \Delta \ln x \approxeq \%\Delta x \qquad \text{(yüzdesel değişim)}$$

- Logaritmik yakınsama sadece küçük değişimler için kullanılmalıdır. Büyük değişimlerde logaritmik yakınsama doğru sonuç vermez.

# Esneklik

- Eğer sadece küçük değişimler için geçerli ise Slayt 23'de verilen logaritmik yakınsama özelliğine ekonometrik analizlerde neden ihtiyaç duyuyoruz?
- Bu soruyu cevaplamak için uygulamalı ekonometrinin birçok alanında kritik önemi olan **esneklik** (elasticity) kavramını inceleyelim.

## Esneklik

$y$'nin $x$'e göre esnekliği $x$'de %1'lik bir artış olduğunda $y$'de meydana gelen yüzdesel değişmeyi ifade eder.

$$E = \frac{\%\Delta y}{\%\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}\frac{x}{y}$$

- Slayt 23'de verilen logaritmik yakınsama özelliğini kullanarak yaklaşık esneklik formülünü yazabiliriz.

$$E = \frac{\%\Delta y}{\%\Delta x} \approxeq \frac{100\,\Delta \ln y}{100\,\Delta \ln x} = \frac{\Delta \ln y}{\Delta \ln x}$$

# Fonksiyonel Form

- Ekonometride sıklıkla tercih edilen 4 farklı **fonksiyonel form** (functional form) ile $y$ ve $x$ değişkenleri arasındaki ilişkiyi yorumlayıp esnekliği hesaplayalım.

## Düzey-Düzey Fonksiyonel Formu

$$y = \beta_0 + \beta_1 x \qquad \text{(fonksiyon)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \beta_1 \qquad \text{(türev)}$$

$$\Delta y = \beta_1 \Delta x \qquad \text{(yorumlama)}$$

ceteris paribus koşulu altında, $x$'deki 1 birimlik artış, $y$'de $\beta_1$ birim kadar değişime neden olur.

$$E = \frac{\Delta y}{\Delta x}\,\frac{x}{y} = \beta_1\,\frac{x}{y} = \beta_1\,\frac{x}{\beta_0 + \beta_1 x} \qquad \text{(esneklik)}$$

$y$'nin $x$'e göre esnekliği hem parametreler $\beta_0$ ve $\beta_1$'e hem de $x$'e bağlıdır, yani esneklik sabit değildir. Uygulamada esnekliği sabit bir değer olarak hesaplamak için yukarıdaki formülde genellikle verilerin ortalaması kullanılır, yani $\bar{x}$ ve $\bar{y}$.

# Fonksiyonel Form

## Düzey-Log Fonksiyonel Formu

$$y = \beta_0 + \beta_1 \ln x \qquad \text{(fonksiyon)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta \ln x} = \beta_1 \qquad \text{(türev)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta \ln x} = \frac{100\,\Delta y}{100\,\Delta \ln x} \approxeq \frac{100\,\Delta y}{\%\Delta x} \approxeq \beta_1 \quad \longrightarrow \quad \Delta y_t \approxeq (\beta_1/100)\%\Delta x_t \qquad \text{(yorumlama)}$$

ceteris paribus koşulu altında, $x$'deki %1'lik artış, $y$'de $\beta_1/100$ birim kadar değişime neden olur.

$$E = \frac{\Delta y}{\Delta x}\frac{x}{y} = \frac{\Delta y}{\Delta x/x}\frac{1}{y} = \frac{\Delta y}{\Delta \ln x}\frac{1}{y} = \frac{\beta_1}{y} = \frac{\beta_1}{\beta_0 + \beta_1 \ln x} \qquad \text{(esneklik)}$$

$y$'nin $x$'e göre esnekliği hem parametreler $\beta_0$ ve $\beta_1$'e hem de $x$'e bağlıdır, yani esneklik sabit değildir. Uygulamada esnekliği sabit bir değer olarak hesaplamak için yukarıdaki formülde genellikle verilerin ortalaması kullanılır, yani $\bar{x}$ ve $\bar{y}$.

# Fonksiyonel Form

## Log-Düzey Fonksiyonel Formu

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 x \qquad \text{(fonksiyon)}$$

$$\frac{\Delta \ln y}{\Delta x} = \beta_1 \qquad \text{(türev)}$$

$$\frac{\Delta \ln y}{\Delta x} = \frac{100\,\Delta \ln y}{100\,\Delta x} \approx \frac{\%\Delta y}{100\,\Delta x} \approx \beta_1 \quad \longrightarrow \quad \%\Delta y \approx (100\,\beta_1)\Delta x \qquad \text{(yorumlama)}$$

ceteris paribus koşulu altında, $x$'deki 1 birimlik artış, $y$'de $\%100\,\beta_1$ kadar değişime neden olur. $100\,\beta_1$, $y$'nin $x$'e göre **yarı-esnekliği** (semi elasticity) olarak adlandırılır ve $y$ ve $x$ gibi verilere bağlı olmadığı için sabittir.

$$E = \frac{\Delta y}{\Delta x}\frac{x}{y} = \frac{\Delta y / y}{\Delta x} x = \frac{\Delta \ln y}{\Delta x} x = \beta_1 x \qquad \text{(esneklik)}$$

$y$'nin $x$'e göre esnekliği hem parametre $\beta_1$'e hem de $x$'e bağlıdır, yani esneklik sabit değildir. Uygulamada esnekliği sabit bir değer olarak hesaplamak için yukarıdaki formülde genellikle verilerin ortalaması kullanılır, yani $\bar{x}$ ve $\bar{y}$.

# Fonksiyonel Form

## Log-Log Fonksiyonel Formu

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 \ln x \qquad \text{(fonksiyon)}$$

$$\frac{\Delta \ln y}{\Delta \ln x} = \beta_1 \qquad \text{(türev)}$$

$$\frac{\Delta \ln y}{\Delta \ln x} = \frac{100\,\Delta \ln y}{100\,\Delta \ln x} \approxeq \frac{\%\Delta y}{\%\Delta x} = \beta_1 \quad \longrightarrow \quad \%\Delta y \approxeq \beta_1 \%\Delta x \qquad \text{(yorumlama)}$$

ceteris paribus koşulu altında, $x$'deki %1'lik artış, $y$'de $\%\beta_1$ kadar değişime neden olur. $\beta_1$, $y$'nin $x$'e göre esnekliğini yaklaşık olarak verir. $y$ ve $x$ gibi verilere bağlı olmadığı için sabittir. Bu nedenle **sabit esneklik** (constant elasticity) olarak adlandırılır.

$$E = \frac{\%\Delta y}{\%\Delta x} \approxeq \frac{100\,\Delta \ln y}{100\,\Delta \ln x} = \frac{\Delta \ln y}{\Delta \ln x} = \beta_1 \qquad \text{(esneklik)}$$

$y$'nin $x$'e göre esnekliği (yaklaşık) sadece parametre $\beta_1$'e bağlıdır, yani esneklik sabittir. Bu nedenle Log-Log fonksiyonel formu sabit esneklik modeli olarak da bilinir.

# Kaynaklar

Gujarati, D.N. (2009). *Basic Econometrics*. Tata McGraw-Hill Education.
Stock, J.H. ve M.W. Watson (2015). *Introduction to Econometrics*.
Tastan, H. (2020). *Lecture on Econometrics I. Personal Collection of H. Tastan*. Retrieved from Online.
Wooldridge, J.M. (2016). *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. Nelson Education.

# Ek Bilgiler

- Euler sayısı $e$'yi hesaplayabilmek için birleşik faiz hesabını kullanacağız.

$$A = P(1+r)^n$$

  $A$ dönem sonu miktar; $P$ anapara miktarı; $r$ faiz oranı; $n$ ise dönem sayısıdır.

- Varsayalım ki 1 TL anaparanız var ve yıllık faiz oranı %100.
  - Anaparanızı yıllık faize verdiğinizde, faiz oranı $\frac{1}{1} = \%100$ olacak ve yıl sonunda elde edeceğiniz miktar: $A = 1\left(1+\frac{1}{1}\right)^1 = 2$ TL
  - Aynı miktarı aylık faize verdiğinizde, faiz oranı $\frac{1}{12} = \%8.33$ olacak ve yıl sonunda elde edeceğiniz miktar: $A = 1\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12} = 2.61$ TL
  - Aynı miktarı günlük faize verdiğinizde, faiz oranı $\frac{1}{365} = \%0.27$ olacak ve yıl sonunda elde edeceğiniz miktar: $A = 1\left(1+\frac{1}{365}\right)^{365} = 2.71$ TL
  - Aynı miktar sürekli faiz işleyecek şekilde yatırılırsa, yıl sonunda elde edeceğiniz miktar: $A = \underset{x\to\infty}{1\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = 2.718281828\ldots$ TL
- Kısaca euler sayıs $e$ şu şekilde hesaplanabilir.

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots$$

Sunuma Geri Dön